

1.1.1 Compresión simple

En elementos solicitados sólo a compresión, su capacidad de carga se reduce, además de por el factor de reducción de resistencia ϕ , por un factor que compensa la posible aparición de excentricidades accidentales o constructivas de las cargas. Este factor es de 0,80 para columnas con estribos comunes y 0,85 para columnas zunchadas.

Por lo tanto, la condición de resistencia a cumplir en elementos solicitados a compresión simple es:

Para columnas con estribos comunes: $P_N \cdot \phi \cdot 0,80 \geq P_U$

Para columnas zunchadas: $P_N \cdot \phi \cdot 0,85 \geq P_U$

Recordamos que el valor de ϕ para secciones controladas por compresión es de 0,70 para elementos zunchados y 0,65 para elementos con estribos comunes. Este valor es considerablemente menor al valor aplicado a los elementos solicitados a flexión, ya que su rotura es frágil y el riesgo que conlleva es mucho mayor.

Solicitud		ϕ
Secciones controladas por tracción		0,90
Secciones controladas por compresión	Elementos zunchados	0,70
	Otros	0,65
Secciones controladas por corte		0,75

La capacidad de carga nominal total P_N de un elemento comprimido de hormigón armado, está dada por el aporte de sus materiales componentes: acero y hormigón. Cada una de ellas se obtiene multiplicando la sección disponible por su tensión de rotura.

Así el aporte del acero es:

$$A_{st} \cdot f_y$$

Para el caso del hormigón, la tensión característica de compresión f'_c se reduce al 85% por el efecto de agotamiento que producen las cargas de larga duración.

El aporte del hormigón por lo tanto es:

$$0,85 \cdot f'_c \cdot (A_g - A_{st})$$

Donde

A_g es el área bruta de la sección del elemento comprimido

A_{st} es el área que ocupa el acero en la sección de hormigón armado

f'_c es la tensión característica a compresión del hormigón

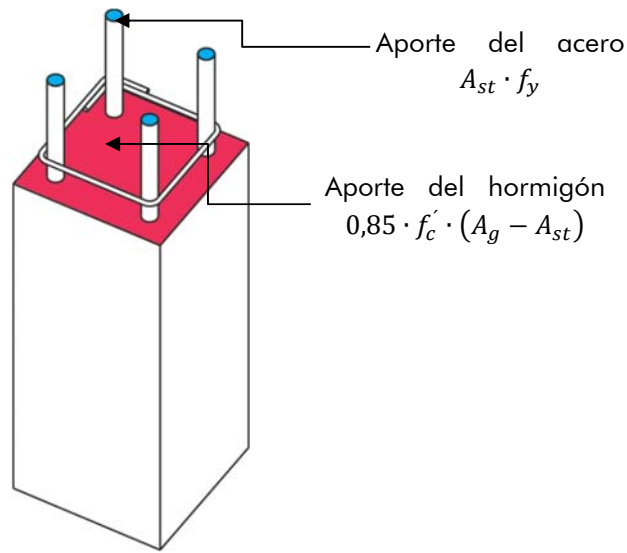


Fig. 1 – Componentes de la resistencia a compresión del hormigón armado

La capacidad nominal de carga total es:

$$P_N = 0,85 \cdot f'_c \cdot (A_g - A_{st}) + A_{st} \cdot f_y$$

Donde

f'_c Tensión de rotura característica del hormigón a compresión

A_g Área bruta de la sección

A_{st} Área de acero

f_y Tensión de fluencia del acero

Dimensionado de la sección de hormigón

Para una columna con estribos comunes, recordamos que:

$$P_N \cdot \phi \cdot 0,80 \geq P_U$$

Y la carga nominal es

$$P_N = 0,85 \cdot f'_c \cdot (A_g - A_{st}) + A_{st} \cdot f_y$$

$$P_N = 0,85 \cdot f'_c \cdot A_g - 0,85 \cdot f'_c \cdot A_{st} + A_{st} \cdot f_y$$

Dividiendo ambos términos por A_g

$$\frac{P_N}{A_g} = \frac{0,85 \cdot f'_c \cdot A_g}{A_g} - \frac{0,85 \cdot f'_c \cdot A_{st}}{A_g} + \frac{A_{st} \cdot f_y}{A_g}$$

$$P_N = \left(\frac{0,85 \cdot f'_c \cdot A_g}{A_g} - \frac{0,85 \cdot f'_c \cdot A_{st}}{A_g} + \frac{A_{st} \cdot f_y}{A_g} \right) \cdot A_g$$

Como la relación $\frac{A_{st}}{A_g}$ la cuantía ρ

$$P_N = (0,85 \cdot f'_c - \rho \cdot 0,85 \cdot f'_c + \rho \cdot f_y) \cdot A_g$$

Sacando factor común

$$P_N = [0,85 \cdot f'_c + \rho \cdot (f_y - 0,85 \cdot f'_c)] \cdot A_g$$

Si para predimensionar la sección de hormigón armado tenemos en cuenta una cuantía mínima del 1%:

$$P_N = [0,85 \cdot f'_c + 0,01 \cdot (f_y - 0,85 \cdot f'_c)] \cdot A_g$$

Reemplazamos en la ecuación $P_N \cdot \phi \cdot 0,80 \geq P_U$:

$$[0,85 \cdot f'_c + 0,01 \cdot (f_y - 0,85 \cdot f'_c)] \cdot A_g \cdot \phi \cdot 0,80 \geq P_U$$

Y por último, podemos despejar la sección necesaria A_g

$$A_g = \frac{P_U}{[0,85 \cdot f'_c + 0,01 \cdot (f_y - 0,85 \cdot f'_c)] \cdot \phi \cdot 0,80}$$

Si utilizamos un acero ADN 420, podemos resolver el denominador obteniendo una tensión de referencia para cada tipo de hormigón. Los resultados se resumen en la siguiente tabla:

Tipo de hormigón	H20	H25	H30
Sección necesaria	$A_g = \frac{P_U}{109 \text{ kg/cm}^2}$	$A_g = \frac{P_U}{131 \text{ kg/cm}^2}$	$A_g = \frac{P_U}{153 \text{ kg/cm}^2}$

La dimensión mínima del lado de una columna debe ser ≥ 20 cm. En caso de columnas circulares zunchadas, el diámetro mínimo es de 30 cm. (art. 10.8 CIRSOC 201:2005)

