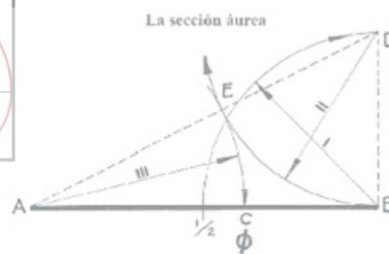
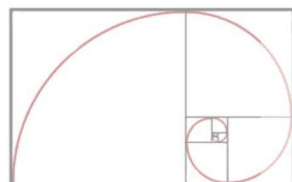
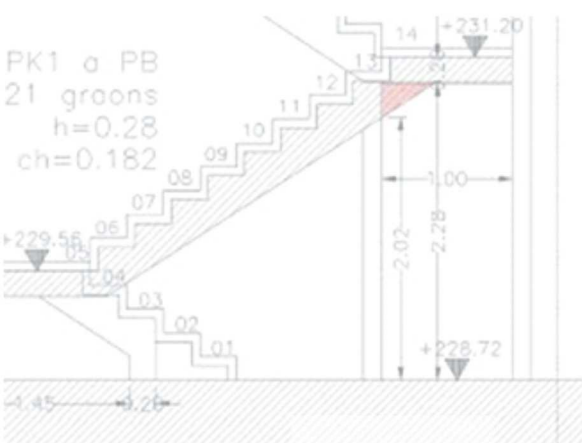
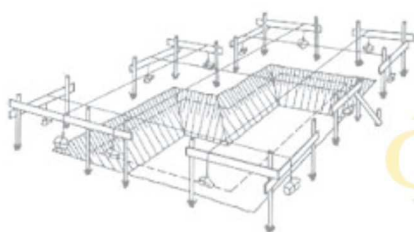
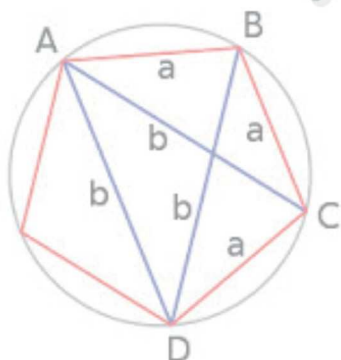


MATEMÁTICA

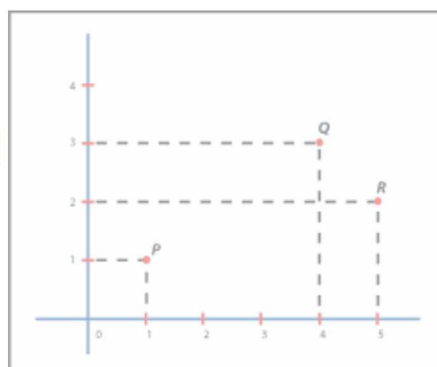
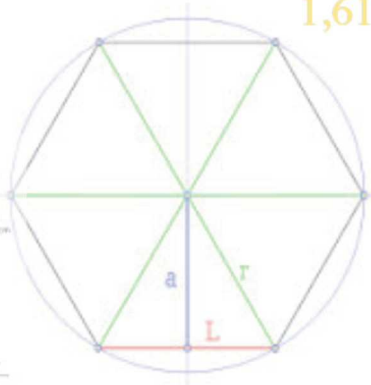
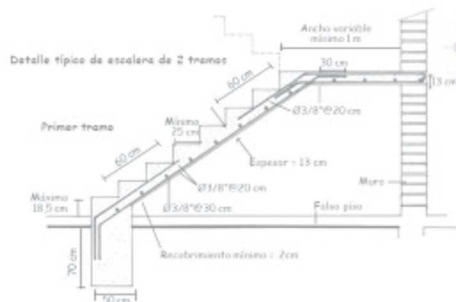
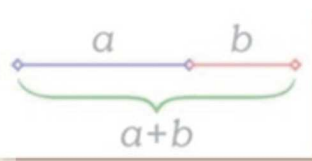
1A
nuevo



π



$\Phi\phi$
1,6180339



**ORIENTADA A ESTUDIANTES
DE ARQUITECTURA**

AUTORES: CÁTEDRA DE MATEMÁTICA IA y IIA - ARQUITECTURA

Arq. LANZILLOTTO Clarisa, Ing. AVILA Cristina, Arq. AGOSTO Miriam,

Arq. HEREDIA Mirta, Arq. FARIAS Andrea, Ing. CRIVELLO Patricia,

Arq. CHAILE Silvio, Arq. ALMADA Pablo, Prof. GNAVI Gerardo, Ing. TORRES Alejandro



FAUD
FACULTAD DE
ARQUITECTURA,
URBANISMO
Y DISEÑO



UNC



MATEMÁTICA IA

orientada a ESTUDIANTES
DE ARQUITECTURA

7ma EDICIÓN - 2021

**CÁTEDRA DE MATEMÁTICA IA Y
MATEMÁTICA II**

EQUIPO DOCENTE:

Prof. Titular: Arq. Lanzillotto, Clarisa

Prof. Adjunta: Arq. Agosto, Miriam

Prof. Asistentes:

Arq. Heredia, Mirta

Arq. Farías, Andrea

Ing. Crivello, Patricia

Arq. Chaile, Silvio

Arq. Almada, Pablo

Prof. Gnani, Gerardo

Arq. Franciosi, Fernanda

EGRESADOS ADSCRIPTOS

ALUMNOS ADSCRIPTOS

CARRERA DE ARQUITECTURA

FACULTAD DE ARQUITECTURA,

URBANISMO Y DISEÑO

UNIVERSIDAD NACIONAL DE

CÓRDOBA



Compilación, compaginación, revisión y edición:
Arq. Clarisa Lanzillotto

Formato libro y diseño de tapa:
Arq. Andrea Farías

AGRADECEMOS

A nuestros maestros, docentes de alma que han contribuido a nuestra formación y que han pertenecido a la Cátedra desde los inicios hasta hoy brindando su sabiduría y enseñanza y contribuyendo generosamente a nuestra formación humana y como docentes en la disciplina.

A nuestros estudiantes, verdaderos protagonistas del proceso de enseñanza-aprendizaje que contribuyen año a año al crecimiento mutuo y al ejercicio de la noble tarea de enseñar y aprender en el ámbito de nuestra querida FAUD.

PRESENTACIÓN

LA CÁTEDRA

ESTOS SOMOS

PROFESOR TITULAR:

Arq. Clarisa Lanzillotto

Egresada de la FAUD -UNC.
clarisa.lanzillotto@unc.edu.ar



PROFESOR ADJUNTO:

Arq. Miriam Agosto

Egresada de la FAUD -UNC.
miriam.agosto@unc.edu.ar



PROFESOR ASISTENTE:

Arq. Mirta S. Heredia

Egresada de la FAUD -UNC.
mirta.heredia@unc.edu.ar



PROFESOR ASISTENTE:

Arq. Andrea Fariás

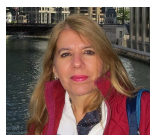
Egresada de la FAUD -UNC.
andrea.farias@unc.edu.ar



PROFESOR ASISTENTE:

Ing. Civil Patricia Crivello

Egresada de la FCEfN-UNC.
patricia.crivello@unc.edu.ar



PROFESOR ASISTENTE:

Arq. Silvio A. Chaile

Egresado de la FAUD-UNC
silvio.chaile@unc.edu.ar



PROFESOR ASISTENTE:

Arq. Pablo Almada

Egresado de la FAUD-UNC
pablo.almada@unc.edu.ar



PROFESOR ASISTENTE:

Prof. Gerardo Gnavi

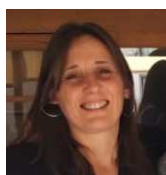
Egresado de la Fac. de Psicología -UNC
gergnavi@unc.edu.ar



PROFESOR ASISTENTE:

