

ESTRUCTURAS DE TRACCION

Consideremos el caso más simple de una estructura de tracción: un cable sujeto en sus extremos y cargado con una fuerza P como indica la Figura 1. Para conocer la magnitud de los esfuerzos internos s_1 y s_2 a que está sometido el cable, basta con descomponer gráficamente la fuerza P en las dos direcciones AC y CB conocidas, ya que la luz L y la flecha H son datos conocidos.

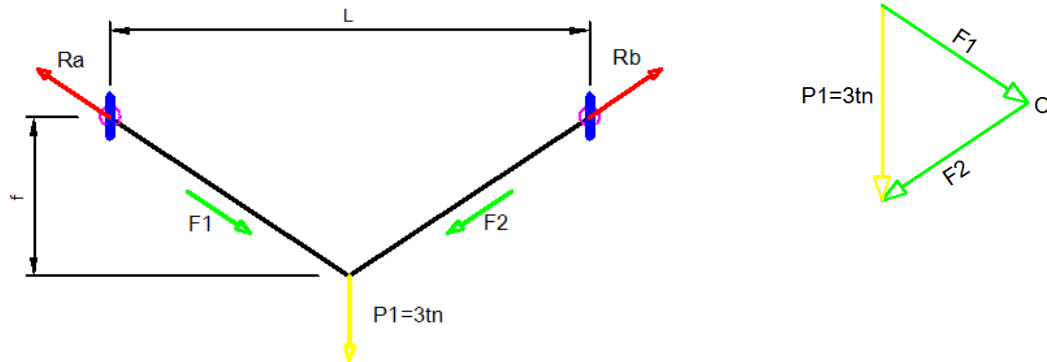


Figura 1

Supongamos que ahora la estructura se carga con dos fuerzas iguales simétricas. Para conocer los esfuerzos s_1 , s_2 y s_3 bastará descomponer P_1 en las dos direcciones CD y DB , como muestra la Figura 2.

Se puede observar que la forma de equilibrio que toma el cable no es otra cosa que un polígono funicular de las cargas que actúan sobre él.

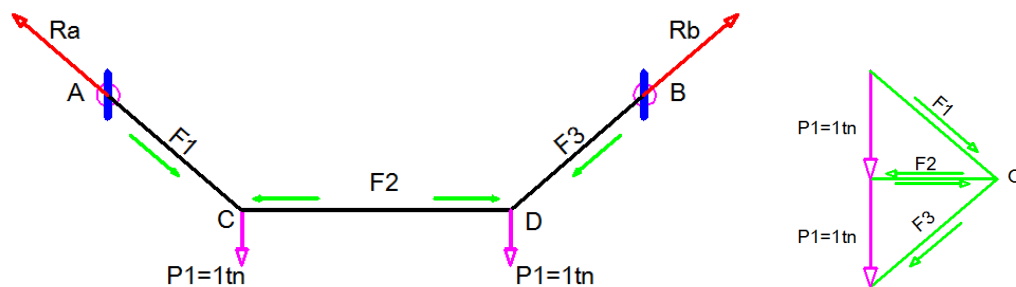


Figura 2

Para cada tipo de cargas el cable toma la forma de equilibrio adecuada para trabajar exclusivamente a la tracción. Si se modifican las cargas, la forma del cable varía.

Es fácil comprender que si el número de fuerzas aumenta, la longitud de los lados de la poligonal disminuye, tendiendo a transformarse en una curva funicular en vez de un polígono funicular.

Si la carga estuviera uniformemente repartida a lo largo de la directriz del cable, la forma de equilibrio sería una catenaria.

Si la carga que gravita sobre el cable estuviera uniformemente repartida en proyección horizontal la forma de equilibrio sería una parábola.

A los fines de simplificar los cálculos de los esfuerzos en el cable aún en el caso que reciba carga repartida a lo largo de su longitud y siempre que la relación flecha - luz varíe entre el 5 y el 15% se puede considerar que la forma del cable es parabólica.

DETERMINACION DE EFUERZOS

- Solución Gráfica

Se asimila la carga uniforme a un conjunto de pequeñas cargas concentradas, como se indica en la Figura 3. El polígono de fuerzas es una parábola. La dirección de las tangentes extremas se determina fácilmente sabiendo que se cortan en un punto **I** tal que $CI = 2f$.

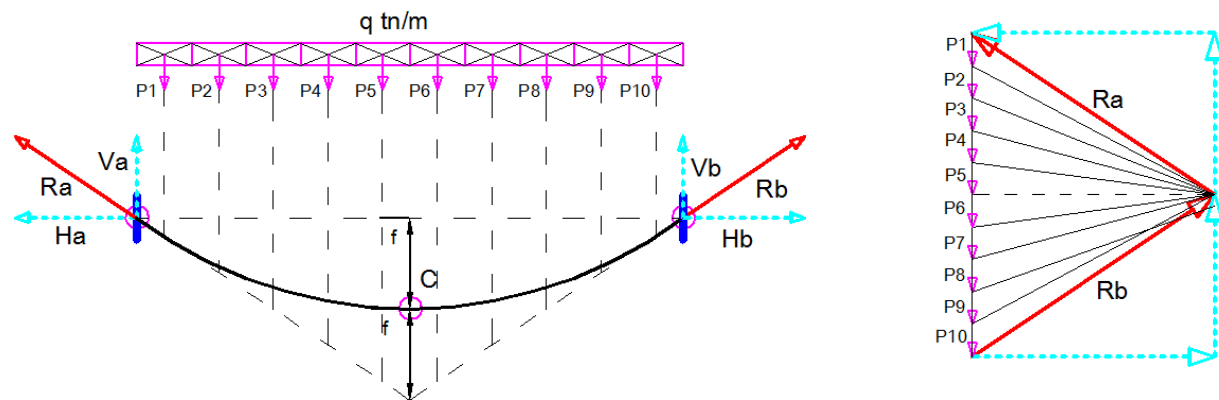


Figura 3

Conocida la dirección de las tangentes extremas, se puede conocer gráficamente el valor de las reacciones de apoyo y determinar el polo **O** del polígono de fuerzas. El mismo nos muestra que el esfuerzo en el cable es el máximo en los arranques y mínimo en el punto central.

Si descomponemos la carga total en las dos direcciones de las tangentes obtenemos el valor de los esfuerzos en los arranques, que por otra parte son de igual magnitud y dirección y sentido contrario a las reacciones de apoyo.

Si descomponemos las reacciones de apoyo en una vertical y una horizontal podemos obtener la magnitud de sus componentes **V** y **H**.

- Solución analítica

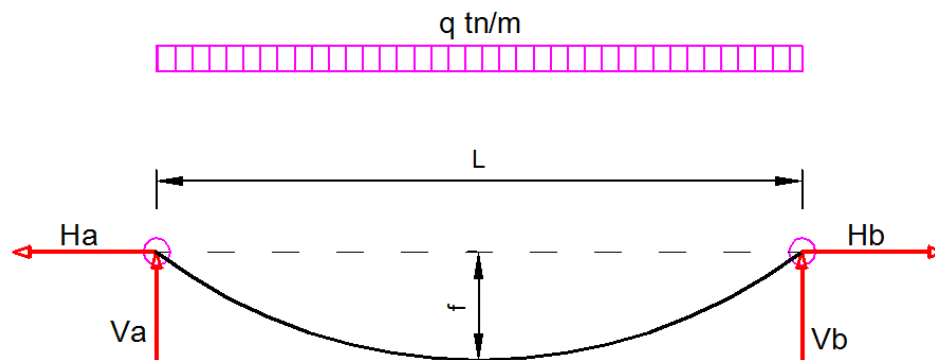


Figura 4

La carga por metro de proyección que gravita sobre el cable es q , ver figura 4.

Entonces: $V_a = V_b = \frac{q \times l}{2}$

Para calcular H podemos escribir la ecuación que nos da el momento flector en una sección cualquiera del cable que será igual a cero pues se trata de una estructura de tracción pura, ver Figura 5.