En el caso de tabiques, su cuantía mínima es menor por lo cual la tensión máxima que admiten también lo es. Además, su dimensión usualmente está definida por requerimientos arquitectónicos (dimensiones de circulaciones verticales) y resulta de mayor utilidad su verificación que su predimensionado. Para verificarlos, dividiendo su carga última por su sección, tenemos que obtener una tensión de trabajo menor a:

Tipo de hormigón	H20	H25	H30
Tensión máxima = $\frac{P_U}{A_g}$	90 kg/cm ²	113 kg/cm ²	135 kg/cm ²

Cuando las cargas del tabique son concentradas, por ejemplo provenientes de vigas, se debe tomar para el cálculo de A_g , el espesor y una longitud efectiva que debe ser:

$$l_w \leq \begin{cases} \text{distancia entre centros de las cargas} \\ \text{ancho del elemento que transmite la carga concentrada} \\ \text{más cuatro veces el espesor del tabique} \end{cases}$$

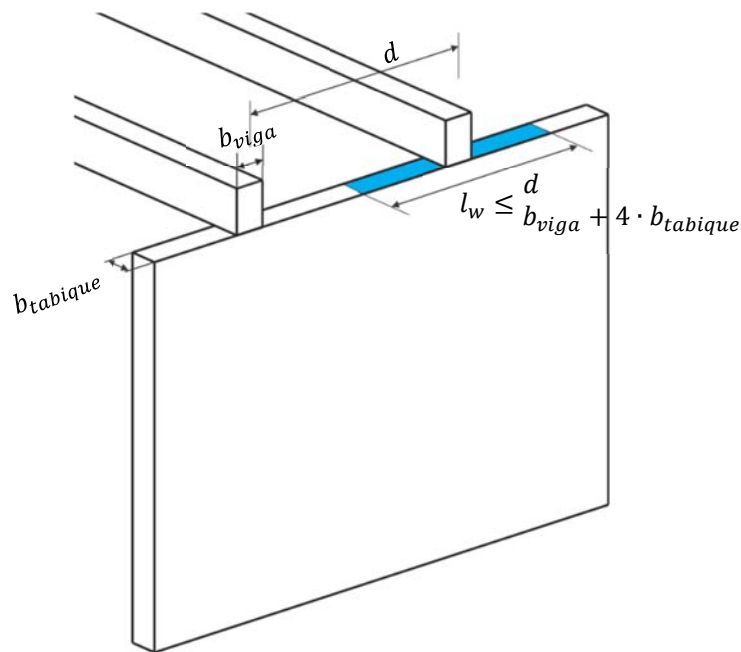


Fig. 2 – Longitud efectiva l_w del tabique

1.1.2 Diseño de armaduras de columnas sometidas solo a compresión

- **Barras longitudinales**

Para garantizar que la columna posea cierta capacidad para resistir momentos y reducir los efectos de fluencia lenta y retracción, se coloca una cuantía mínima de acero igual al 0,01 del área bruta de hormigón. También existe una cuantía máxima por razones económicas y constructivas igual a 0,08 por el área bruta del hormigón (art.10.9.1.):

$$A_{st} \begin{cases} \geq 0,01 A_g \\ \leq 0,08 A_g \end{cases}$$

El número mínimo de barras longitudinales es de 4 para columnas rectangulares, 3 para columnas triangulares, y 6 para columnas zunchadas.

El diámetro mínimo para barras longitudinales en columnas rectangulares es de 12mm.

- **Estribos**

En las columnas sometidas solo a compresión, el estribo cumple la función de arriostrar lateralmente las barras longitudinales evitando su pandeo, y confinar el hormigón otorgándole una mayor capacidad de carga. El diámetro y separación de estribos están determinados entonces en función de la armadura longitudinal y la geometría de la columna.

Diámetro de barras longitudinales (mm)	Diámetro mínimo de estribos (mm)
≤ 16 mm	6
20 mm y 25 mm	8

La separación debe ser menor a:

$$s \begin{cases} \leq 12 \text{ diámetros de la barra longitudinal} \\ \leq 48 \text{ diámetros de la barra de estribos} \\ \leq \text{dimension menor de la columna} \end{cases}$$

Para brindar un correcto arriostramiento a todas las barras longitudinales, cada una de ellas debe tener un soporte proporcionado por la esquina de un estribo. Podrá haber barras no soportadas siempre que su distancia a una barra soportada sea menor que 15 diámetros del estribo.

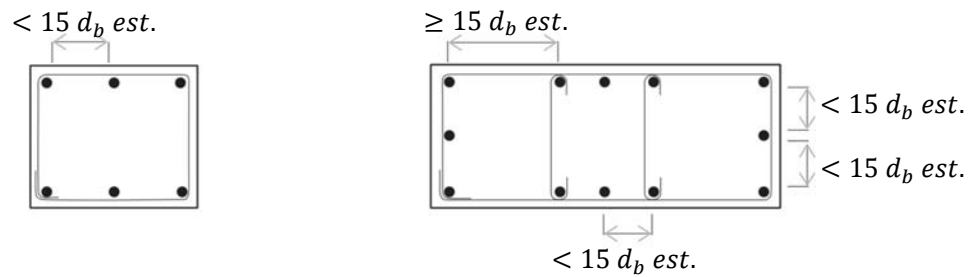


Fig. 3 – separacion máxima entre barras no soportadas

Si la columna estuviera sometida a esfuerzo de corte, deben dimensionarse los estribos según lo indicado para el dimensionado de elementos sometidos a ese tipo de esfuerzo.

- **Zunchos**

El diámetro mínimo del zuncho de columnas circulares es de 10 mm. Y la separación entre los espirales debe ser entre 25mm y 80mm. La cuantía volumétrica del acero en espiral es respecto al núcleo de hormigón de la columna zunchada no debe ser menor a:

$$\rho_s = 0,45 \cdot \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \cdot \frac{f'_c}{f_y}$$

Donde

A_g es el área bruta de la sección

A_c es el área de la sección de hormigón confinado por el zuncho

f'_c y f_y las tensiones de rotura y fluencia del hormigón y acero respectivamente

La sección de acero por unidad de longitud de columna se obtiene

$$\frac{A_{sp}}{s} = \frac{\rho_s \cdot d_c}{4}$$

Donde

A_{sp} es el área de la sección transversal del acero en espiral

s es la separación de la espiral del zuncho

ρ_s es la cuantía volumétrica

d_c es el diámetro exterior de la espiral

1.1.3 Diseño de armaduras de tabiques sometidas compresión simple

Cuantía mínima de armaduras:

La cuantía de armadura vertical es la relación entre la sección de acero vertical y la sección horizontal del tabique en planta.

$$\rho_v = \frac{A_{sv}}{b \cdot l}$$

La cuantía de armadura horizontal es la relación entre la sección de acero horizontal y la sección vertical del tabique en elevación.