Arq. Fernanda Franciosi

Egresado de la FAUD-UNC
feFranciosi@unc.edu.ar



ESTE EQUIPO DOCENTE HARÁ DE LA MATEMÁTICA UNA
ASIGNATURA DE CURSADO PLACENTERO

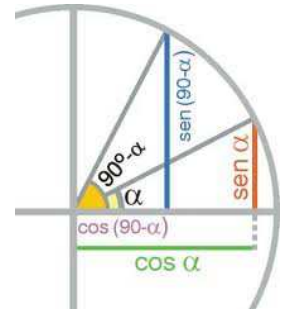
CONTENIDOS

PRESENTACIÓN	5
MATEMÁTICA Y ARQUITECTURA	7
MATEMÁTICA IA- Modalidades de enseñanza	9
OBJETIVOS-Generales y particulares	10
BIBLIOGRAFÍA- General y para recomendar	11
ESTRATEGIAS para resolver problemas	14
TRIGONOMETRÍA	
Introducción	21
Guía de ejercicios	30
Autoevaluación	69
POLÍGONOS	
Introducción	70
Autoevaluación	87
Guía de ejercicios	91
Ejercicio Integrador	100
PROPORCIÓN Y ESCALA	
Introducción	107
Guía de ejercicios	115
Ejercicio Integrador	127
Autoevaluación	134
POLIEDROS Y CUERPOS REDONDOS	
Introducción	135
Guía de ejercicios	147
Ejercicio Integrador	154
GEOMETRÍA ANALÍTICA PLANA	
SISTEMAS DE COORDENADAS EN EL PLANO	
Introducción	158
Guía de ejercicios	164
Autoevaluación	174
OBRA DE ARQUITECTURA-GLOSARIO	175
Una mirada desde la Matemática	
MODELOS DE EXÁMENES	184
TRABAJOS PRÁCTICOS INTEGRADORES DE ALUMNOS-	201
Palabras finales	213

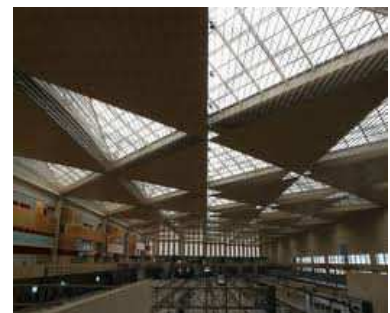
-MATEMÁTICA, para estudiantes de Arquitectura.

Es habitual la inquietud de ustedes, queridos estudiantes, en el inicio de la carrera y en los distintos niveles de cursado de la asignatura, sobre *¿Qué es la Matemática?*, *¿Para qué estudiamos Matemática en Arquitectura?* Y es misión del docente atender estas preguntas.

Desde su origen, la Matemática ha resuelto la necesidad del hombre de cuantificar, relacionar y numerar propiedades. La Geometría, posibilitó la comprensión del mundo natural y artificial, reduciendo a formas simples la complejidad del entorno para poder estudiarlo, interpretarlo, calcularlo, regenerarlo, optimizarlo, idear y construir nuevos elementos y espacios. Puede así decirse que la Matemática es la ciencia que estudia, analiza e interpreta las abstracciones numéricas, espaciales y funcionales de las leyes de la naturaleza, de la sociedad y del pensamiento y está destinada a la resolución de problemas prácticos.



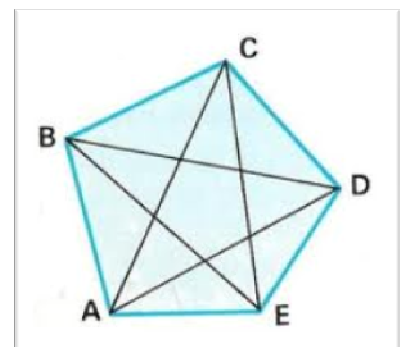
La Geometría en sus diversas ramas, la Aritmética y el Álgebra aportan a la materialización y representación de las ideas, al diseño de herramientas y objetos y a la construcción del espacio habitado por el hombre. Así, la relación de la Arquitectura con la Matemática se evidencia por su campo de acción en el espacio arquitectónico, creado por el arquitecto al dar forma, escala y proporción a una porción del espacio libre.



El espacio geométrico permite estudiar y definir facetas del espacio arquitectónico: orientación, visualización, organización, composición, representación. Las entidades geométricas primarias, las figuras planas, los cuerpos geométricos, los sistemas de referencia en el plano y en el espacio, colaboran en resolver y diseñar el espacio habitable. La Matemática, por medio del cálculo, permite medir, cuantificar, presupuestar y construir el espacio arquitectónico.



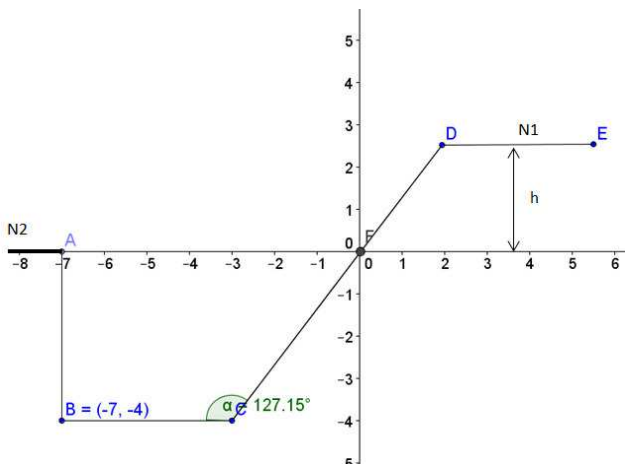
La Informática también está presente. Los distintos programas CAD (Diseño Asistido por computadora), concebidos en base matemática, y software matemáticos específicos, están al alcance del estudiante y del profesional proponiendo una nueva manera de diseñar el espacio arquitectónico, a partir del conocimiento de las entidades geométricas que utilizará, sus propiedades, sus relaciones, sus sistemas de generación. Es estrecho el vínculo entre la Matemática, el Diseño y la Informática.



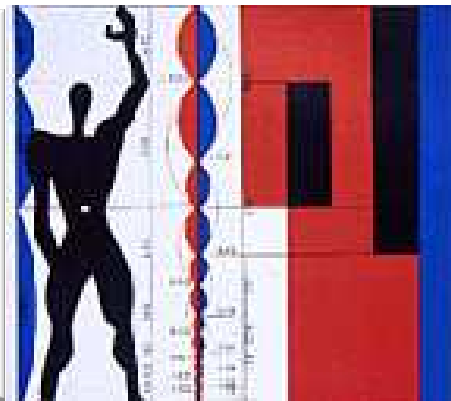
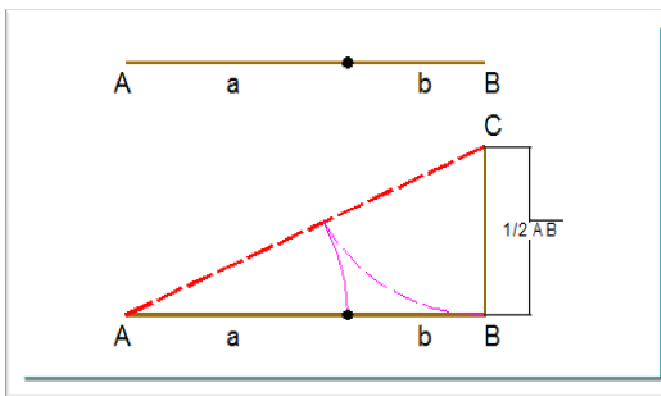
Como docentes aspiramos a que en este curso amplíen la mirada respecto de esta Ciencia. La Matemática que enseñamos es fundamentalmente aplicada y orientada a resolver problemas concretos de la Arquitectura y el Urbanismo; siendo una herramienta útil en el diseño y la construcción de espacios que son productos de la imaginación y la creatividad, favoreciendo su comprensión y análisis en situaciones previas a su



construcción (maquetas, cálculos estructurales, representaciones en las dos y en las tres dimensiones), hasta su concreción en un sitio determinado (replanteo de la obra, cómputo métrico, cálculo de materiales, análisis de precios, presupuesto, etc). Es nuestro deseo que al finalizar el cursado de esta asignatura incorporen a la Matemática como un lenguaje útil, una herramienta eficaz en las diversas etapas del diseño y la construcción del espacio arquitectónico y urbano asociada al resto de las disciplinas que intervienen en él.