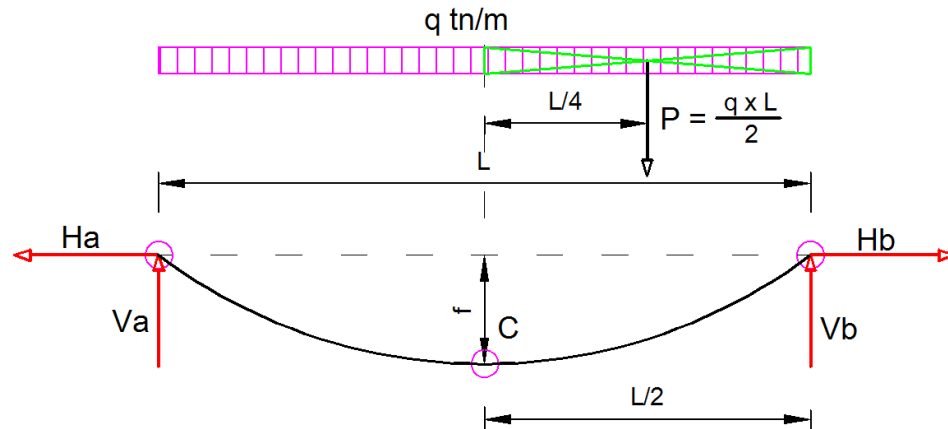


Figura 5

Se plantea la ecuación de momento flector en la sección que pasa por **C**, cuyas coordenadas conocemos.

$$M_{C_{der}} = P \times \frac{L}{4} - V_b \times \frac{L}{2} + H \times f = 0$$

Si reemplazamos:

$$M_C = \frac{q \times L}{2} \times \frac{L}{4} - \frac{q \times L}{2} \times \frac{L}{2} + H \times f = 0 \therefore H = \frac{q \times L^2}{8 \times f}$$

Conocidas las componentes quedan determinadas las reacciones, Figura 6.

$$R_a = \sqrt{V_a^2 + H_a^2} \quad R_b = \sqrt{V_b^2 + H_b^2}$$

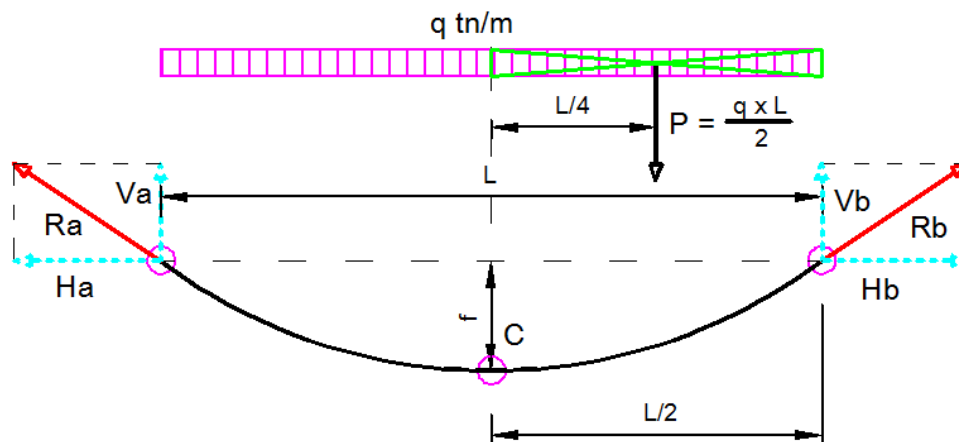


Figura 6

Aplicación

Una cubierta es soportada por cables colocados cada dos metros. La luz a cubrir es de 100 m y elegimos una flecha de 10 m, como muestra la Figura 7.

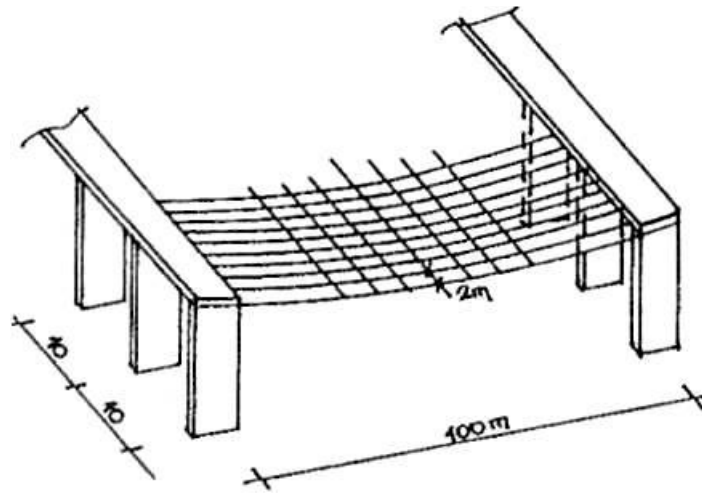


Figura 7

Del análisis de la cubierta obtenemos:

- Carga permanente: 160 kg/m^2
- Sobrecarga accidental: 40 kg/m^2
- TOTAL: 200 kg/m^2

Siendo la separación entre cables de 2 m, se calcula la incidencia de carga por cable será, para el esquema estructural graficado en la Figura 8.

$$q = 0,2 \text{ tn} \times 2 \text{ m} = 0,4 \text{ tn/m}$$

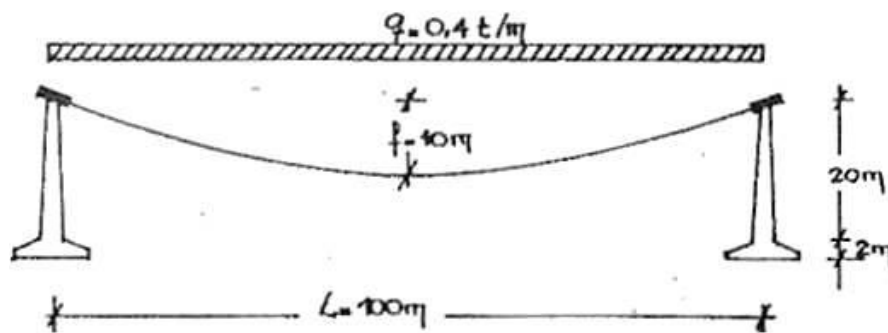


Figura 8

Se calculan las Reacciones de apoyo:

Componentes verticales:

$$V_a = V_b = \frac{q \times l}{2} = \frac{0,4 \text{ tn/m} \times 100 \text{ m}}{2} = 20 \text{ tn/cable}$$

Componentes horizontales:

$$H_a = H_b = \frac{q \times l^2}{8 \times f} = \frac{0,4 \text{ tn/m} \times (100 \text{ m})^2}{8 \times 10 \text{ m}} = 50 \text{ tn/cable}$$

Reacciones:

$$R_a = R_b = \sqrt{20^2 + 50^2} = 54 \text{ tn/cable}$$

El esfuerzo máximo en el arranque del cable será en consecuencia: 54 tn.

Para el dimensionado se calcula la carga de rotura, impactando la sollicitación de servicio (54 tn) con un coeficiente de seguridad.

$$P = 2 \times 54 \text{ tn} = 108 \text{ tn}$$

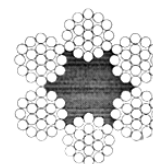
$$P = 108000 \text{ kg}$$

Utilizamos la Tabla N°1, para un cable flexible 6 cordones - 19 alambres - 1 alma textil, con una tensión de rotura de los alambres de 140 kg/mm², como se muestra en la Figura 9.

Tabla N° 1

Cable flexible

6 Cordones – 19 Alambres – 1 Alma textil



6 x 19 x 1

Diámetro del cable (mm.)	Peso aprox. (kg/m)	Cargas de rotura en kilogramos					
		110 kg/mm2	125 kg/mm2	140 kg/mm2	160 kg/mm2	175 kg/mm2	190 kg/mm2
24.00	2.170	25.210	28.650	32.080	36.670	40.110	43.540
25.40	2.320	26.800	30.460	34.110	38.990	42.640	46.300
27.00	2.740	31.900	36.250	40.600	46.400	50.750	55.100
28.00	2.930	33.700	38.300	42.890	49.020	53.620	56.210
29.00	3.050	35.550	40.400	45.240	51.710	56.560	61.400
31.00	3.560	41.380	47.020	52.600	60.190	65.830	71.470
32.00	3.780	43.100	48.800	55.780	63.180	69.100	75.030
34.00	4.280	49.850	56.650	63.440	72.510	79.310	86.100

Figura 9

Corresponde utilizar **dos cables flexibles de 6 x 19 x 1 de diámetro Ø 32 mm.**

Carga de Rotura por cable: 55780 kg.

Carga de Rotura total:

$$2 \times 55780 \text{ kg} = 111560 \text{ kg} > 108000 \text{ kg. VERIFICA}$$

Cálculo de solicitaciones en la viga inclinada que recibe los cables:

Dada la separación de 2 m entre cables, la viga donde se anclan los mismos, estará sometida a los esfuerzos:

- Componente vertical de la acción del cable sobre la viga: 10 tn/m
- Peso propio de la viga ($b = 50$ cm; $d = 200$ cm): 2,40 tn/m
- Componente horizontal de la acción del cable sobre la viga: 25 tn/m

Si a la viga le damos la inclinación del vector resultante de la carga, como se indica en la Figura 10, podemos verificarla a flexión simétrica, soportando una carga $q_v = 28$ tn/m.