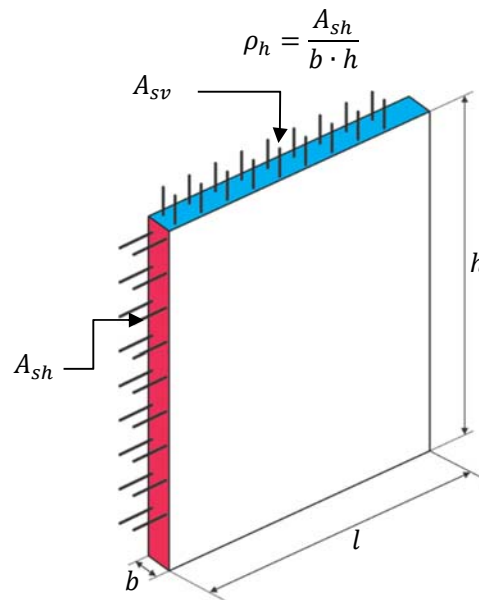


Fig. 4 – Cuantías de armaduras vertical y horizontal de tabiques

Los valores mínimos son:

Ø de barras utilizadas	Armadura vertical	Armadura horizontal
6 mm a 16 mm	0,0012	0,0020
20 o mayor	0,0015	0,0025

La separación entre barras de armadura horizontal debe ser menor a:

$$s \leq \begin{cases} 300 \text{ mm} \\ 3 \text{ veces el espesor del tabique} \\ \text{longitud del tabique} / 5 \end{cases}$$

La separación entre barras de armadura vertical debe ser menor a:

$$s \leq \begin{cases} 300 \text{ mm} \\ 3 \text{ veces el espesor del tabique} \\ \text{longitud del tabique} / 3 \end{cases}$$

1.1.4 Flexocompresión recta

En general, resulta muy inusual que se presenten elementos cargados a compresión simple, sin excentricidad. En las estructuras continuas, casi siempre las columnas se encuentran sometidas simultáneamente a compresión y flexión. En el caso de la flexocompresión recta, el momento se da solo en un plano principal.

La capacidad resistente a flexocompresión de una columna surge entonces de una interacción entre las dos sollicitaciones. Esta interacción no es lineal, sino curva.

$$P_N \cdot \phi \geq P_U$$

$$M_N \cdot \phi \geq M_U$$

Para el cálculo de la resistencia nominal de una sección sometida a flexocompresión son válidas todas las hipótesis planteadas en el dimensionado a flexión. Recordamos entonces el diagrama de deformaciones y tensiones:

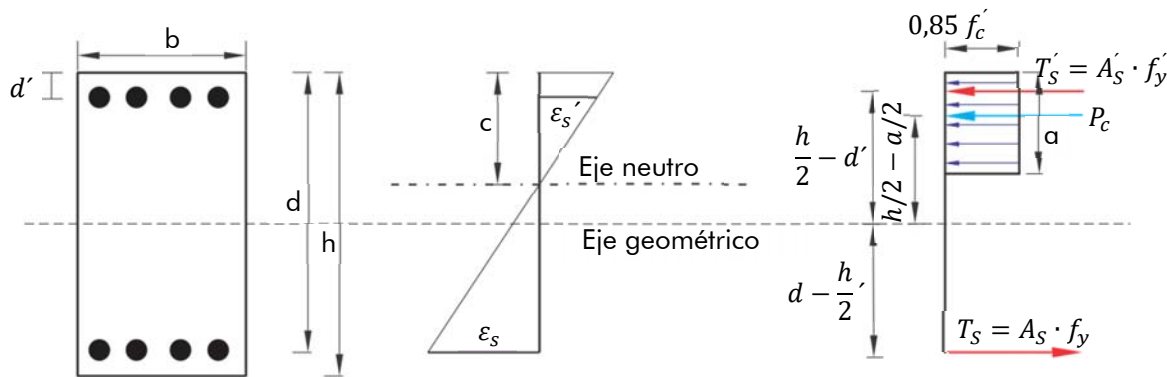


Fig. 5 – Estado tensional de una sección de hormigón armado sometida a flexocompresión

Podemos calcular la resistencia nominal a compresión como la suma de la resultante del bloque comprimido, más la compresión del acero superior, menos la tracción del acero inferior:

$$P_N = 0,85 f'_c \cdot a \cdot b + A'_s \cdot f'_y - A_s \cdot f_y$$

Por otro lado, la resistencia nominal a momento es igual a la suma del momento producido por cada una de las 3 fuerzas de la ecuación anterior, cada una por su distancia al centro de la sección que se toma como eje de referencia:

$$M_N = 0,85 f'_c \cdot a \cdot b \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + A'_s \cdot f'_y \cdot \left(\frac{h}{2} - r \right) + A_s \cdot f_y \cdot \left(d - \frac{h}{2} \right)$$

El valor de resistencia nominal a compresión depende entonces de la altura del bloque comprimido, que a su vez depende del par de deformaciones del hormigón (3‰) y del acero propios del nivel de sollicitación a flexión que posea la sección.

Pueden presentarse entonces un sinnúmero de combinaciones, por lo que resulta práctico para el cálculo el uso de diagramas que contienen, para una determinada columna, los valores máximos de P_N y M_N para todas las profundidades de eje neutro (y del bloque comprimido) que puedan presentarse.