Una Matemática Aplicada generadora de conocimientos que se integren con las otras áreas y asignaturas de la FAUD y se sinteticen en el proyecto de Arquitectura, generando criterios, pautas de diseño factibles de aplicar en el transcurso de la carrera y en la vida profesional.



EL SENTIDO DE EDUCAR

“Una educación con sentido educa protagonistas, en los que cada aprendizaje significa algo para su vida. Es esa significación el punto de partida de la significación del mundo y de los demás”-

Gutiérrez Pérez y Prieto Castillo

Enseñar, aprender, la clase, el aula:

Aprender es un proceso donde intervienen variedad de factores, como la comprensión, la información, las capacidades, las competencias, los conocimientos ya adquiridos, las actitudes, la interacción con otros individuos. Involucra a la totalidad del ser humano y se produce a lo largo de toda la vida.

La enseñanza **“como acto educativo es un proceso no rígido, multivariado y contextualizado con el fin de generar, potenciar, posibilitar el Aprendizaje”**.

La clase se concibe como un espacio educativo donde se da el **“diálogo didáctico”** que involucra tres procesos: el **objeto de conocimiento, el contexto, y la intención** que es la de provocar el aprendizaje. Como docentes debemos **diseñar los materiales, los medios, las herramientas y las estrategias didácticas** para que se enseñe de un modo cierto, que ofrezca atracción y agrado para ambos, docentes y alumnos. Debemos capacitarnos para pensar y diseñar **cómo se comparte y se construye el conocimiento** en el aula.

En esta asignatura ofrecemos modalidades de enseñanza combinadas, de modo tal que el contacto con ustedes, apreciados estudiantes, sea continuo.

Entornos flexibles de aprendizaje: Modalidades de enseñanza combinadas



Modalidad SINCÓNICA: La clase, el taller EN VIVO, en el día y horario asignado por plataforma Google Meet. Uso de recursos: tabletas, papel digital, encuestas en vivo, grupos de trabajo.

Modalidades ASINCRÓNICAS:



Aulas classroom a cargo de los docentes con grupo asignado de alumnos. Espacio de trabajo, aprendizaje y comunicación. Materiales educativos en distintos formatos, tareas a realizar y añadir por día, por clase. Organizadas según el Cronograma. Materiales de apoyo



Aula virtual Plataforma Moodle (uncavim10.unc.edu.ar). Información general. Materiales educativos. Material de repaso contenidos básicos. Repositorio. Clases grabadas. Autoevaluaciones. Evaluaciones parciales. Recuperatorios.

MATEMÁTICA IA

OBJETIVOS

-OBJETIVOS GENERALES:

- ∞ Impulsar el desarrollo del pensamiento crítico, el razonamiento y la capacidad de resolver problemas en su medio, en la condición de alumno y futuro profesional, potenciando la creatividad y la imaginación.
- ∞ Comprender y aplicar los fundamentos que constituyen las estructuras matemáticas para la modelización de situaciones reales.
- ∞ Demostrar la importancia de la Matemática dentro de la currícula de la carrera, fortaleciendo el vínculo con otras áreas de conocimiento, en particular las construcciones, instalaciones, estructuras, topografía, la informática y las materias de diseño en toda su gama.
- ∞ Desarrollar en el alumno la visión espacial de las formas geométricas para estimular la comprensión de la relación que existe entre los elementos geométricos abstractos y las aplicaciones reales en Arquitectura y Urbanismo.
- ∞ Mostrar y propender al uso de la diversa gama de herramientas para resolver problemas matemáticos y de diseño, sean estas tradicionales y/o digitales, como fortalecedoras del aprendizaje y de la creatividad.
- ∞ Promover, en la medida de lo posible, la autogestión del conocimiento, utilizando para ello las nuevas tecnologías de la información y la comunicación.
- ∞ Mantener la interrelación docente-alumno, otorgando y recibiendo propuestas y temas de interés que puedan surgir de los contenidos impartidos, para desarrollarlos y profundizar en ellos. Es la Matemática en general, y en particular la Matemática aplicada a la Arquitectura, la que debe brindar al alumno una formación que le permita el desarrollo creativo.
- ∞ Proponer la elaboración de problemas concretos por parte del alumno y su resolución, que él invente, imagine o descubra situaciones problemáticas a resolver mediante la Geometría y la Matemática aplicadas a la Arquitectura y el Diseño y sea un aporte para sus compañeros y la Cátedra.

-OBJETIVOS PARTICULARES:

MATEMÁTICA IA:

- ∞ Transmitir al alumno la importancia de su ingreso a la vida universitaria, como resultado de su elección en un ámbito de libertad. Instarlo a disfrutar el aprendizaje en un marco de respeto y responsabilidad, generando la conciencia que la universidad pública es un privilegio y es un centro irradiador de cultura y de saberes a la sociedad.
- ∞ Instar al alumno a la autogestión de aquellos conocimientos matemáticos y geométricos básicos, que han quedado olvidados, facilitándoles material, evaluaciones rápidas y autoevaluaciones de modo que comience el cursado de Matemática IA con una base fortalecida de conocimientos básicos.
- ∞ Ofrecer al estudiante modalidades de enseñanza combinadas con el uso de las TIC ampliando las posibilidades de acceso al conocimiento (aulas virtuales, videos, test, software matemáticos amigables, etc)
- ∞ Incentivar el interés, con la instrumentación adecuada, por la asignatura, incorporando en el alumno los modelos geométricos y de cálculo que le posibiliten resolver los problemas relacionados con la Arquitectura y el diseño.

BIBLIOGRAFÍA

PARA
RECOMENDARPOR
PABLO ALMADA

Seguramente a esta altura, y tras haber finalizado el Curso de Ingreso, habrás tomado conciencia que el campo disciplinar propio de la Arquitectura se encuentra en el área de intersección de la **Ciencias Sociales** y las **Ciencias Exactas, Físicas y Naturales**. También ya tendrás claro que la estructuración de la Carrera en Áreas de Conocimiento responde a requerimientos de organización curricular para poder abordar un objeto de estudio de gran complejidad como es la Arquitectura. Así, 1. Arquitectura o Diseño, 2. Morfología e Instrumentación, 3. Ciencias Sociales y 4. Tecnología, son las áreas que agrupan distintas Asignaturas que estudian más fuertemente algún aspecto de interés, pero siempre de manera articulada e integrada con el resto. La **arquitectura es un todo indisoluble** que sólo se secciona para poder estudiarse más profundamente.

La **Matemática Aplicada a la Arquitectura**, concebida desde la Cátedra, busca estudiar aspectos específicos de la Matemática en general y la Geometría en particular, que cobran sentido dentro del pensar y hacer Arquitectura. Por ello, se cree **necesario complementar la formación específica** de la Asignatura a través de la lectura y análisis de algunas fuentes bibliográficas que vinculan la Matemática y la Arquitectura de manera novedosa.

La **Geometría**, en particular, es el instrumento que viabiliza el hecho arquitectónico en pos de su fin último ligado a la generación, evolución y adaptación del hábitat a un contexto determinado. Dota de forma y orden a la arquitectura, y se hace ciencia aplicada en ella. Klimovsky¹ (p.292) nos dice: *“Lo que justifica la importancia de la matemática para la ciencia y la cultura contemporánea es ser una suerte de museo de posibilidades al servicio de los ejemplos concretos que se presentan en cada disciplina o teoría que trata acerca de la realidad”*.

La *geometría*, como rama de la matemática y sistema axiomático, ha contribuido desde sus orígenes -geometría euclidiana, de concepción aristotélica en la que axiomas y postulados proponían verdades evidentes-, y hasta nuestros días, en sus diversas formas -euclidianas y no euclidianas-, al conocimiento de la realidad, dotando de un esqueleto formal adecuado para describirla, interpretarla e intervenir sobre ella.