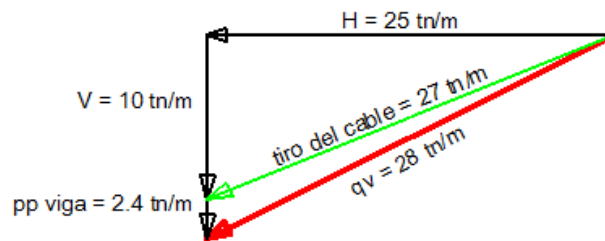


Figura 10

Se diseña la viga entonces dándole una inclinación de manera que la resultante de la acciones del cable sobre ella y de su peso propio coincidan con el eje de simetría de la sección, Figura 11.

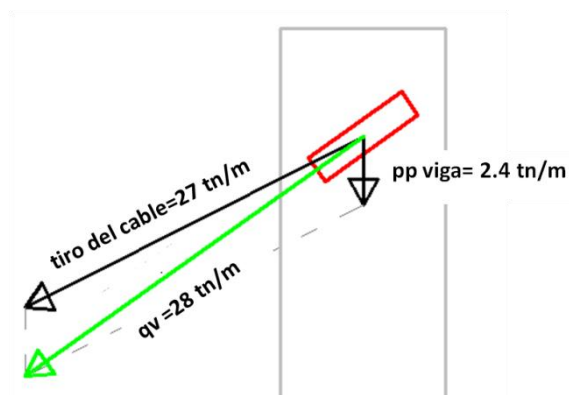


Figura 11

Se plantea el esquema de cargas para la viga considerándola como viga continua de varios tramos, para el cálculo de solicitaciones de flexión, como muestra la Figura 12:

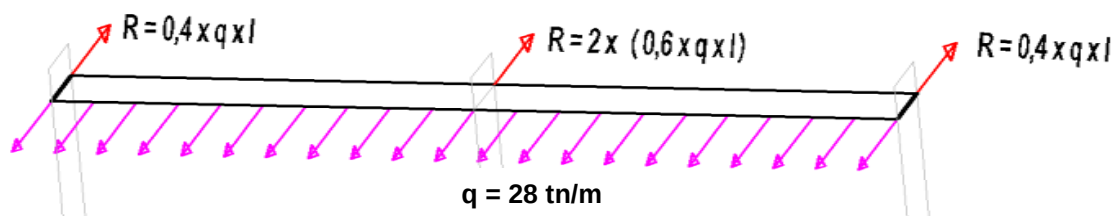


Figura 12

$$M_{\max} = \frac{q \times l^2}{12} = \frac{28 \text{ tn/m} \times (10 \text{ m})^2}{12} = 233 \text{ tm}$$

Para un ancho $b = 50 \text{ cm}$ y $d = 200 \text{ cm}$, el momento admisible será:

$$M_{\text{adm}} = \frac{b \times h^2}{K_h^2} = \frac{50 \times 195^2}{7,02^2} = 38580 \text{ tcm}$$

$$M_{\text{adm}} = 385 \text{ tm} > 233 \text{ tm}$$

Para el cálculo de reacciones se puede utilizar el método aproximado de áreas de influencia considerando la continuidad, como se muestra en la Figura 12.

Verificamos ahora la columna con una sección dada a priori de $1,00 \times 3,00 \text{ m}$ en la zona más solicitada (**A-A**), ver figura 13.

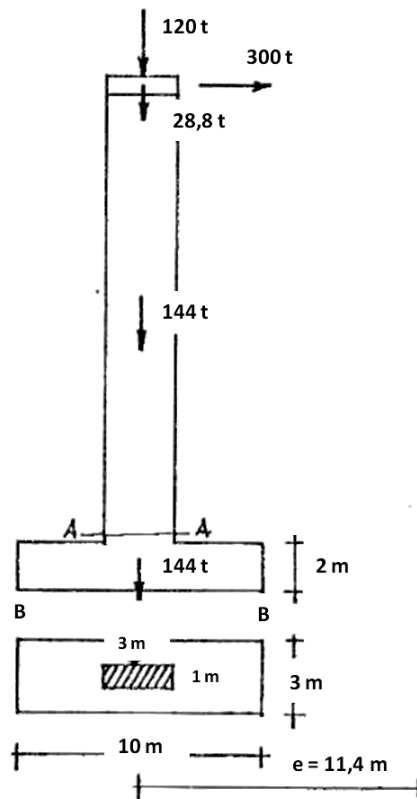


Figura 13

Los cables por intermedio de la viga superior transmiten a la columna un esfuerzo normal:

- $N_{\text{cable}} = 2 \times 0,60 \times 10 \text{ tn/m} \times 10 \text{ m} = 120 \text{ tn}$
- $\text{Peso propio viga} = 2 \times 0,60 \times 2,40 \text{ tn/m} \times 10 \text{ m} = 28,80 \text{ tn}$
- $\text{Peso propio columna} = 144 \text{ tn}$

El esfuerzo normal resultante es: $N_{\text{total}} = 120 \text{ tn} + 28,80 \text{ tn} + 144 \text{ tn} = 292,80 \text{ tn}$

El momento flector generado por la componente horizontal que transmite la viga es:

- $H_{\text{cable}} = 2 \times 0,60 \times 25 \text{ tn/m} \times 10 \text{ m} = 300 \text{ tn}$

$$M_{\text{vuelco}} = 300 \text{ tn} \times 20 \text{ m} = 6000 \text{ tm}$$

$$\text{excentricidad} = e = \frac{M}{N} = \frac{6000}{292,8} = 20,49 \text{ m}$$

$$\frac{e}{d} = \frac{20,49 \text{ m}}{3 \text{ m}} = 6,80$$

$$M_{\text{adm}} = \frac{b \times h^2}{K_h^2} = \frac{100 \times 295^2}{7,02^2} = 176000 \text{ tcm}$$

$$M_{\text{adm}} = 1760 \text{ tm} < M_{\text{solicitante}} = 6000 \text{ tm} \quad \text{NO VERIFICA}$$

Hay que aumentar la sección de la columna por ejemplo. $b = 150 \text{ cm}$ $d = 500 \text{ cm}$.

$$M_{\text{adm}} = \frac{b \times h^2}{K_h^2} = \frac{150 \times 495^2}{7,02^2} = 745808,68 \text{ tcm}$$

$$M_{\text{adm}} = 7458,09 \text{ tm} < M_{\text{solicitante}} = 6000 \text{ tm} \quad \text{VERIFICA}$$

En la sección **B-B** habrá que encontrar la excentricidad de las cargas que actúan para ver si el esquema de apoyo proyectado es estable, ver Figura 13.

Considerando ahora el peso propio de la columna de $B = 1,50 \text{ m}$ $d = 5,00 \text{ m}$ y una base de $3 \text{ m} \times 10 \text{ m}$ por 2 m de espesor, el esfuerzo normal resultante será:

$$N = 120 \text{ tn} + 28,80 \text{ tn} + (1,50 \text{ m} \times 5 \text{ m} \times 20 \text{ m} \times 2,40 \text{ tn/m}^3) + 144 \text{ tn} = 652,80 \text{ tn}$$

$$M = 300 \text{ tn} \times 22 \text{ m} = 6600 \text{ tm}$$

$$\text{excentricidad} = e = \frac{M}{N} = \frac{6600}{652,80} = 10,11 \text{ m} > \frac{1}{3}$$

La resultante sale fuera de la base, habrá que buscar otra solución.

- Alternativa 1: proyectar una base mayor y excéntrica

Predimensionamos una base excéntrica de $5 \text{ m} \times 15 \text{ m} \times 2 \text{ m}$ y verificamos si la resultante de las cargas que actúan cae dentro de la base, ver Figura 14.