La forma general del diagrama es la siguiente:

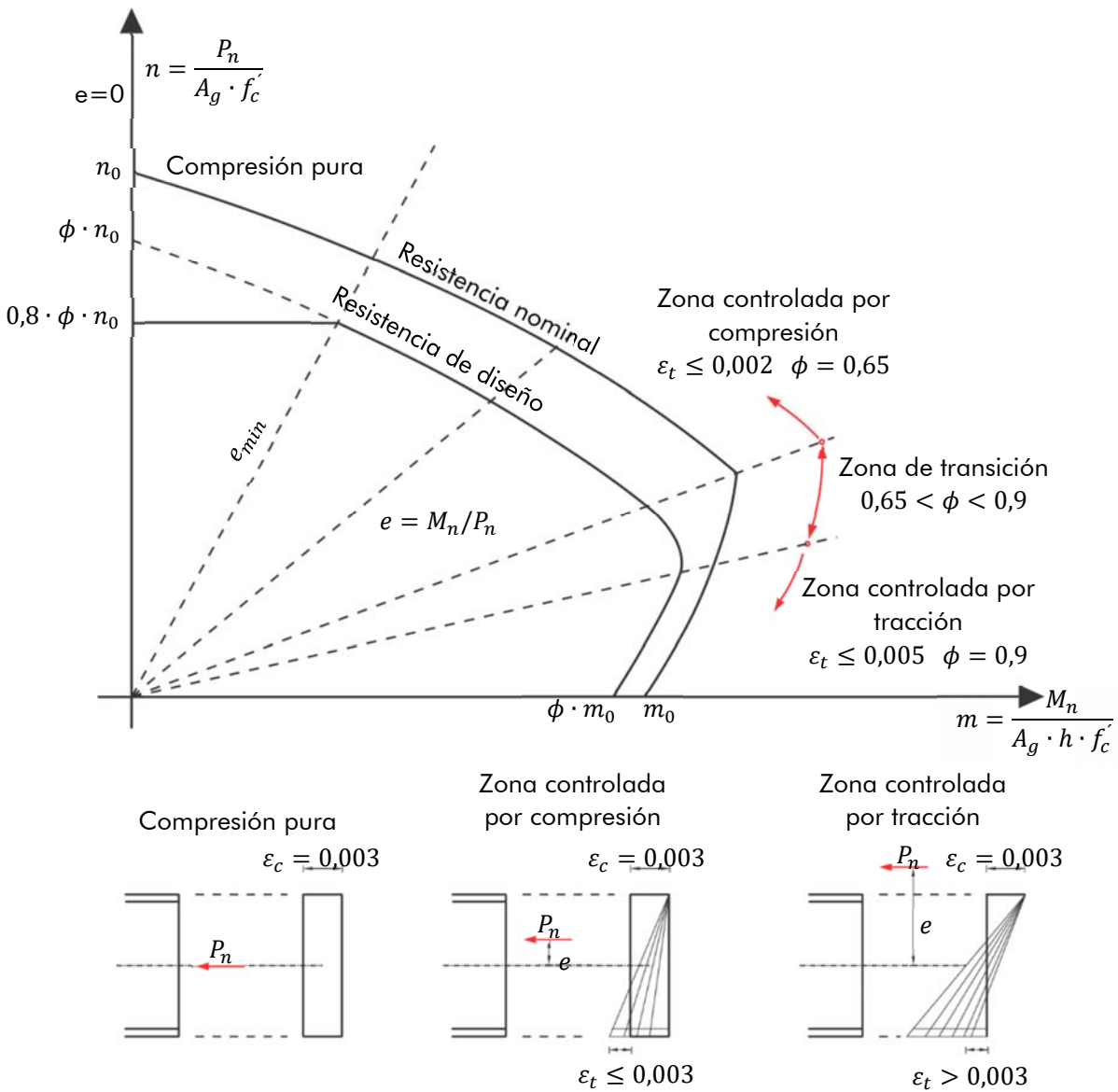


Fig. 6 – Diagrama de interacción de esfuerzo axial y momento

En la zona controlada por compresión, una mayor carga axial da menor margen para resistir flexión. En cambio, en la zona controlada por tracción, la carga axial disminuye la tracción, permitiendo resistir mayor momento.

A esta curva se le aplican los factores de reducción de resistencia ϕ correspondientes (0,65 para falla a compresión y 0,9 para falla a tracción) para trabajar directamente con las solicitaciones últimas, y se calcula una para cada valor de cuantía, desde la mínima (1%) a la máxima (8%), quedando una serie de líneas paralelas como capas de una cebolla.

Para generalizar el diagrama a todas las dimensiones de ancho y largo de una columna, se normalizan los valores de P_N y M_N obtenidos dividiéndolos por las dimensiones de la sección:

Eje de abscisas con valor de momento flector normalizado: $\frac{\phi \cdot M_N}{b \cdot h^2}$

Eje de ordenadas con valor de esfuerzo normal flector normalizado: $\frac{\phi \cdot P_N}{b \cdot h}$

Por último, también se corta la curva con la limitación dada por el factor 0,8 cuando la excentricidad es mínima, al igual que para el dimensionado a compresión simple. La curva resultante es la siguiente:

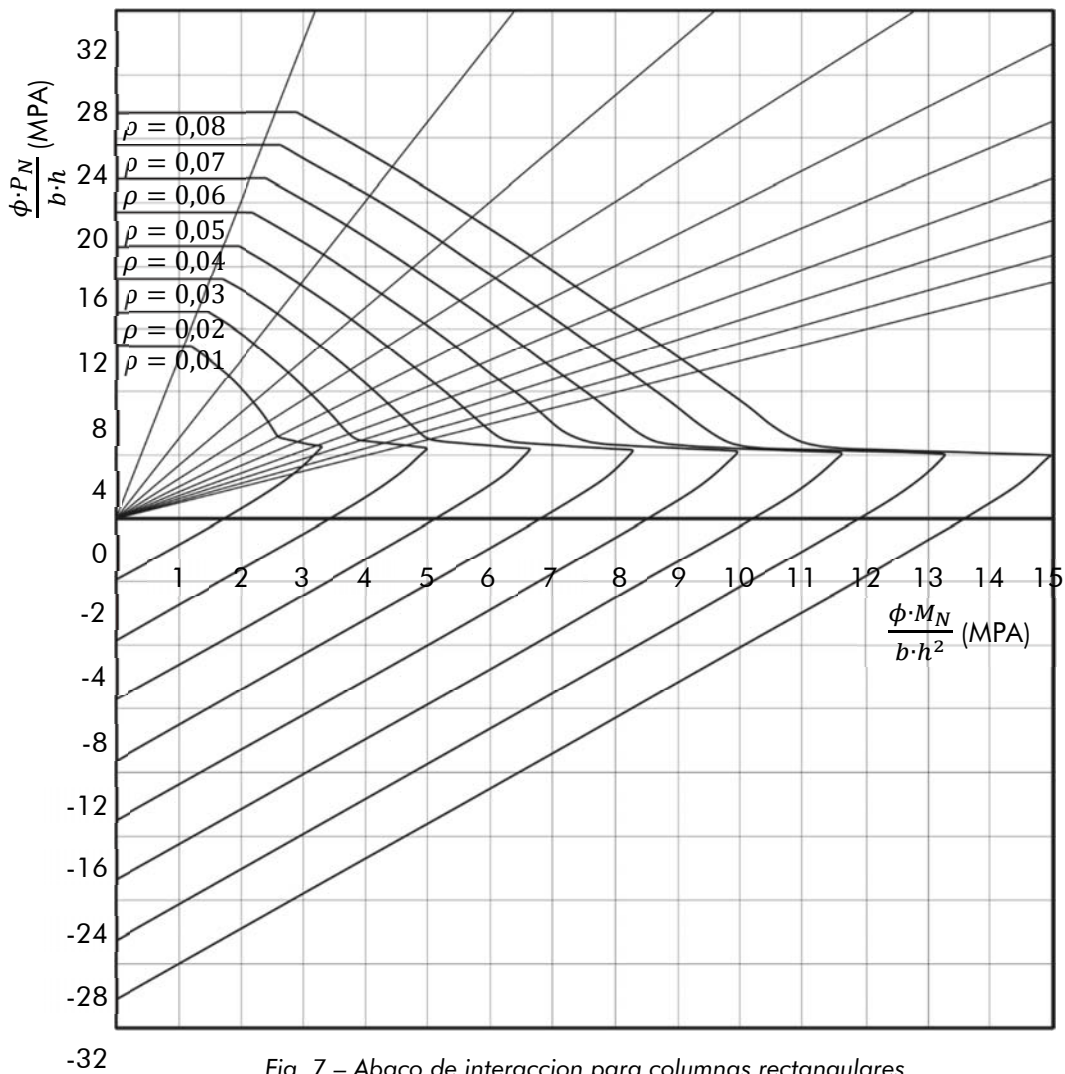


Fig. 7 – Abaco de interacción para columnas rectangulares

Cada diagrama se tabula para una determinada geometría de sección (rectangular o circular), resistencia de hormigón, tipo de acero, y porcentaje de recubrimiento.

Dado que el recubrimiento afecta en el brazo de palanca para la resistencia a momento, este parámetro se incorpora con un factor $\gamma = \frac{d}{h}$, siendo d la altura útil y h la altura total.

Todos estos diagramas están recogidos en el documento de ejemplos de aplicación del reglamento CIRSOC 201:2005.

1.1.5 Diseño de armaduras de columnas sometidas flexocompresión recta

- Barras longitudinales

Para dimensionar una columna a flexocompresión recta, debemos obtener del análisis, los valores de esfuerzo normal y momento últimos para cada una de las combinaciones estudiadas. En este caso no nos será de utilidad el diagrama de envolventes, ya que este nos muestra los valores máximos, pero no necesariamente los que se producen simultáneamente. Es por ello que necesitaremos tomar en cada combinación de cargas los valores de M_U y P_U que se producen conjuntamente.

Se normaliza el valor de P_U en relación al tamaño de la sección con $\frac{P_U}{A_g}$ y se ingresa en las ordenadas hasta encontrar una resistencia reducida igual. Luego se normaliza el valor de M_U con $\frac{M_U}{A_g \cdot h}$ y se ingresa en

abscisas hasta encontrar una resistencia reducida igual. Las rectas que pasen por los puntos marcados en el diagrama se cruzarán en un punto perteneciente a la curva que nos indica la cuantía con la que se resisten ambas solicitaciones. Si el punto cayera por fuera de la línea correspondiente a la cuantía máxima (8%) corresponderá redimensionar la sección.