A continuación, se proponen una serie de artículos de libros, revistas y/o cuadernos especializados en Arquitectura, que han puesto especial interés en las relaciones entre Matemática y Arquitectura. La idea es que puedas ampliar tus conocimientos de manera integrada, con visión holística, aproximándote a las innumerables maneras en que arquitectos, de distintos períodos históricos y lugares, han aplicado de modo creativo principios geométrico matemáticos en sus proyectos arquitectónicos.

¹ KLIMOVSKY, Gregorio. *Las desventuras del conocimiento científico. Una introducción a la epistemología*. 3ra. edición. Buenos Aires: AZ, 1997. ISBN: 950-534-275-6

Revista: Tectónica nº 17. Monografías de arquitectura, tecnología y construcción.

Artículo: **Geometría, técnica y arquitectura.**

Autor: Ramón ARAUJO ARMERO.

Origen y año: Barcelona, 2004.

ISSN: 1136-0062

Comentario:

El artículo vincula de manera efectiva y en perspectiva histórica dos aspectos indisolubles de la arquitectura: la geometría y la técnica. A través de ejemplos paradigmáticos de obras de arquitectura, plantea un ameno recorrido desde la antigüedad clásica hasta nuestros días, haciendo evidentes los principios geométricos subyacentes en cada período y su materialización correspondiente. Posee alto valor para el alumno ingresante, ya que presenta los principales períodos históricos en los que se aborda el estudio de la arquitectura asociados a los distintos estilos o y/lógicas proyectuales. Finalmente nos ubica en la contemporaneidad, destacando la relevancia de las tecnologías informáticas y constructivas.

Artículo: **La construcción de formas complejas.**

Autor: Vicente SARRABIO

Origen y año: Barcelona, 2004.

ISSN: 1136-0062

Comentario:

El artículo nos introduce en la generación de la forma arquitectónica en la contemporaneidad. Así, se plantea que, *“una de las características del momento actual es la particular atención que se presta a la complejidad formal basada en la definición topológica de superficies curvilíneas o quebradas frente a la definición geométrica de la retícula ortogonal o la repetición de pórticos uniformes”*. Resulta interesante realizar un recorrido por distintas obras de arquitectura diseñadas sobre la base del manejo de distintos tipos de superficies que generan volúmenes de secciones variables.

Libro: **Sincronizar la geometría. Fuentes Ideográficas.**

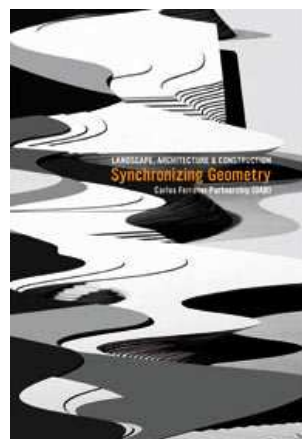
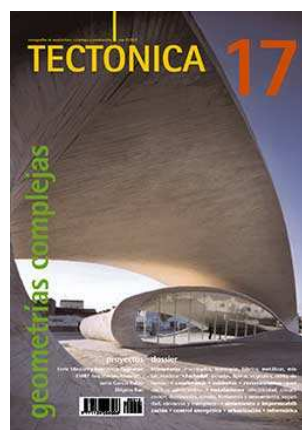
Autor: Carlos FERRATER y Borja FERRATER.

Origen y año: Barcelona, 2006.

ISBN: 84-96540-35-9

Comentario:

El interés del libro de Ferrater radica en la posibilidad de acercarnos a la instrumentalización de la Geometría en obras relevantes de arquitectura enmarcadas entre la segunda y la última década del siglo XX. La creatividad y la innovación en la generación formal mediada por el uso singular de la geometría es el factor común de las obras seleccionadas. Se presentan una serie de obras realizadas por el estudio que encabeza Carlos Ferrater, como el Jardín Botánico de Barcelona que utiliza un tipo de geometría, denominada fractal, para desarrollar el proyecto de manera articulada con un entorno de alto valor paisajístico.



Libro: ***Lecciones de Álgebra y Geometría. Curso para estudiantes de Arquitectura.***

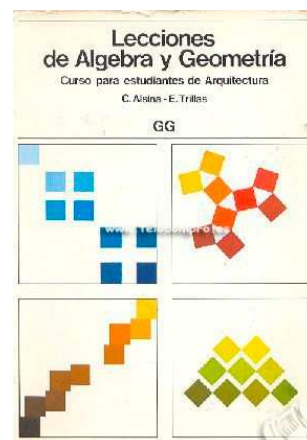
Autores: Claudi ALSINA y Enric TRILLAS

Origen y año: Barcelona, 1984.

ISBN: 84-25211-87-5

Comentario:

Los autores, conciben este texto destinado para estudiantes de Arquitectura desde el rol de Catedráticos de la Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Barcelona. En el contexto del cursado de nuestra Asignatura, se recomienda el estudio del capítulo 10 denominado Teoría de las Proporción. Allí se desarrolla la Teoría de la Proporción en Arquitectura, abarcando desde cuestiones conceptuales abstractas hasta las distintas concepciones culturales en torno a las proporciones en el devenir histórico de nuestra disciplina. La Divina Proporción y el Modulor de Le Corbusier encuentran aquí un especial desarrollo.



Libro: ***Architectural Shapes. Nuevas Formas en Arquitectura.***

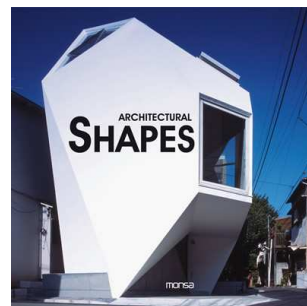
Editor: Josep María MINGUET

Origen y año: Barcelona, 2011.

ISBN: 978-84-15223-06-1

Comentario:

Tal como versa la introducción del libro, en él se presenta “una selección de nuevas formas arquitectónicas desarrolladas desde los conceptos geométricos básicos”. Se trata de la presentación de nueve obras actuales de diferentes arquitectos de variados lugares. En ellas el espacio arquitectónico se formaliza, en muchos casos, a partir de formas geométricas elementales, pero que vinculadas con otras de manera creativa, dan como resultado interesantes configuraciones espaciales. Cada obra está documentada con múltiples fotografías, plantas, cortes, perspectivas y gráficos conceptuales.



Cuaderno: ***30-60 n° 34. Geometrias +. Cuaderno latinoamericano de arquitectura.***

Editor: i + p Editorial.

Origen y año: Córdoba, 2012.

ISBN: 978-987-1385-33-1

Comentario:

El número 34 de este Cuaderno, cuya editorial se encuentra en nuestra ciudad de Córdoba y dirigida por arquitectos del medio local, nos propone recorrer cinco obras de arquitectura latinoamericana que han utilizado de manera particular la geometría, buscando relaciones de armonía o contraste con el entorno. Brasil, Chile, Ecuador, Perú y Argentina – en ese orden de aparición– son representadas por obras actuales que utilizan fuertemente principios modulares de conformación espacial, en algunos casos, o formas más orgánicas y de mimesis con la naturaleza en otros.



ESTRATEGIAS

PARA
RESOLVER PROBLEMASPOR
GERARDO GNAVI

En Arquitectura, una situación problemática se suele presentar estableciendo algún tipo de relación entre los conceptos abstractos estudiados (definiciones, teoremas, propiedades geométricas, gráficos, figuras, etc.) y una situación real o potencialmente realizable. Es decir que se intenta, a partir de un modelo que puede ser una representación en planta, una fachada o bien una obra en construcción y hasta una obra construida, tomar algunos de sus elementos para así generar una situación en la que haya que realizar algún cálculo. Dicho de otra manera: se parte de una situación cualitativa y medianamente cuantificada para arribar a una solución cuantitativa por medio de una o varias operaciones matemáticas.