El esfuerzo normal en la sección **B-B** será:

$$N = 120 \text{ tn} + 28,80 \text{ tn} + 360 \text{ tn} + 360 \text{ tn} = 868,80 \text{ tn}$$

El momento de las fuerzas actuantes respecto al centro de la base será:

$$M_c = 300 \text{ tn} \times 22 \text{ m} - (120 \text{ tn} + 28,80 \text{ tn} + 360 \text{ tn}) \times 5 \text{ m} = 4056 \text{ tm}$$

$$\text{excentricidad} = e = \frac{M}{N} = \frac{4056 \text{ tm}}{868,80 \text{ tn}} = 4,66 \text{ m} < \frac{1}{3}$$

Con esta excentricidad la tensión máxima a que estará solicitado el terreno será:

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{2 \times 868,80 \text{ tn}}{6,99 \text{ m} \times 5 \text{ m}} = 49,70 \text{ tn/m}^2 = 4,97 \text{ kg/cm}^2$$

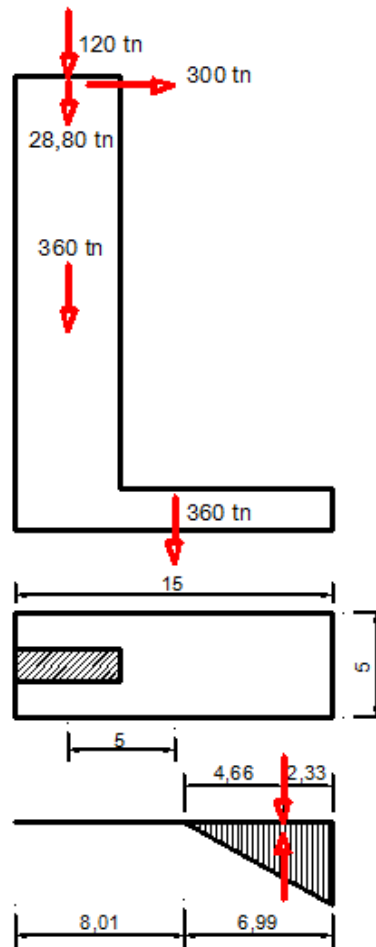


Figura 14

Es conveniente hacer una verificación al vuelco del soporte tomando momentos respecto al punto **B'**.

$$M_{\text{vuelco}} = 300 \text{ tn} \times 22 \text{ m} = 6600 \text{ tm}$$

$$M_{\text{estabiliz}} = (120 \text{ tn} + 28,80 \text{ tn} + 360 \text{ tn}) \times 12,50 \text{ m} + 360 \text{ tn} \times 7,50 \text{ m} = 8805,60 \text{ tm}$$

El coeficiente de seguridad al vuelco:

$$\text{Coef}_{\text{seg}} = \frac{M_{\text{estabiliz}}}{M_{\text{vuelco}}} = \frac{8805,60}{6600} = 1.33$$

El coeficiente de seguridad de vuelco es un poco bajo, convendría que sea por lo menos igual a 1.5.

Para optimizar el comportamiento del soporte, podríamos darle una inclinación de manera que el Momento estabilizante aumente, sin aumentar significativamente el volumen de hormigón utilizado.

- Alternativa 2: Soporte compuesto por columna y tensor

Se colocan tensores a las columnas de manera tal que las fuerzas aplicadas en la cabeza de cada columna se transmitan a tierra, tal como se indica en la Figura 15.

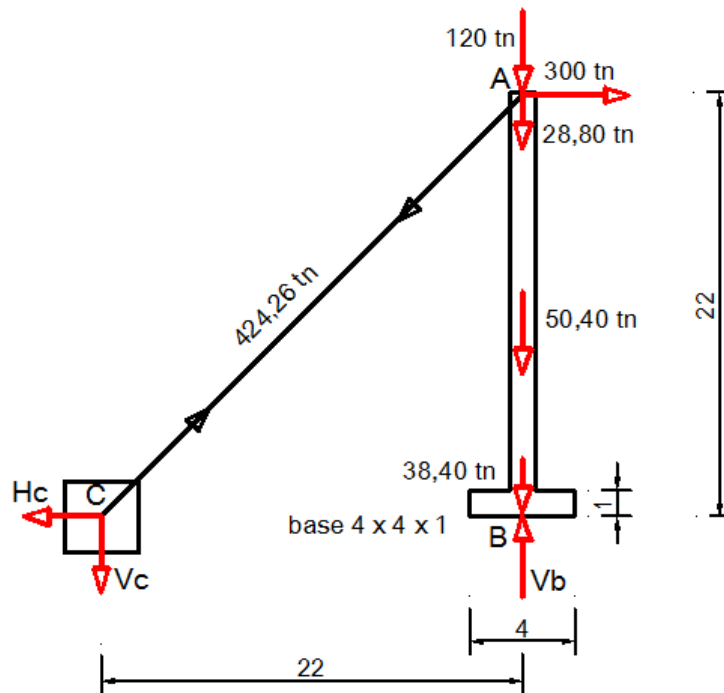


Figura 15

Se adopta una columna de sección cuadrada de 1 m de lado y 22 m de altura, y una base de 4 m x 4 m x 1 m, cuyo peso propio es:

$$pp_{col} = 1,00 \text{ m} \times 1,00 \text{ m} \times 21 \text{ m} \times 2,40 \text{ tn/m}^3 = 50,40 \text{ tn}$$

$$pp_{base} = 4,00 \text{ m} \times 4,00 \text{ m} \times 1,00 \text{ m} \times 2,40 \text{ tn/m}^3 = 38,40 \text{ tn}$$

En los apoyos se desarrollan fuerzas reactivas que calcularemos aplicando las condiciones de equilibrio.

Para el sistema estructural que forman el tensor **AC** y la columna **AB** podemos escribir:

Σ momentos respecto al punto **C**

$$\Sigma_{M_C} = 0 = (120 \text{ tn} + 28,80 \text{ tn} + 50,40 \text{ tn} - 38,40 \text{ tn}) \times 22 \text{ m} + 300 \text{ tn} \times 22 \text{ m} - V_b \times 22 \text{ m}$$

$$V_b = \frac{237,60 \text{ tn} \times 22 \text{ m} + 300 \text{ tn} \times 35 \text{ m}}{22 \text{ m}} = 537,60 \text{ tn}$$

Este valor representa el esfuerzo transmitido por la columna al terreno.

Σ proyecciones horizontales

$$\Sigma_x = 0 = 300 \text{ tn} - H_C \therefore H_C = 300 \text{ tn}$$

Σ momentos respecto al punto B

$$\Sigma_{M_B} = 0 = 300 \text{ tn} \times 22 \text{ m} - V_C \times 22 \text{ m} \quad \therefore V_C = 300 \text{ tn}$$

El arrancamiento que el cable tensor transmite al terreno es:

$$\overline{CA} = \sqrt{V_C^2 + H_C^2} = \sqrt{300^2 + 300^2} = 424,26 \text{ tn}$$

La absorción de este esfuerzo de arrancamiento constituye uno de los mayores problemas en este tipo de estructuras. Una posible solución es la de utilizar un **“muerto de fundación”**, que consiste en un volumen prismático de Hormigón cuya masa genere una reacción igual o mayor que la componente vertical V_b de la carga de tracción transmitida por los cables o barras.

La carga de tracción T se descompone en una vertical V que tiende a arrancar el “muerto” y otra horizontal H que tiende a desplazarlo.

- Verificación al arrancamiento R_v ($V_C = 300 \text{ tn}$)

Se propone un prisma de 7 m x 7 m de lado, y en función de estos valores se despejará la altura adoptando un coeficiente de seguridad igual a 2, de manera que se equilibre el arrancamiento por peso propio (R_w), ver Figura 16.

Para calcular el valor de R_v (peso total de la fundación de anclaje) se parte entonces de la siguiente igualdad:

$$R_w = 2 \times R_v \quad 2 \times V_C = 7 \text{ m} \times 7 \text{ m} \times h \text{ (m)} \times 2400 \text{ kg/m}^3 \quad \therefore h = \frac{2 \times 300000 \text{ kg}}{7 \text{ m} \times 7 \text{ m} \times 2400 \text{ kg/m}^3} = 5,10 \text{ m}$$

- Verificación al deslizamiento R_h ($H_C = 300 \text{ tn}$)

El deslizamiento se evita principalmente por:

- R_{e0} : Resistencia lateral del terreno, ejercida por el empuje de reposo E_0 .
- R_f : Rozamiento de la base R_b y los laterales R_l del cimiento con el terreno: $R_f = R_b + R_l$

La resistencia total al deslizamiento será entonces: $R_h = R_e + R_f$, Figura 16.

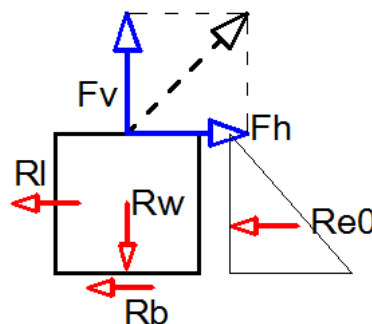


Figura 16

La resistencia lateral del terreno es el recurso más importante y más fiable a la hora de estabilizar la fuerza horizontal aplicada a la fundación, ya que si la fuerza vertical de arrancamiento fuera igual al peso de la fundación, el rozamiento de la base sería igual a cero. También puede ocurrir que el rozamiento de las paredes laterales sea nulo, debido a la lluvia o la humedad del terreno.