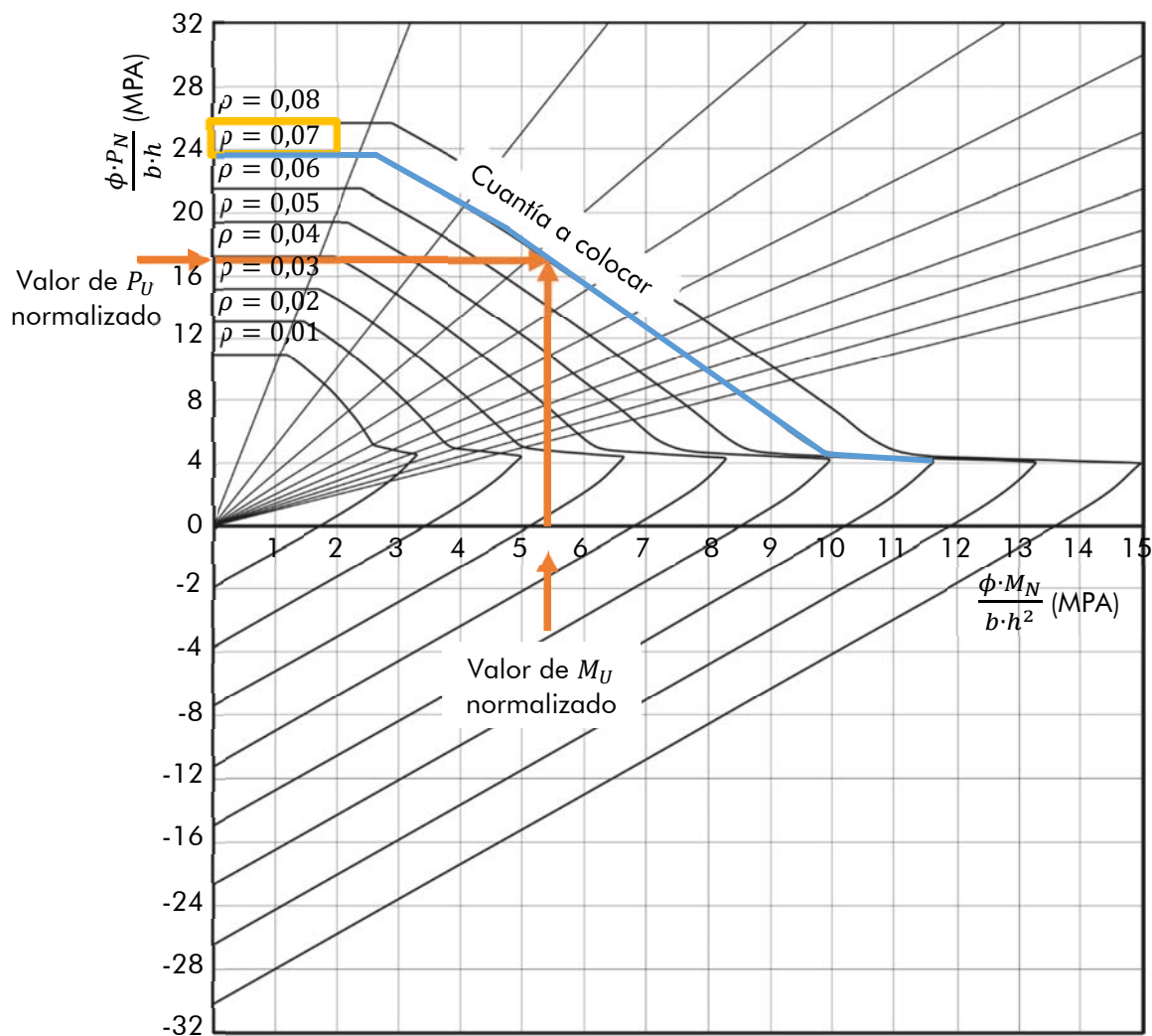


Fig. 8 – Uso del abaco de interacción para la obtención de cuantías de acero

El valor de cuantía ρ multiplicado por el área bruta de la sección de la columna A_g nos da la sección de acero a colocar, distribuido de manera simétrica según se indica en el gráfico del diagrama utilizado.

$$A_{st} = \rho \cdot A_g$$

- **Estribos**

Los estribos deben cumplir las disposiciones constructivas indicadas para el caso de compresión simple, y los requerimientos de resistencia a cortante indicados anteriormente.

1.1.6 Flexocompresión biaxial

Pueden presentarse columnas que además de tener compresión y flexión en un eje, como se vio anteriormente, posean además flexión en el otro eje simultáneamente. Esto se denomina flexión esviada o biaxial.

$$P_n$$

$$M_{n x} \quad M_{n y}$$

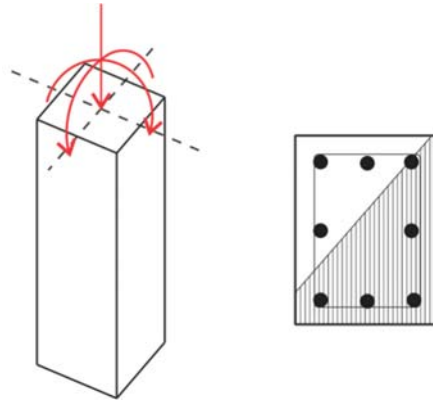


Fig. 9 – Solicitaciones y estado tensional de una columna sometida a flexocompresión biaxial

El diagrama de interacción posee ahora 3 dimensiones, un eje x para momentos en x, un eje y para momentos en y, y un eje z para esfuerzos normales.

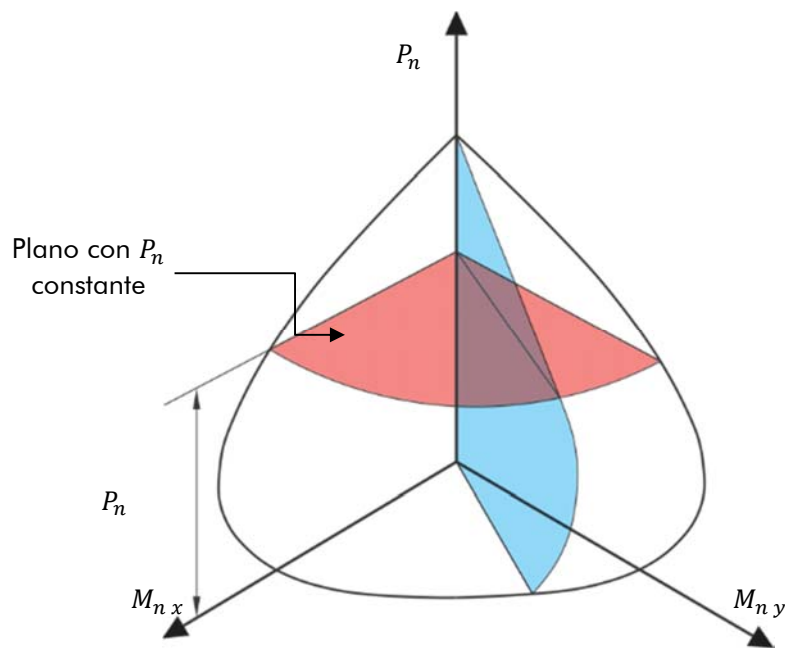


Fig. 10 – Diagrama de interacción para flexocompresión biaxial

1.1.7 Flexocompresión en columnas esbeltas

Cuando las columnas son esbeltas, se debe considerar para su dimensionado un efecto de deformación lateral por compresión denominado pandeo, que puede generar inestabilidad. Las columnas más esbeltas son más flexibles, y por ende más deformables y afectadas por el pandeo.

- **Esbellez**

La esbellez es la relación entre la longitud y el lado menor de un elemento. En este caso nos interesa la esbellez mecánica, que se mide con la relación entre la longitud efectiva $k \cdot l_u$ (distancia entre los puntos de inflexión) y el radio de giro.

$$\lambda = \frac{k \cdot l_u}{r}$$

Donde

λ Esbeltez de la pieza

k Factor de longitud efectiva

l_u Longitud lateralmente no arriostrada

r Radio de giro de la sección transversal: $r = \sqrt{\frac{I_g}{A_g}}$

I_g Momento de inercia correspondiente al eje perpendicular al plano de pandeo considerado

A_g Área bruta de la sección

La longitud efectiva es la distancia entre dos puntos de inflexión del elemento, y varía dependiendo de la condición de sus vínculos extremos. Se obtiene multiplicando un factor de longitud efectiva k por la longitud lateralmente no arriostrada l_u .