Este tipo de situaciones, como comprobarán a través de la ejercitación que proporciona la cátedra, es muy diferente a la simple aplicación de una fórmula o a la realización de un cálculo. Más bien diríamos que las fórmulas y los cálculos correspondientes son *herramientas* que van a permitir dilucidar la situación planteada. No son más que intermediarios en la búsqueda de la solución a la problemática propia de cada ejercicio. Por eso es que el alumno no debe desilusionarse si la primera impresión que produce un problema es de un cierto desconcierto y hasta a veces una sensación de “no saber por dónde empezar”, esto es lo más normal y les pasa tanto a los estudiantes como a los profesores. No existe un camino trivial y reglado para solucionar cada problema, se debe **elaborar una estrategia que conduzca a la solución**. Una vez elegida la estrategia, hay que ponerse a trabajar y realizar una serie de pasos que conduzcan al objetivo. Y en esos pasos que marcan el camino hacia la solución hay que estar sumamente atento debido a que la posibilidad de fallar en la exactitud que la materia requiere siempre existe y es necesario reducirla para lograr el éxito.

Luego de elaborar la estrategia, hay que ponerla en práctica, para lo cual deberemos hacer algunos pasos quizás más rutinarios como pasar un ángulo o coordenadas expresados en un sistema de medidas a otro (por ejemplo: radianes a sexagesimal en el caso de los ángulos, o cartesianas a polares si consideramos las coordenadas) y otros no tan evidentes como puede ser plantear una ecuación con una incógnita y así despejar la incógnita, calcular las coordenadas de un punto por el que pasa una recta, o considerar un triángulo del que tengamos alguna información para así calcular algún lado o ángulo del mismo, un volumen, una cantidad de material, etc.

En todo el proceso y como ya se dijo, hay que trabajar con exactitud y precisión.

ALGUNAS RECOMENDACIONES IMPORTANTES

1) Con respecto a la calculadora:

- Verificar que esté trabajando con el sistema de ángulos correcto, que es sexagesimal (suele aparecer “DEG” o sencillamente una “D”).
- No confundir la coma decimal “,” con el punto separador de miles “.”. La mayoría de las calculadoras muestran un punto donde deben mostrar una coma ya que son fabricadas en países donde esta representación es al revés que la nuestra, pero el resultado en el papel debe estar según nuestro sistema. Entonces el número tres mil ciento doce con 25 centésimos podemos expresarlo “3112,25” o “3.112,25” pero no “3112.25” ni “3,112.25”.
- Hay calculadoras que permiten cambiar el punto por la coma y viceversa, en tal caso se sugiere leer los manuales y/o pedir ayuda a los profesores.

2) Con respecto al apunte de Fórmulas de Aplicación:

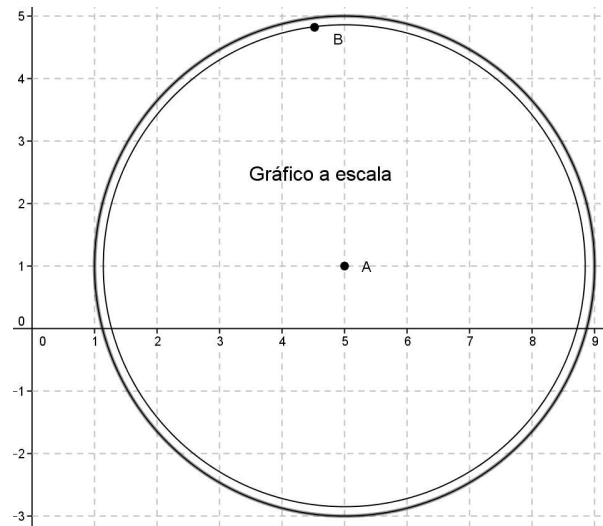
- Familiarizarse con el apunte, al ir estudiando buscar dentro del apunte las fórmulas correspondientes a cada uno de los temas.
- Pensar en cada fórmula, en los elementos que la componen (variables) sabiendo a qué corresponde cada uno, si son *lados* de un triángulo *qué lados*, si son *coordenadas* qué coordenadas son, si en una fórmula dice por ejemplo “N” saber qué significa “N” en un gráfico o en una figura, etc. Tener el apunte de fórmulas sin saber cómo usarlo es como tener un auto muy lindo y moderno y no saber manejarlo.

A continuación desarrollaremos ejemplos para aclarar estas ideas. A medida que transcurra el cursado de Matemática IA podrás acudir a ellos las veces que necesites.

Estos son modelos de cómo resolver. Por cuestiones puramente didácticas están minuciosamente detallados. En un examen no hace falta explicar tanto con palabras, pero sí deben estar los cálculos y los gráficos.

Analizamos estas situaciones:

Ej. 1- Siendo las coordenadas cartesianas de los puntos $A = (5; 1)$ y $B = (4,52; 4,82)$ respectivamente del centro y de un punto del radio de un tanque cilíndrico de 1,60 m de profundidad cuya pared perimetral tiene un volumen de $5,919 \text{ m}^3$, se necesita calcular el valor del radio externo (en metros) de dicho tanque. El gráfico muestra la posición del tanque en planta asociado a un sistema de coordenadas cartesianas.



Datos: prof = 1,60 m; A = (5; 1); B = (4,52; 4,82); V = 5,919 m³

Los pasos a seguir pueden resumirse en:

- Cálculo del radio interno (distancia AB): “r”
- Análisis de la fórmula de volumen = superficie de la base x altura;
 $V = \pi \cdot (R^2 - r^2) \cdot h$ de donde despejamos “R” (Radio externo) paso a paso:

$$\frac{V}{\pi \cdot h} = R^2 - r^2$$

$$\frac{V}{\pi \cdot h} + r^2 = R^2 \text{ entonces } R = \sqrt{\frac{V}{\pi \cdot h} + r^2}$$

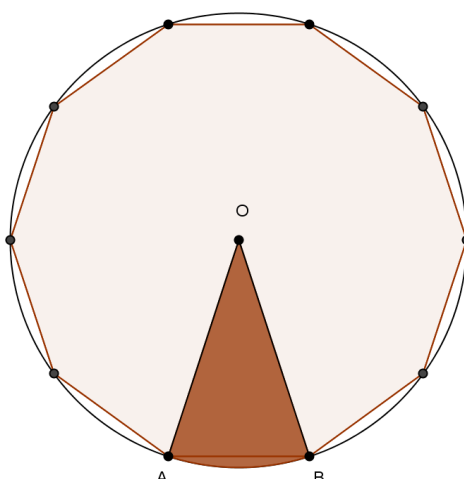
En definitiva, debemos hacer dos cuentas: la de distancia AB (radio “r”) y la de cálculo de R.

$$AB = \sqrt{(5 - 4,52)^2 + (1 - 4,82)^2} = 3,85 \text{ m}$$

$$R = \sqrt{\frac{5,919 \text{ m}^3}{\pi \cdot 1,60 \text{ m}} + (3,85 \text{ m})^2} = 4 \text{ m}$$

Ej.2- Un hotel cuenta con un espacio de recreación circular dividido en diez sectores circulares iguales como lo muestra el gráfico que representa la planta del hotel.

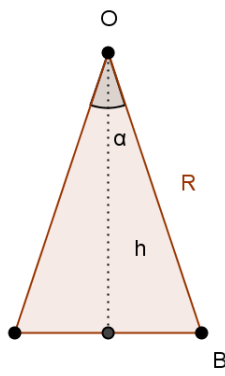
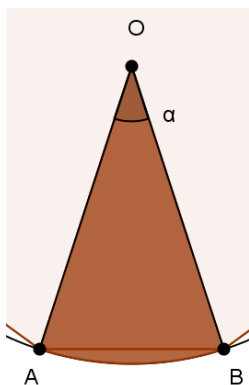
Siendo la superficie del sector AOB = 6,361 m² se necesita calcular la superficie , en m², del decágono regular inscripto en la circunferencia.