En el caso de la fuerza de deslizamiento se debe cumplir: $R_{e0} \geq 1,5 F_h$

Para un suelo con los siguientes datos:

- densidad $\gamma = 1900 \text{ t/m}^3$
- ángulo de rozamiento interno del suelo $\phi = 35^\circ$
- coeficiente del empuje en reposo $K_0 = 0,4$

$$E_0 = b \times 1/2 \times K_0 \times \gamma \times h^2 = 3,5 \text{ m} \times 0,4 \times 1900 \times 5,1^2 = 69180 \text{ kg} \ll 1,5 \times 300000 \text{ kg} \text{ NO VERIFICA}$$

Este tipo de fundación es recomendable cuando las fuerzas de tracción son inferiores a 8 tn, debido a que para cargas mayores, como las del ejemplo, será necesario un volumen de grandes dimensiones para equilibrar las tracciones que generan arrancamiento y para estabilizar el deslizamiento.

Como alternativa se debería proponer, si el tipo de suelo lo permite, una fundación que consiste en un cabezal en el que se anclan los tensores de la estructura, y del cual nacen los **pilotes de tracción inclinados**.

La función del cabezal es transferir las cargas transmitidas por los tensores, y que generan el arrancamiento, a los pilotes que trabajan por fricción con el terreno circundante, ver Figura 17.

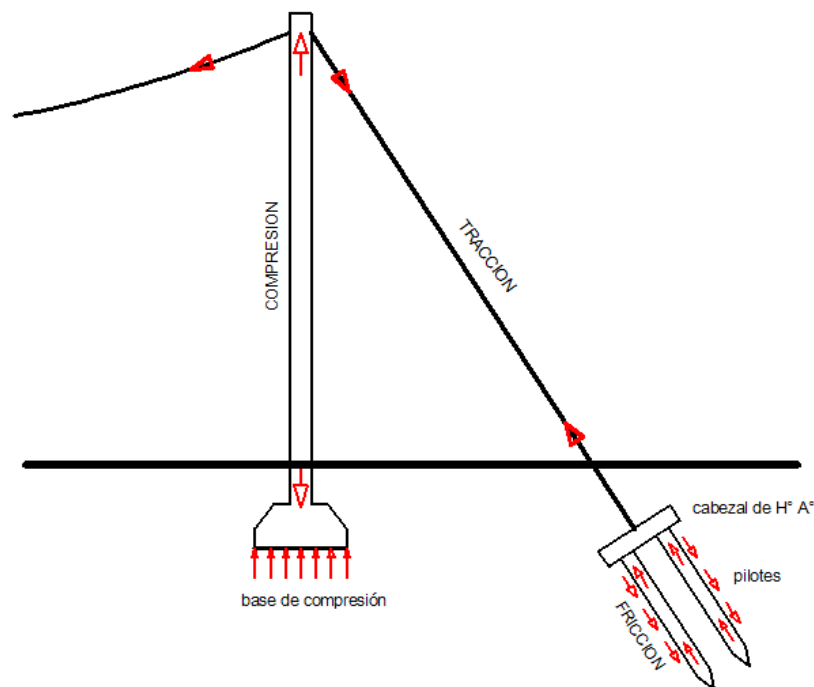


Figura 17

El coeficiente de fricción se obtiene por ensayos de suelo y depende del ángulo de rozamiento interno. La capacidad portante de los pilotes se puede calcular multiplicando la superficie lateral de los mismos por el coeficiente de fricción del suelo y por el número de pilotes:

$$P = \pi \times D \times L \times f \times N^\circ$$

donde:

N° = cantidad de pilotes

L = longitud

f = coeficiente de fricción

CABLES CON APOYO A DISTINTA ALTURA

Como los apoyos están a distinta altura, las reacciones verticales en A y B son distintas, ver Figura 18.

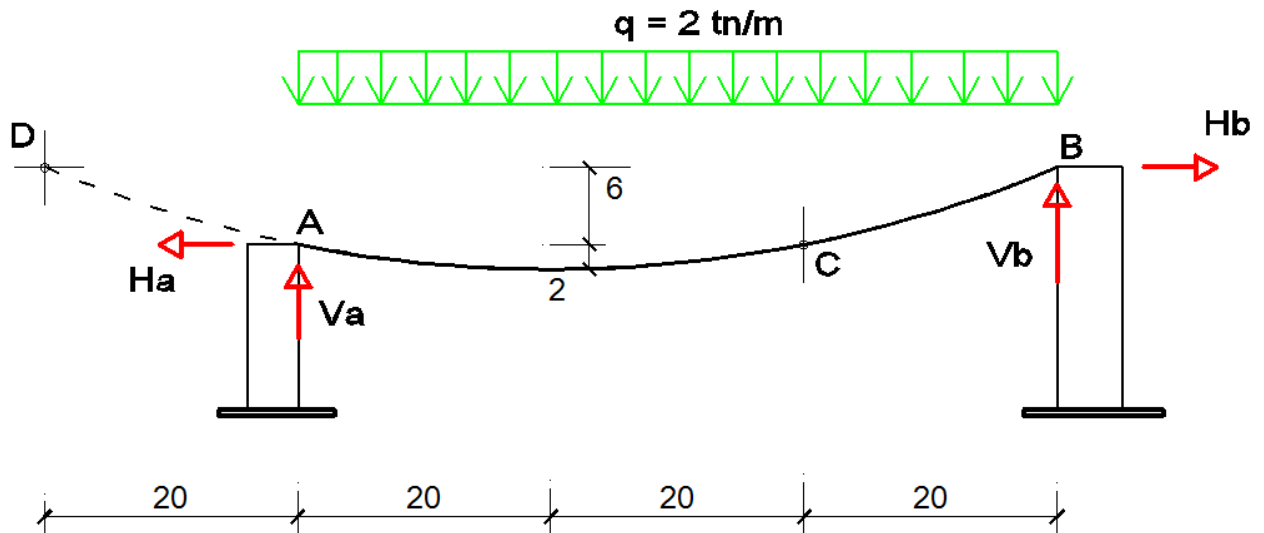


Figura 18

Se procede primero a determinar H_a considerando el cable que va desde A hasta C.

$$H_a = \frac{q \times l^2}{8 \times f} = \frac{2 \text{ tn/m} \times (40 \text{ m})^2}{8 \times 2 \text{ m}} = 200 \text{ tn}$$

También se podría considerar el cable ficticio D - B, para obtener el valor de H_b .

$$H_b = \frac{q \times l^2}{8 \times f} = \frac{2 \text{ tn/m} \times (80 \text{ m})^2}{8 \times 8 \text{ m}} = 200 \text{ tn}$$

$H_a = H_b$ ya que la componente H es constante en cualquier punto del cable cuando las cargas son verticales.

Para determinar V_a utilizamos la ecuación de equilibrio:

$$\sum M_B = V_a \times 60 \text{ m} + H_a \times 6 \text{ m} - 2 \text{ tn/m} \times 60 \text{ m} \times 30 \text{ m} = 0 \therefore V_a = 40 \text{ tn}$$

Para determinar V_b planteamos la ecuación $\sum M_A = 0$

$$\sum M_A = -V_b \times 60 \text{ m} + H_b \times 6 \text{ m} + 2 \text{ tn/m} \times 60 \text{ m} \times 30 \text{ m} = 0 \therefore V_b = 80 \text{ tn}$$

Para verificar los resultados podemos utilizar las siguientes ecuaciones de equilibrio de la estática:

$$\sum F_y = Q - V_a - V_b = 0 \therefore Q = V_a + V_b \rightarrow 2 \text{ t/m} \times 60 \text{ m} = 40 \text{ tn} + 60 \text{ tn} \text{ VERIFICA}$$

$$\sum F_x = H_a - H_b = 0 \therefore H_a = H_b \rightarrow 200 \text{ tn} = 200 \text{ tn} \text{ VERIFICA}$$

Otro modo de calcular las reacciones cuando los apoyos están a distinta altura, es considerar dos componentes de las reacciones para su cálculo: una vertical (V') y otra inclinada (I) en la dirección que corresponde a la línea que une los dos apoyos, para luego obtener gráficamente o por método analítico el valor de las reacciones V y H . (ver ejemplo resuelto de cable).

ESTRUCTURAS COLGANTES RIGIDIZADAS POR CABLES PRETENSADOS

Cuando la cubierta es liviana existe el peligro que la succión del viento invierta su forma; para evitar esto se puede colocar un sistema de cables de curvatura contraria al sistema original. Estos cables rigidizadores pueden estar en el mismo plano que el cable portante y se unen ambos por medio de pendolones. También pueden estar en planos perpendiculares y se unen por contacto directo.

Ejemplo de aplicación:

Estructura conformada por una pareja de cables (Cercha Jawerth), como muestra la Figura 19. Tiene un desarrollo en planta de 100 m de ancho por 150 m de longitud, con una Cercha cada 5 m unidas por correas metálicas, y cubierta de chapa acanalada de aluminio.