El factor de longitud efectiva k para las condiciones de vínculo más usuales es:

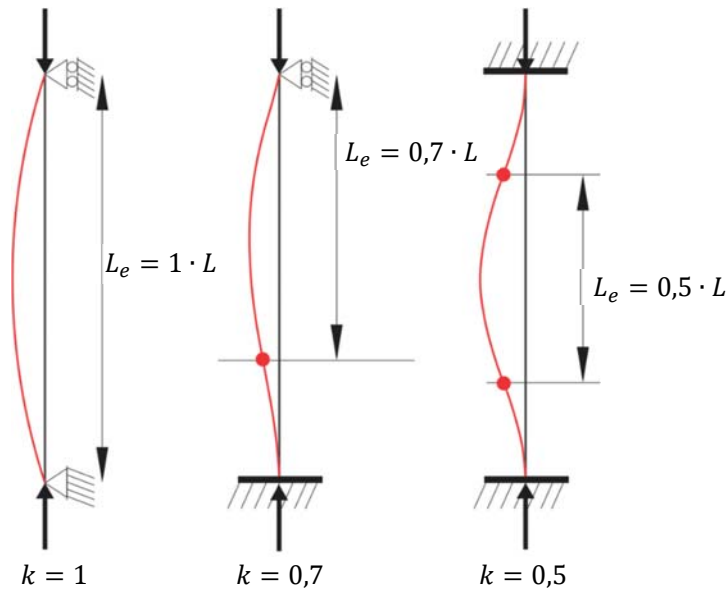


Fig. 11 – Factores de longitud efectiva usuales

El art. 10.12.1 del reglamento CIRSOC 201:2005 indica que para elementos comprimidos de pórticos indesplazables, el factor de longitud efectiva k debe ser igual a 1, a menos que se justifique por medio del análisis la utilización de un valor menor.

Si el pórtico no se encuentra arriostrado contra desplazamientos horizontales (dentro de una estructura con tabiques o cruces de San Andrés), aumentan considerablemente las longitudes efectivas de pandeo, alcanzando hasta el doble de la longitud real.

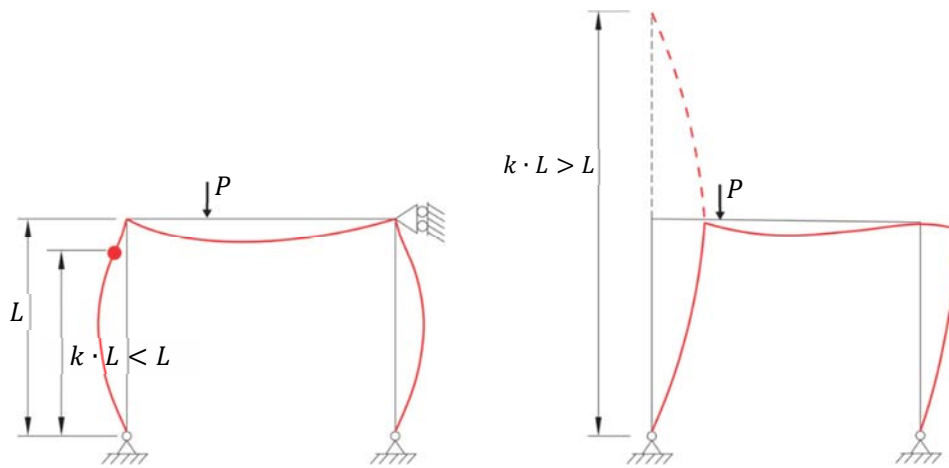


Fig. 12 – Longitud efectiva para pórticos indesplazables y desplazables

La longitud lateralmente no arriostrada l_u de un elemento comprimido es la distancia libre entre losas, vigas, capiteles, u otros elementos capaces de proporcionarle apoyo lateral en la dirección considerada.

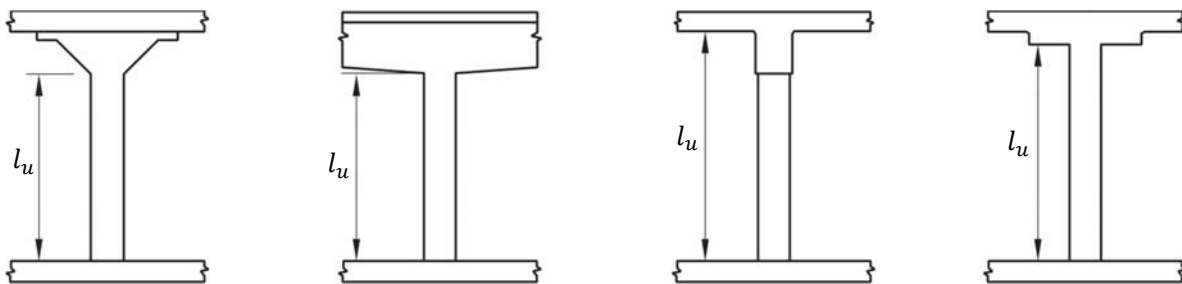


Fig. 13 – Longitud lateralmente no arriostrada

Para simplificar el cálculo, el reglamento CIRSOC 201:2005 en su art. 10.11.2, permite adoptar como radio de giro:

Para secciones rectangulares: $r = 0,3 \cdot h$

Para secciones circulares: $r = 0,25 \cdot h$

Siendo h , el ancho total de la sección en la dirección en la cual se está evaluando la estabilidad

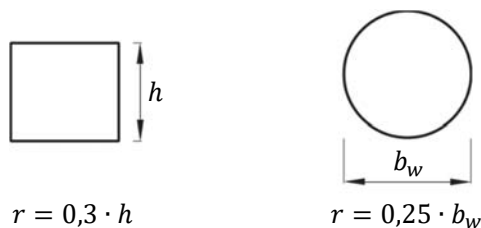


Fig. 14 – Radio de giro para secciones rectangulares y circulares

• Pandeo

Cuando el elemento comprimido es esbelto, su resistencia nominal está limitada por problemas de inestabilidad del equilibrio, tales como el pandeo.

El pandeo es fenómeno que produce que piezas sometidas a compresión pura se desplacen lateralmente produciendo una excentricidad que genera una flexión adicional. Esta flexión adicional, a su vez, deforma

aún más el elemento produciendo mayor excentricidad y momento. Este proceso iterativo puede llevar a la inestabilidad y rotura brusca de la estructura.