Esta situación aparentemente cuenta con un solo dato numérico que es la superficie del sector circular $S = 6,361 \text{ m}^2$, pero hay otro dato a tener en cuenta que es la cantidad de lados del polígono ($N = 10$). Sistematizamos el proceso de resolución:

- Cálculo del ángulo central.
- Cálculo del radio de la circunferencia.
- Cálculo de la superficie del triángulo $\triangle AOB$.
- Cálculo de la superficie del decágono.

Diferenciamos el sector circular del triángulo con sus respectivas fórmulas de superficie:



$$\text{Sector circular: } S = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot \alpha}{360^\circ}$$

$$\text{Triángulo: } S = \frac{AB \cdot h}{2}$$

$$\text{También } S = \frac{R \cdot R \cdot \text{sen } \alpha}{2} = \frac{R^2 \cdot \text{sen } \alpha}{2} \quad (*)$$

(*) Esta fórmula es más conveniente dado que implica menos cálculos.

Comenzamos la resolución con el cálculo del ángulo central $\alpha = 360^\circ/10 = 36^\circ$

Sustituimos este valor en la fórmula de superficie de sector circular y despejamos "R" (radio)

$$R = \sqrt{\frac{S \cdot 360^\circ}{\pi \cdot 36^\circ}} = \sqrt{\frac{6,361 \text{ m}^2 \cdot 10}{\pi}} = 4,5 \text{ m}$$

Calculamos la superficie del triángulo ABC:

$$S = (4,5 \text{ m})^2 \cdot \text{Sen } 36^\circ / 2 = 5,95 \text{ m}$$

Para finalizar, la superficie del decágono es diez veces mayor:

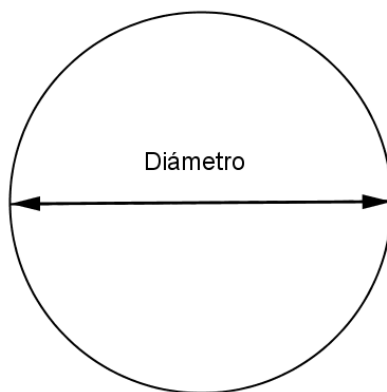
$$S = 59,5 \text{ m}^2$$

Veamos otro ejercicio tomado en exámenes parciales:

Ej.3- Si se conocen las coordenadas polares en el plano de los puntos A y B que determinan el diámetro interior de una pileta circular, se pide en base a los datos calcular el perímetro de la misma (las longitudes están expresadas en metros). Calcular también los litros de agua necesarios para llenar la pileta a una profundidad de 1,50 m.

Graficar la pileta , en planta, en el plano cartesiano.

Datos: A = ($\sqrt{5}$; $206^\circ 33' 54,1''$) y B = (5; $323^\circ 7' 48,37''$).



Nuevamente pensamos en una estrategia de solución en base a lo siguiente:

- Calcular las coordenadas de A y B en coordenadas cartesianas.
- Calcular la distancia entre A y B que equivale al diámetro "D".
- Calcular el perímetro mediante la fórmula $P = \pi \cdot D$.
- Calcular el radio (la mitad del diámetro).
- Calcular el volumen (es un cilindro) con la fórmula $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$
- Hacer la conversión entre volumen y capacidad ($1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ l}$)

Comenzamos con el paso de coordenadas:

$$A_x = \sqrt{5} \cdot \cos 206^\circ 33'54,1'' = -2$$

$$A_y = \sqrt{5} \cdot \sin 206^\circ 33'54,1'' = -1$$

$$A = (-2; -1)$$

$$B_x = 5 \cdot \cos 323^\circ 7'48,37'' = 4$$

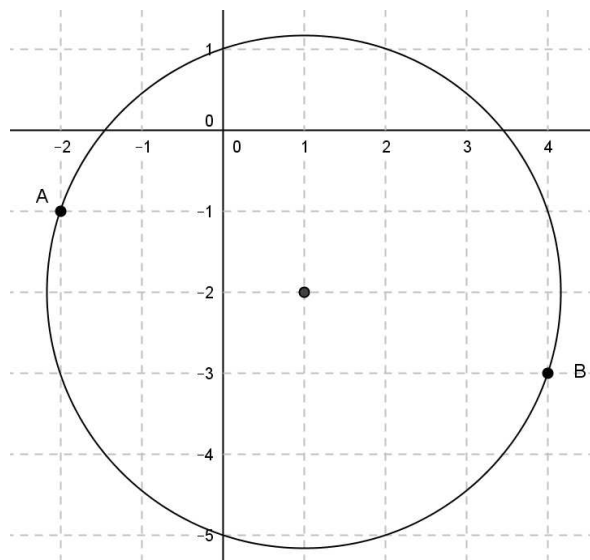
$$B_y = 5 \cdot \sin 323^\circ 7'48,37'' = -3$$

$$B = (4; -3)$$

Ahora hacemos el cálculo de la distancia entre A y B (diámetro):

$$d_{AB} = \sqrt{(4 - (-2))^2 + (-3 - (-1))^2} = \sqrt{(6)^2 + (-2)^2} = \sqrt{36 + 4} = \sqrt{40} = 6,32$$

El cálculo del perímetro y el gráfico: $P = \pi \cdot 6,32 \text{ m} = 19,86 \text{ m}$



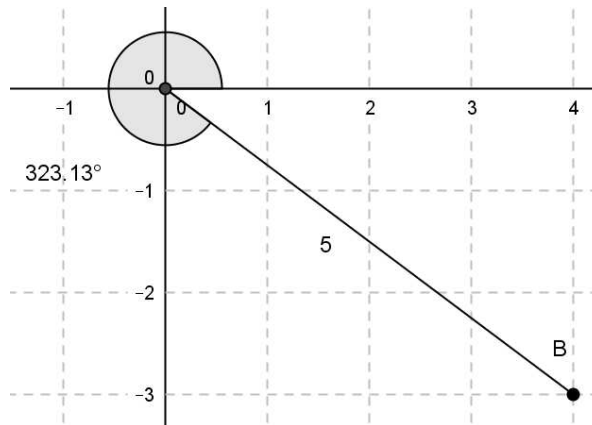
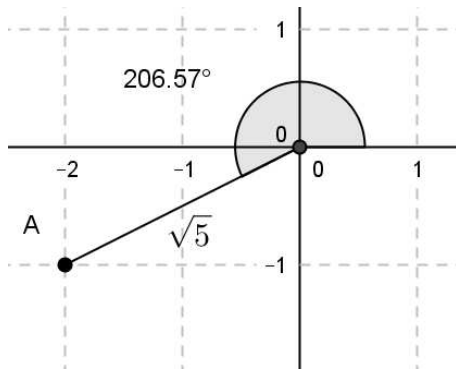
Calculamos el volumen siendo el radio $r = 3,16 \text{ m}$

$$V = \pi \cdot (3,16 \text{ m})^2 \cdot 1,5 \text{ m} = 47,05 \text{ m}^3 \text{ lo que equivale a } 47050 \text{ l (litros)}$$

Una última revisión a fin de analizar coherencia entre los datos, el gráfico y los cálculos. En primer lugar, veamos si hemos hecho bien el paso de coordenadas para lo cual observamos si tenemos en claro el concepto de coordenadas polares:

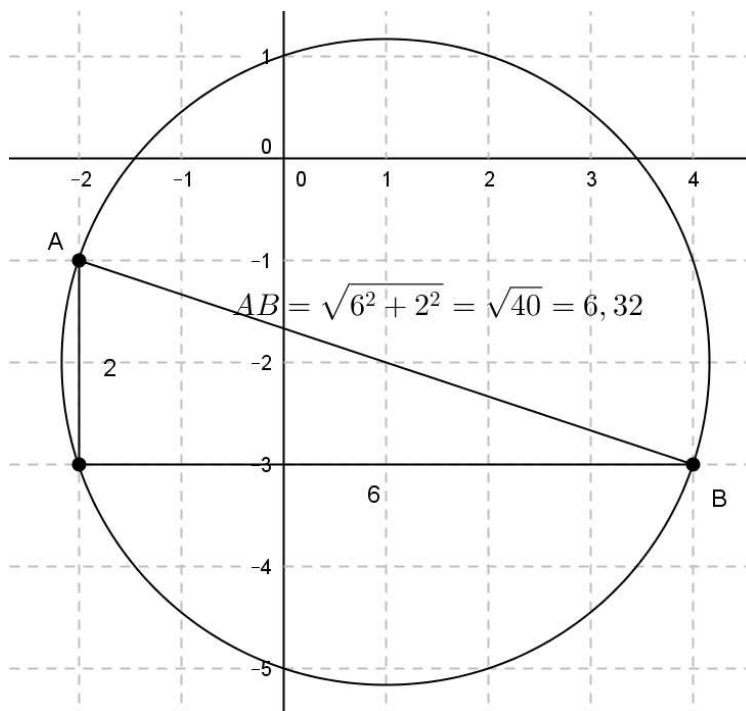
$$A = (\sqrt{5}; 206^\circ 33'54,1'') \quad B = (5; 323^\circ 7'48,37'')$$

Donde la primera componente es el argumento (distancia del punto al origen) y la segunda componente es el ángulo que se toma respecto al sentido positivo del eje x:



Aún sin contar con un transportador para medir ángulos, es evidente que el primer ángulo ($206,57^\circ$) es ligeramente mayor que 180° . En el segundo caso tenemos un ángulo que claramente se encuentra entre 270° y 360° .

Por último revisamos el cálculo del diámetro (distancia AB) recordando que la fórmula de distancia entre dos puntos no es otra cosa que la aplicación del Teorema de Pitágoras donde la incógnita es la hipotenusa:





DESARROLLO DE UNIDADES

A PARTIR DE LA UNIDAD TEMÁTICA 3

El desarrollo de cada unidad incorpora **EJERCICIOS** a resolver ordenados de menor a mayor complejidad.

Los resultados se encuentran al final de cada tema.

Te sugerimos **RESOLVER** cada una de las aplicaciones de forma completa, prolija y ordenada y realizar los gráficos con precisión, a escala adecuada, usando útiles de geometría.

A medida que leas los enunciados, **ARMA UN GLOSARIO** con los términos desconocidos completando el que está al final del libro. Ello contribuirá en tu formación en las distintas áreas de la carrera.

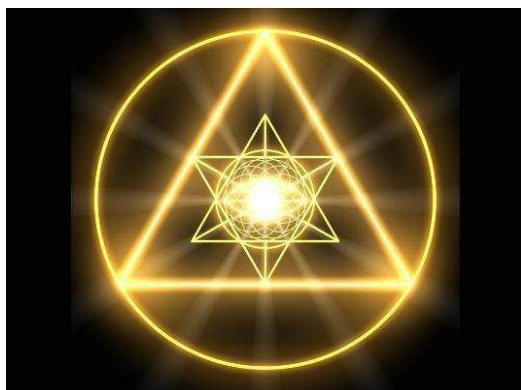
RECUERDA QUE EL MATERIAL DE ESTUDIO TEÓRICO Y PRÁCTICO CORRESPONDIENTE A LAS UNIDADES 1 Y 2 DEL PROGRAMA ESTÁ DISPONIBLE PARA SU CONSULTA PERMANENTE EN EL AULA VIRTUAL DE LA CÁTEDRA

UNIDAD 3 Y 4

TRIGONOMETRÍA

POR MIRTA
HEREDIA

INTRODUCCIÓN: EL TRIÁNGULO



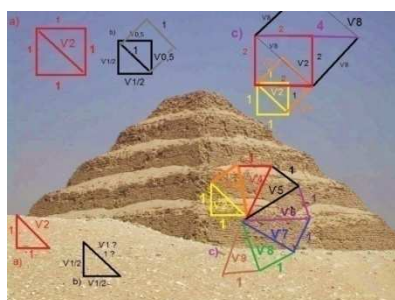
El TRIÁNGULO con sus 3 lados, 3 ángulos y 3 vértices, tiene un significado trascendente más allá de su condición geométrica. Sin adentrarnos en lo místico o esotérico podemos reconocer la importancia de la figura.

El triángulo fue un antiguo emblema egipcio de la DIVINIDAD, y un símbolo pitagórico de la SABIDURIA.

- Tres son los reinos en el planeta, el cielo, el mar y la tierra.
- Tres son las fuerzas de la naturaleza; aire, agua y tierra.
- Tres los componentes del ser humano, mente, cuerpo y espíritu.
- En el paganismo el triángulo significa la vida, la muerte y el renacimiento, pero para algunas culturas representa una trinidad espiritual, así en el cristianismo, serían Padre, Hijo y Espíritu Santo; en el hinduismo Brahma, Shiva y Vishnú.

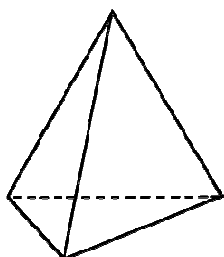


La dirección oblicua de sus lados insinúa la diagonal y la dinámica sensación ascendente se neutraliza con sus puntos de apoyo que confieren un sentido de estabilidad e indeformabilidad.



Si está apoyado en uno de sus lados supone un fuerte sentido de verticalidad, estaticidad y direccionalidad ascendente, en cambio si éste se apoya en alguno de sus vértices las sensaciones son opuestas, de desequilibrio, inestabilidad, sutileza y dinamismo, por esta causa, se lo asocia también con significados de acción, conflicto y tensión.

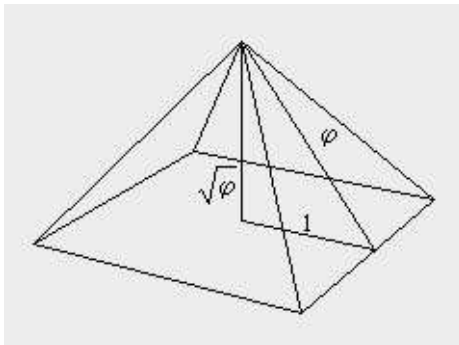
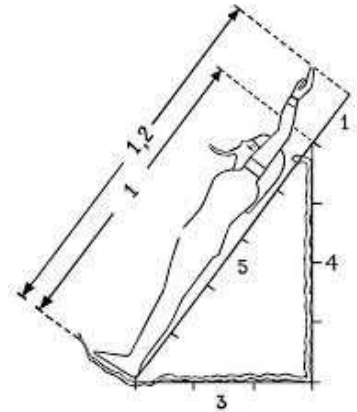
El triángulo es la menor porción del plano capaz de proyectarse en el espacio bidimensional mediante figuras de mayor complejidad y en el espacio tridimensional a partir del tetraedro



PARA AMPLIAR CONOCIMIENTOS RECURRE AL APUNTE QUE ENCONTRARÁS EN EL AULA VIRTUAL DE LA CÁTEDRA.

TRIÁNGULOS NOTABLES

- **Triángulo sagrado egipcio o perfecto** sus lados son proporcionales a la serie aritmética 3, 4, 5, conformando un triángulo rectángulo. Usado por Pitágoras en la demostración de su Teorema, por los agrimensores de la época, para la obtención de ángulos rectos, por los arquitectos en el trazado de cúpulas elípticas y también en tratados matemáticos chinos e hindúes.



- **Triángulo de Price**

Es el perfil meridiano de la Gran pirámide en la que se establece una relación proporcional entre todos sus lados, resultando una constante. $\sqrt{\Phi} = 1,272...$

Así la hipotenusa es al cateto mayor como este cateto es al cateto menor.

- **Triángulo de Violet-le-Duc**

Es aquel triángulo isósceles en la que se establece la relación 8/5 siendo 8 su base y 5 su altura; el cociente entre estos se aproxima al número áureo. Está compuesto por la yuxtaposición de dos triángulos rectángulos de base 4 y altura 5.