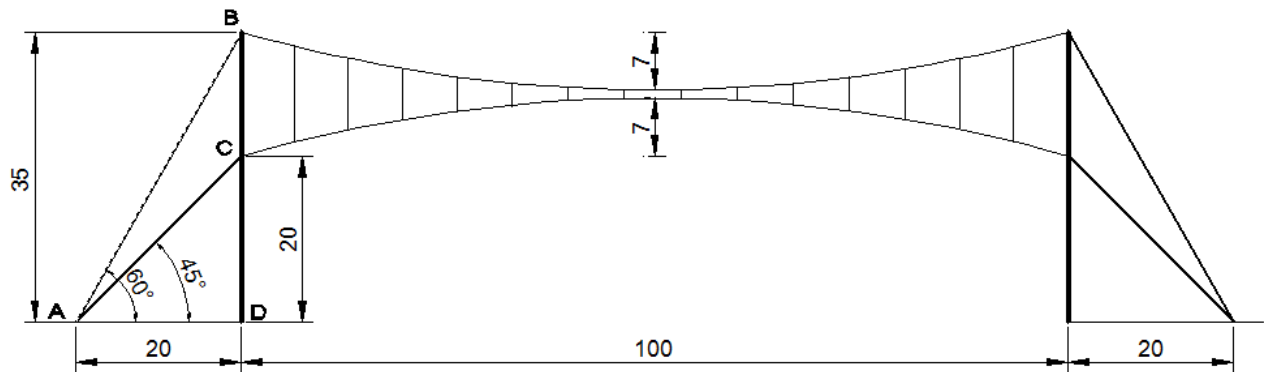


Figura 19

Con carácter simplificativo podemos considerar aproximadamente los siguientes valores:

- **estado g:** cargas permanentes $g = -20 \text{ kg/m}^2$ (incluidas Cerchas y correas)
- **estado v:** cargas de viento $L_W = 60 \text{ kg/m}^2$
- **estado n:** cargas de nieve $L_N = -50 \text{ kg/m}^2$

La estructura deformada alcanzará su punto más bajo para el estado **g + n**, y alcanzará su punto más alto para el estado **g + v**.

Es necesario comenzar con un estado inicial de pretensado (**estado 0**) tal que ambos cables queden sometidos a tracción para cualquiera de los dos estados límites, y solo se llegará a aflojar alguno de los cables cuando las sobrecargas de viento o nieve sea mayor o igual que **1.5** veces la sobrecarga prevista de servicio (1.5 es el **coeficiente de seguridad a la estabilidad**)

Suponemos ambos cables de igual curvatura y de igual sección y material: por lo tanto de igual rigidez.

- **Estado g**

Análisis de cargas:

$$q_g = g \times \text{sep} = -20 \text{ kg/m}^2 \times 5 \text{ m} = -100 \text{ kg/m}$$

Como ambos cables tienen la misma rigidez, la carga **g** se reparte por mitades entre ambos, a través de los pendolones, produciendo alargamientos (tracciones) en el cable superior y acortamientos (pérdidas de tracción o "compresión") en el cable inferior, Figura 20. El sentido de la flecha indica la naturaleza del esfuerzo.

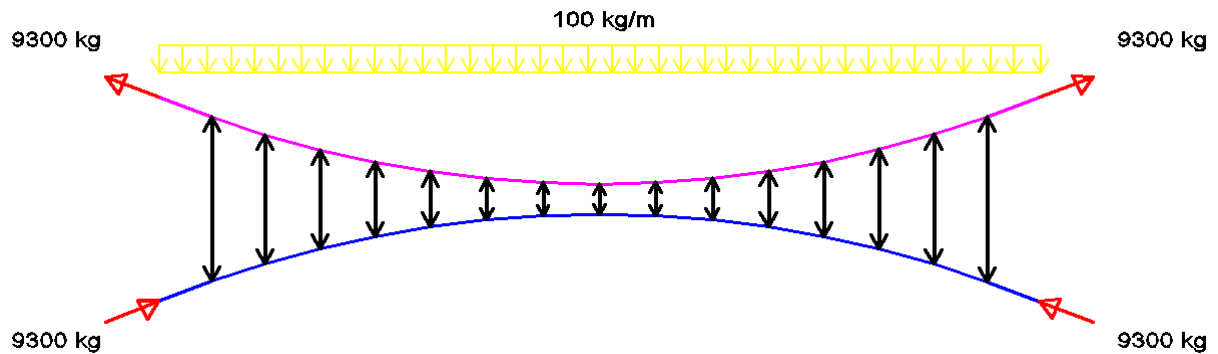


Figura 20

- $V = 2500 \text{ kg}$

$$V_a = V_b = \frac{q}{2} \times \frac{l}{2} = \frac{100 \text{ kg/m}}{2} \times \frac{100 \text{ m}}{2} = 2500 \text{ kg}$$

- $H = 8929 \text{ kg}$

$$H_a = \frac{q}{2} \times \frac{l^2}{8 \times f} = \frac{100 \text{ kg/m}}{2} \times \frac{(100 \text{ m})^2}{8 \times 7 \text{ m}} = 8929 \text{ kg}$$

- $R = 9300 \text{ kg}$

$$R_a = R_b = \sqrt{(2500 \text{ kg})^2 + (8929 \text{ kg})^2} = 9300 \text{ kg}$$

- Esfuerzo en pendolones: 50 kg/m (compresión), se transfiere la mitad de la carga de un cable a otro.

- **Estado v**

Análisis de cargas:

La carga de viento v es:

$$q_v = v \times \text{sep} = 60 \text{ kg/m}^2 \times 5 \text{ m} = 300 \text{ kg/m}$$

Se producen acortamientos (pérdidas de tracción o "compresión") en el cable superior y alargamientos (tracciones) en el cable inferior, Figura 21. El sentido de la flecha indica la naturaleza del esfuerzo.

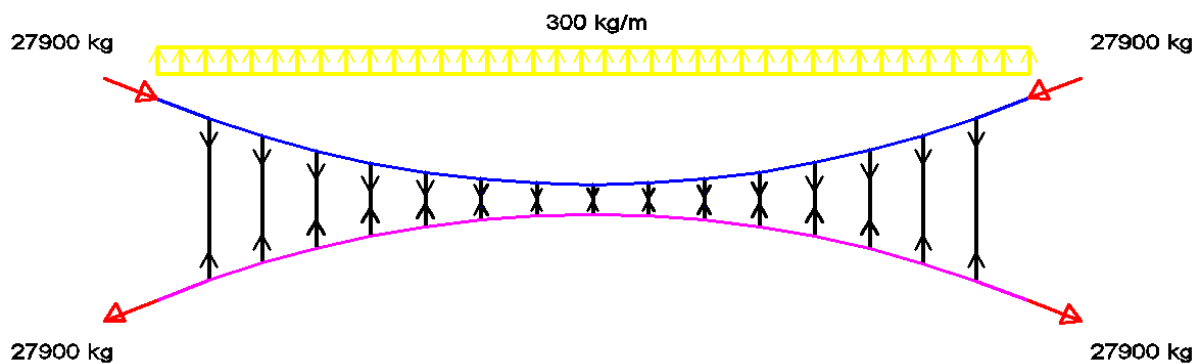


Figura 21

Los esfuerzos se obtienen:

- **V** = 7500 kg

$$V_a = V_b = \frac{q}{2} \times \frac{l}{2} = \frac{300 \text{ kg/m}}{2} \times \frac{100 \text{ m}}{2} = 7500 \text{ kg}$$

- **H** = 26787 kg

$$H_a = \frac{q}{2} \times \frac{l^2}{8 \times f} = \frac{300 \text{ kg/m}}{2} \times \frac{(100 \text{ m})^2}{8 \times 7 \text{ m}} = 26787 \text{ kg}$$

- **R** = 27900 kg

$$R_a = R_b = \sqrt{(7500 \text{ kg})^2 + (26787 \text{ kg})^2} = 27900 \text{ kg}$$

- Esfuerzo en pendolones: 150 kg/m (tracción), se transfiere la mitad de la carga de un cable a otro.

- **Estado n**

Análisis de cargas:

La carga de nieve **n** es:

$$q_n = n \times \text{sep} = -50 \text{ kg/m}^2 \times 5 \text{ m} = -250 \text{ kg/m}$$

Se producen alargamientos (tracciones) en el cable superior y acortamientos (pérdidas de tracción o "compresión") en el cable inferior, Figura 22. El sentido de la flecha indica la naturaleza del esfuerzo.