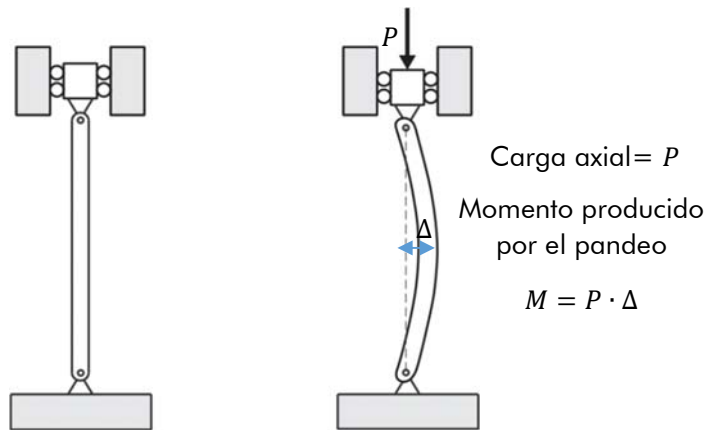


Fig. 15 – Efecto $P \Delta$ en columnas comprimidas

Los análisis estructurales comunes no consideran la estructura deformada por el pandeo, sino solo su posición inicial. El análisis de la respuesta a las cargas con la estructura ya deformada se realiza de forma iterativa y se denomina “de segundo orden”, o “P Delta” dado que el momento adicional es igual a la carga P por la distancia Δ .

- **Dimensionado**

El valor de resistencia nominal de un elemento comprimido, se ve entonces reducido por la esbeltez, a partir de un valor límite λ_{lim} . A mayor esbeltez, menor resistencia nominal.

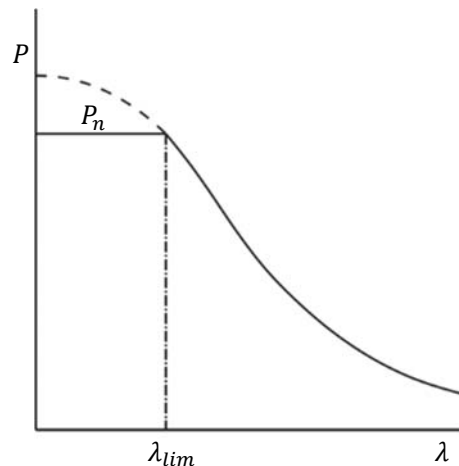


Fig. 16 – Disminución de la capacidad máxima de compresión por efecto de la esbeltez

Según el valor de esbeltez obtenido, puede determinarse la incidencia del pandeo en el dimensionado y en función de ello seleccionar el método de cálculo.

Para esbelteces mayores a 100, o columnas pertenecientes a pórticos desplazables, es conveniente no utilizar métodos simplificados, y realizar un análisis no lineal que tenga en cuenta las deformaciones en el cálculo de las solicitaciones (efecto P Delta).

En el caso de pórticos indesplazables, puede ignorarse el efecto de pandeo para esbelteces menores a:

$$\lambda \leq 34 - 12 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \leq 40$$

Donde

M_1 es el momento en el extremo de la barra de menor valor, en kNm

M_2 es el momento en el extremo de la barra de mayor valor, en kNm

$\left(\frac{M_1}{M_2}\right)$ debe ser positivo para columnas con deformada de simple curvatura y negativo para doble curvatura.

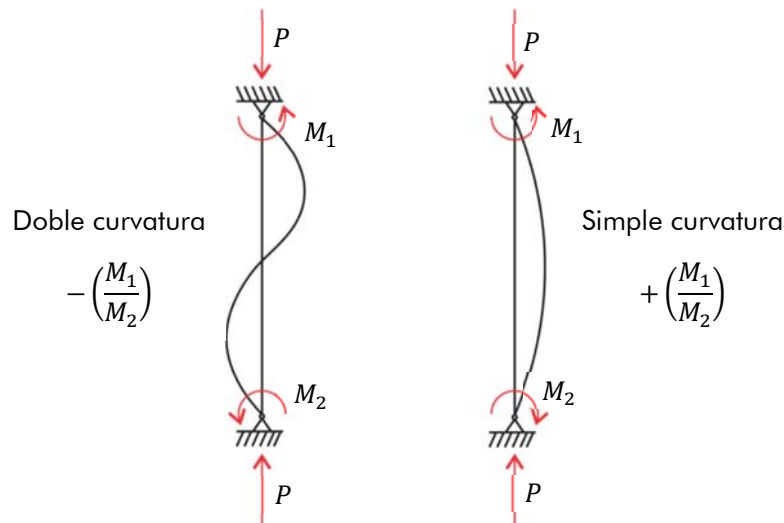


Fig. 17 – Signo del factor $\left(\frac{M_1}{M_2}\right)$ según curvatura producida

Si la esbeltez no es tan baja como para ignorarse, pero es menor a 100, pueden utilizarse métodos simplificados de dimensionado.

Método de momentos amplificados

Es un método simplificado para dimensionado a partir de incrementar los momentos obtenidos de un análisis elástico en primer orden.

El momento para dimensionado de columnas esbeltas es:

$$M_D = \delta \cdot M_U$$

Donde

M_U es el mayor de los momentos en los extremos de la columna, en valor absoluto

δ es el factor de amplificación igual a:

$$\delta = \frac{C_m}{1 - \frac{P_U}{0,75 \cdot P_C}}$$

Donde

$$C_m = 0,6 + 0,4 \cdot \frac{M_1}{M_2} \geq 0,4$$

M_1 es el momento en el extremo de la barra de menor valor, en kNm

M_2 es el momento en el extremo de la barra de mayor valor, en kNm

$\left(\frac{M_1}{M_2}\right)$ debe ser positivo para columnas con deformada de simple curvatura y negativo para doble curvatura.

P_C es la carga crítica de Euler, a partir de la cual se produce pandeo $P_C = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{(k \cdot l)^2}$

$E \cdot I$ es el producto del módulo de elasticidad del hormigón y la inercia de la sección, que nos indica la rigidez de la columna

Para la determinación de la rigidez se debe considerar la fisuración, la no linealidad del hormigón y la fluencia lenta. Estudios analíticos y experimentales indican que se puede obtener simplificadaamente con:

$$EI = \frac{0,4 \cdot E_c \cdot I_g}{1 + \beta_d}$$

Donde

E_c es el módulo de elasticidad del hormigón $E_c = 4700 \sqrt{f'_c}$

I_g es el momento de inercia de la sección bruta $I_g = \frac{b \cdot h^3}{12}$ para secciones rectangulares (con h paralela a la dirección de análisis) o $I_g = \frac{\pi \cdot r^4}{4}$ para secciones circulares

β_d es el factor que tiene en cuenta la fluencia lenta y es la relación entre la carga axil permanente mayorada, y la carga axil mayorada total (permanente más sobrecarga), en general para edificios convencionales de viviendas ronda 0,7.