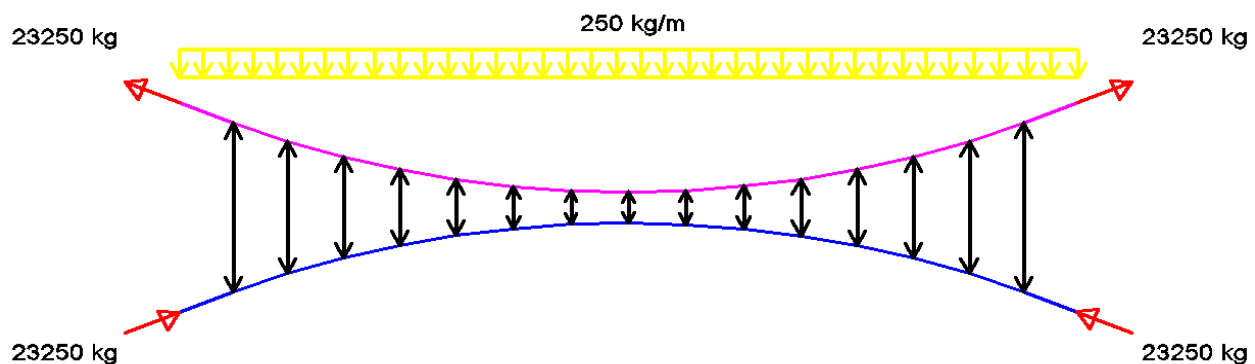


Figura 22

Los esfuerzos se obtienen:

- **V** = 6250 kg

$$V_a = V_b = \frac{q}{2} \times \frac{l}{2} = \frac{250 \text{ kg/m}}{2} \times \frac{100 \text{ m}}{2} = 6250 \text{ kg}$$

- **H** = 22322,5 kg

$$H_a = \frac{q}{2} \times \frac{l^2}{8 \times f} = \frac{250 \text{ kg/m}}{2} \times \frac{(100 \text{ m})^2}{8 \times 7 \text{ m}} = 22322,5 \text{ kg}$$

- $R = 23250 \text{ kg}$

$$R_a = R_b = \sqrt{(6250 \text{ kg})^2 + (22322,5 \text{ kg})^2} = 23250 \text{ kg}$$

- Esfuerzo en pendolones: 125 kg/m (compresión), se transfiere la mitad de la carga de un cable a otro.

- **Estado 0**

Se considera que ninguno de los cables deberá aflojarse hasta llegar a una carga 1.5 veces la carga de servicio (**1.5 es el coeficiente de seguridad a la estabilidad**).

El cable inferior tiende a aflojarse para el estado **g + n**

- $R = R_g + 1.5 R_n = 9300 \text{ kg} + 1.5 \times 23250 \text{ kg} = 44175 \text{ kg}$ (compresión)

El cable superior tiende a aflojarse con **g + v**

- $R = R_g + 1.5 R_v = 9300 \text{ kg} - 1.5 \times 27900 \text{ kg} = -32550 \text{ kg}$ (compresión)

La fuerza de pretensado deberá asegurar que ninguno de los dos cables se afloje, por lo tanto será necesario introducir una tracción previa de 44175 kg para que nunca quede un resultado de compresión (el valor del esfuerzo es el mayor y cubre ambos estados: $44175 \text{ kg} > 32550 \text{ kg}$), Figura 23.

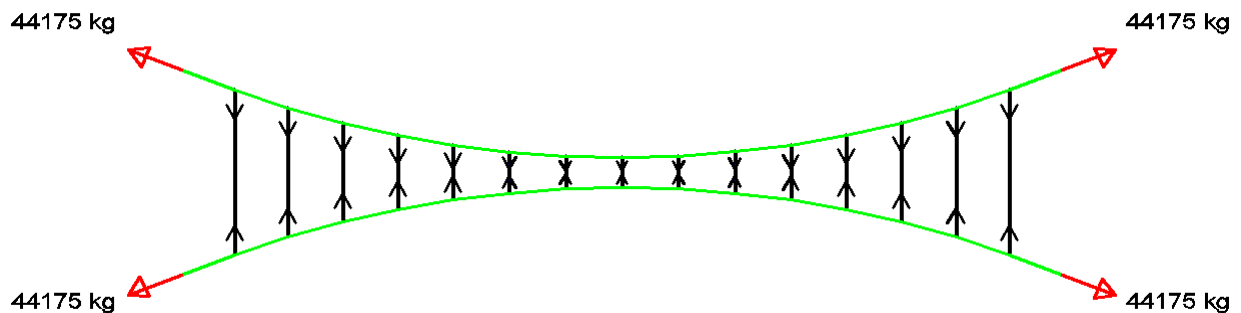


Figura 23

- $T_p = 44175 \text{ kg}$

- Esfuerzo en los pendolones surge por simple proporcionalidad con el estado g:

50 kg/m producen _____ R de 9300 kg

$x \text{ kg/m}$ producen _____ R de 44175 kg

$$x = 50 \times \frac{44175}{9300} = 237,8 \text{ kg/m (tracción)}$$

Con esto se completa la verificación de estabilidad de los cables con un **coeficiente de seguridad de 1,5** sobre las cargas de servicio.

- **Dimensionado**

Para verificar la resistencia de los cables se dimensionará con **cargas de servicio** afectada con un **coeficiente de seguridad a rotura** igual a **2**.

Para dimensionar se combinarán los estados que producen las deformaciones extremas de la estructura.

- Estado $0 + g + v$ (máximo levantamiento), Figura 24.

Cable superior $N_s = 44175 \text{ kg} + 9300 \text{ kg} - 27900 \text{ kg} = 25575 \text{ kg}$ (tracción)

Cable inferior $N_i = 44175 \text{ kg} - 9300 \text{ kg} + 27900 \text{ kg} = 62775 \text{ kg}$ (tracción)

En el **cable inferior** se produce la máxima sollicitación de tracción.

Pendolones $Q_p = 237,8 \text{ kg/m} - 50 \text{ kg/m} + 150 \text{ kg/m} = 337,8 \text{ kg/m}$

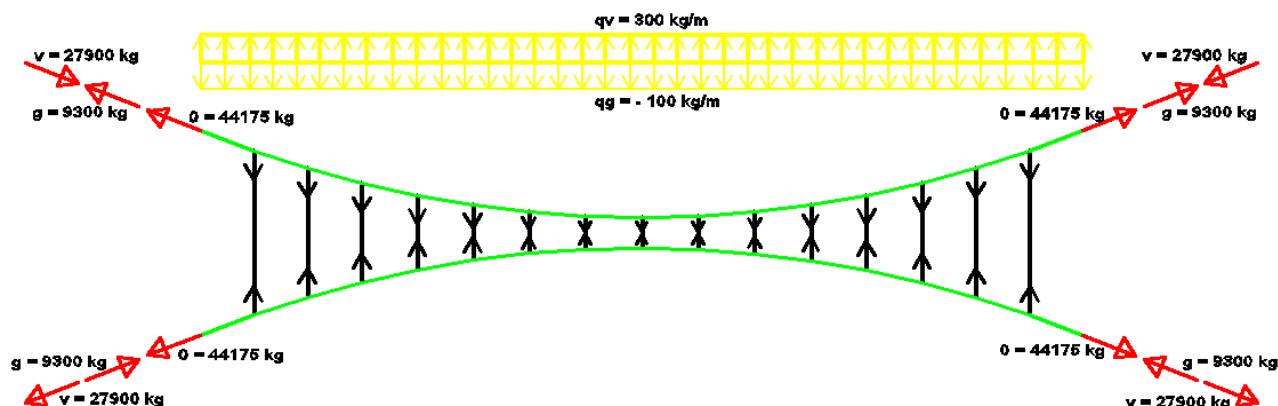


Figura 24

- Estado $0 + g + n$ (máximo descenso), Figura 25.

Cable superior $N_s = 44175 \text{ kg} + 9300 \text{ kg} + 23250 \text{ kg} = 76725 \text{ kg}$ (tracción)

Cable inferior $N_i = 44175 \text{ kg} - 9300 \text{ kg} - 23250 \text{ kg} = 11625 \text{ kg}$ (tracción)

En el **cable superior** se produce la máxima sollicitación de tracción.

Pendolones $Q_p = 237,8 \text{ kg/m} - 50 \text{ kg/m} - 125 \text{ kg/m} = 62,8 \text{ kg/m}$

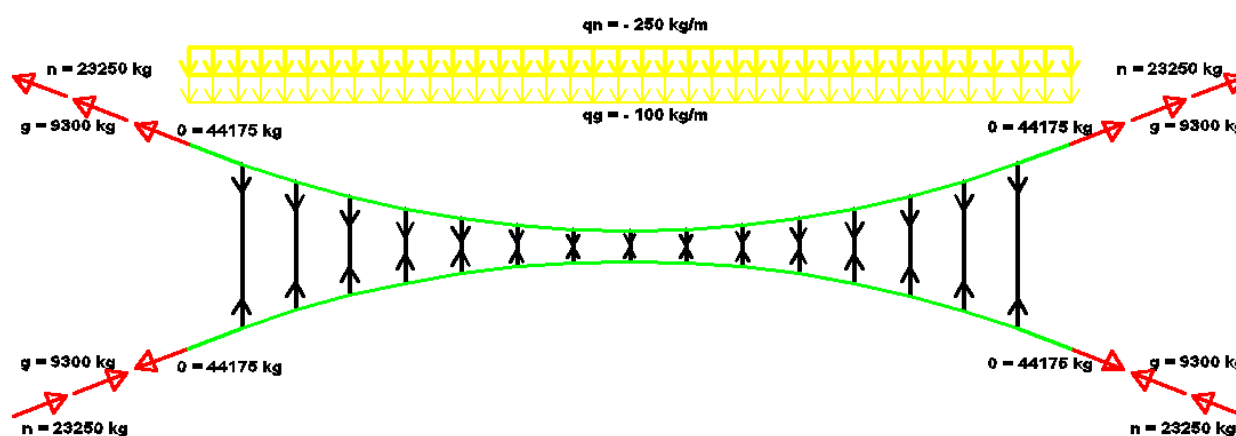


Figura 25

- Para dimensionar los cables se considera entonces el estado $0 + g + n$ (máximo descenso).

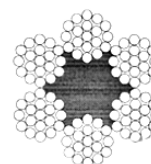
Cable superior $N_s = 44175 \text{ kg} + 9300 \text{ kg} + 23250 \text{ kg} = 76725 \text{ kg}$ (tracción)

A continuación se calcula la carga de rotura, impactando la sollicitación de servicio con un coeficiente de seguridad.

$$N_r = 2 \times 76725 \text{ kg} = 153450 \text{ kg}$$

Utilizamos la Tabla N°1, para un cable flexible 6 cordones - 19 alambres - 1 alma textil, con una tensión de rotura de los alambres de 160 kg/mm^2 , como se muestra en la Figura 26.

Tabla N° 1
Cable flexible
6 Cordones – 19 Alambres – 1 Alma textil



6 x 19 x 1

Diámetro del cable (mm.)	Peso aprox. (kg/m)	Cargas de rotura en kilogramos					
		110 kg/mm ²	125 kg/mm ²	140 kg/mm ²	160 kg/mm ²	175 kg/mm ²	190 kg/mm ²
24.00	2.170	25.210	28.650	32.080	36.670	40.110	43.540
25.40	2.320	26.800	30.460	34.110	38.990	42.640	46.300
27.00	2.740	31.900	36.250	40.600	46.400	50.750	55.100
28.00	2.930	33.700	38.300	42.890	49.220	53.620	56.210
29.00	3.030	35.350	40.400	45.240	51.710	56.560	61.400
31.00	3.560	41.380	47.020	52.660	60.190	65.830	71.470
32.00	3.730	43.430	49.360	55.780	63.180	69.100	75.030
34.00	4.280	49.850	56.650	63.440	72.510	79.310	86.100

Figura 26

Corresponde utilizar **tres cables flexibles de 6 x 19 x 1 de diámetro Ø 29 mm.**

Carga de Rotura por cable: 51710 kg.

Carga de Rotura total:

$$3 \times 51710 \text{ kg} = 155130 \text{ kg} > 153450 \text{ kg} \text{ VERIFICA}$$

- Para dimensionar los pendolones se considera entonces el estado **0 + g + v.**

$$\text{Pendolones } Q_p = 237,8 \text{ kg/m} - 50 \text{ kg/m} + 150 \text{ kg/m} = 337,8 \text{ kg/m}$$

$$\text{Separación entre pendolones: } 2\text{m} \quad N_p = 2\text{m} \times 337,8 \text{ kg/m} = 675,6 \text{ kg c/pendolón}$$

A continuación se calcula la carga de rotura (coeficiente de seguridad a la rotura igual a 2).

$$N_r = 2 \times 675,6 \text{ kg} = 1351,2 \text{ kg}$$

Utilizamos la Tabla N°1, para un cable flexible 6 cordones - 19 alambres - 1 alma textil, con una tensión de rotura de los alambres de 140 kg/mm^2 , como se muestra en la Figura 27.

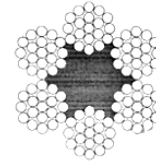
Corresponde utilizar **un cable flexible de 6 x 19 x 1 de diámetro Ø 4,76 mm.**

Carga de Rotura por cable:

$$1460 \text{ kg} > 1351,2 \text{ kg} \text{ VERIFICA}$$

Tabla Nº 1

Cable flexible
6 Cordones – 19 Alambres – 1 Alma textil



6 x 19 x 1

Diámetro del cable (mm.)	Peso aprox. (kg/m)	Cargas de rotura en kilogramos					
		110 kg/mm2	125 kg/mm2	140 kg/mm2	160 kg/mm2	175 kg/mm2	190 kg/mm2
4.76	0.111	1.000	1.040	1.200	1.460	1.600	1.740
6.00	0.135	1.570	1.780	2.000	2.200	2.500	2.710
6.35	0.150	1.720	1.960	2.190	2.510	2.740	2.980
7.00	0.177	2.070	2.360	2.640	3.020	3.300	3.590

Figura 26

- **Diseño de los soportes**

- **Estado 0 + g + v**

Los esfuerzos en los cables **AB** y **AC** y en las barras **BC** y **CD**, que se muestra en la figura 27, se obtienen por método de Cremona (apoyo reticulado), o aplicando un software de cálculo; lo importante es que en este estado se producirá el **máximo esfuerzo en AC**.

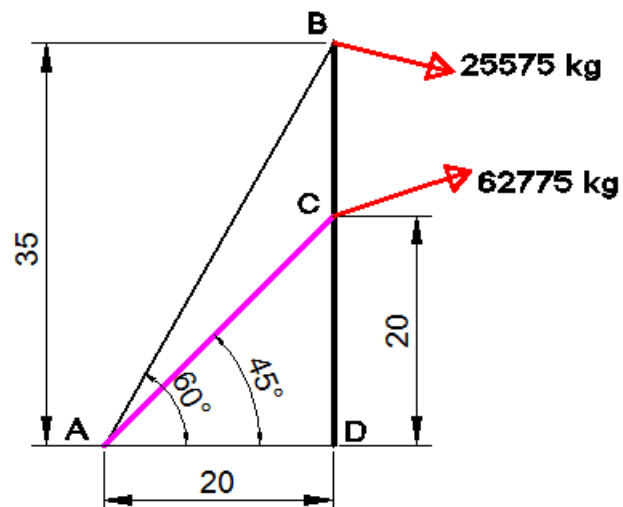


Figura 27

▪ Estado 0 + g + n

Para este estado, ver Figura 28, se obtienen los esfuerzos de igual modo que para el caso anterior, resultando ésta la situación más desfavorable para el cable **AB** y las barras **BC** y **CD**.

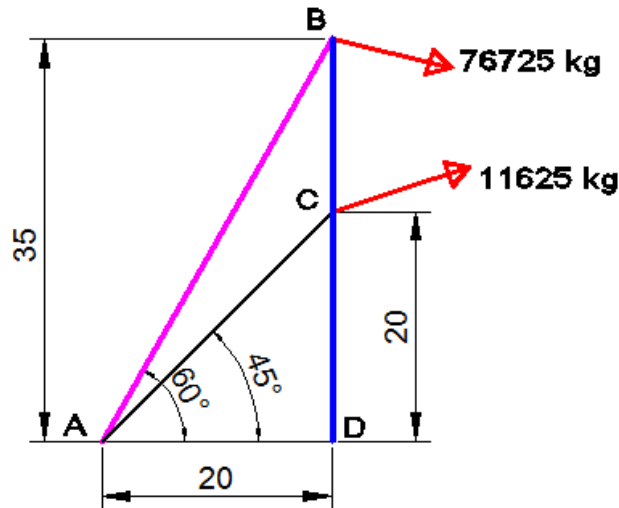


Figura 28

BIBLIOGRAFIA

- **GONORAZKY, S. (1996).** *Tensoestructuras*, Apuntes de Cátedra, Taller de Investigación de Diseño Estructural (TIDE), FAUD, UNC.
- **CARDONI, J. (1983).** *ESTRUCTURAS IV. Estructuras de Grandes Luces. Estructuras de Tracción Pura. Textos de Cátedra*, Córdoba, Dpto. Publicaciones FAUDI, UNC.
- **PERLES, P. (2002).** *Temas de Estructuras Especiales*, Buenos Aires, Argentina. Ed. Klickowski.
- **SASTRE, R. (2006).** *Los cimientos de las construcciones tensadas*. Publicación digital disponible en: <http://tecno.upc.es/download/arxiu/CimentacionesTensadas.pdf>