Este triángulo fue usado como elemento director en la construcción de Notre-Dame.

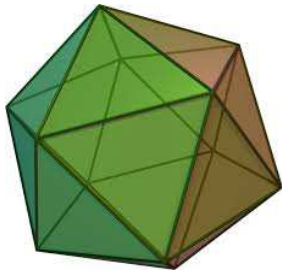


- **Triángulo Pentalfa**

Es un triángulo isósceles que contiene en su interior 5 ángulos de 36° Cómo es esto? Un ángulo de 36° en el vértice superior y en su base dos ángulos de 72° cada uno; los cuales se pueden dividir en dos de 36° por una bisectriz que da origen a otro triángulo Pentalfa menor, y así sucesivamente.

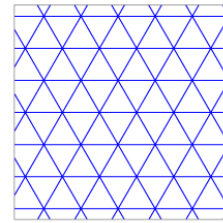
Es el triángulo que forma parte del pentágono regular, figura pitagórica en la que se establece la relación entre sus partes obteniendo siempre el número áureo, por esta causa se lo llama también triángulo Sublime.





▪ Triángulo equilátero

Es un triángulo especial porque al rebatirse sobre su lado y en el mismo plano, se forma un Rombo. El Rombo no es un polígono regular y tampoco puede inscribirse en una circunferencia, pero puede cubrir el plano con sus yuxtaposiciones sin dejar intersticios, también puede invadir el espacio tridimensional siendo cara de poliedros.

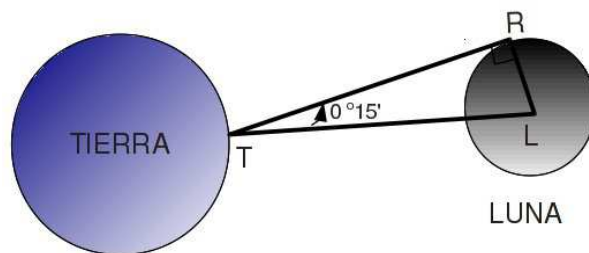


Esta figura mágica fue especialmente reconocida desde la antigüedad por lo que merece una apreciación diferente por su valor simbólico, místico e histórico, y desde nuestro punto de vista por su importancia y trascendencia como células de lugares geométricos mayores además de su aplicación en la ARQUITECTURA.

LA TRIGONOMETRIA ES UNA HERRAMIENTA FUNDAMENTAL DE LA QUE NOS VALEMOS PARA RESOLVER LOS TRIÁNGULOS.

La **trigonometría**: (palabra que deriva del griego trigonon: triángulo , metria: medición) será desarrollada ampliamente en apuntes de la Cátedra, no obstante, podemos decir que es una rama de la [matemática](#), que etimológicamente significa “la [medición](#) de los [triángulos](#)”, para su resolución y con ello para usos concretos, por ejemplo, entre otros:

- o Para conocer el comportamiento de series y señales electrónicas.
- o En las leyes de Newton se puede encontrar fuerzas resultantes aplicando trigonometría.
- o En el trazado y levantamiento de terrenos, en la construcción de estructuras exactas, en las pendientes para cuencas de agua y para el cálculo del módulo de elasticidad de los materiales.
- o Se utiliza para determinar la viscosidad de un fluido en mecánica.
- o Permitió a Tolomeo hallar el radio de la tierra, así mismo permitió determinar la distancia a la luna y a algunas estrellas cercanas.
- o Se aplica en estática, cinemática y dinámica, en corriente alterna, en magnetismo y electromagnetismo, ondas, luz y sonido, difracción e interferencia, resonancia, astronomía, geografía y también por supuesto en Arquitectura.



Extendernos en la importancia de la trigonometría en la Arquitectura implicaría un capítulo aparte centrándonos en la aparición misma de la trigonometría y su evolución y también en la presencia del triángulo y su aparición en la evolución histórica de la arquitectura de la humanidad.

Pero veamos algunos ejemplos ilustrativos:



En el pasado y en el presente.
(Imágenes extraídas de Internet.)

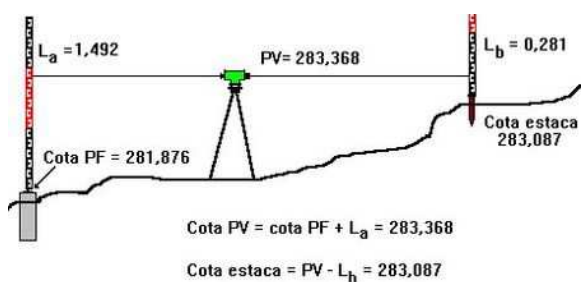


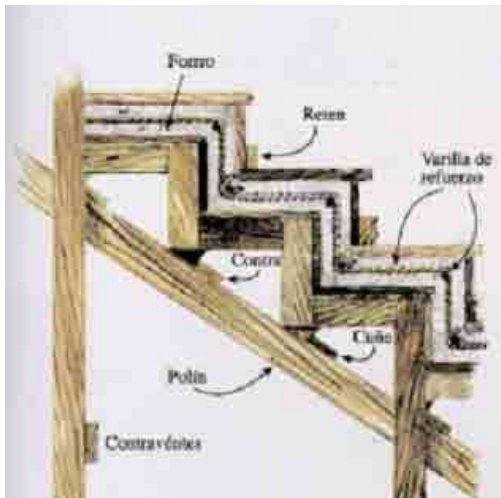
L



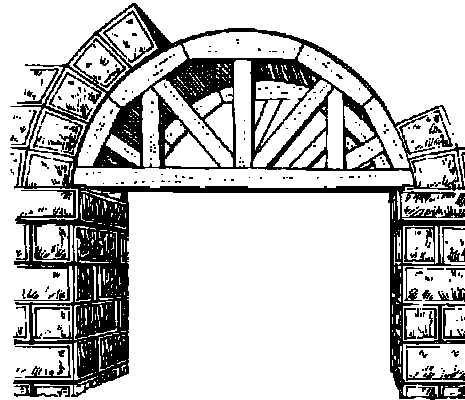
En la estructura indeformable y distribución de cargas.

En Topografía y el levantamiento del terreno.

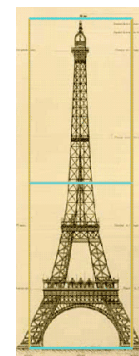




En la construcción de escaleras, cimbras, techos, etc.



En trazados y volumetrias significativas de impacto a escala urbana.



Y lo más importante, el efecto perceptual que provoca el triángulo en la generación del espacio donde el hombre recorre y se apropia.



SISTEMA DE MEDICIÓN DE ÁNGULOS

SUSTENTO TEÓRICO

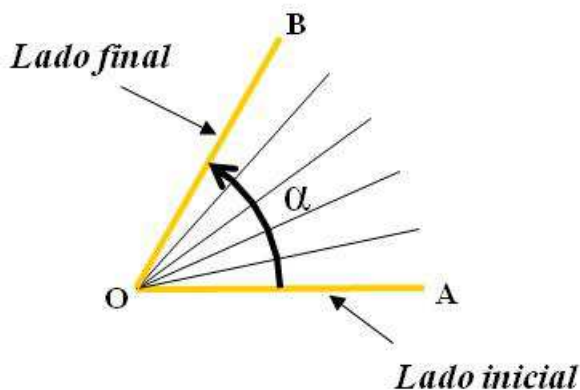
POR CLARISA
LANZILLOTTO

Para dar inicio al estudio de los triángulos en particular y de los polígonos en general, abordaremos el análisis de uno de sus elementos: el ángulo.

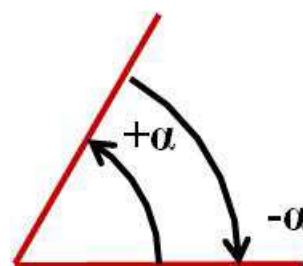
ÁNGULO es la porción del plano comprendido entre dos semirrectas que tienen el mismo origen. En general, los ángulos se nombran con una letra griega.

En todo ángulo se reconoce:

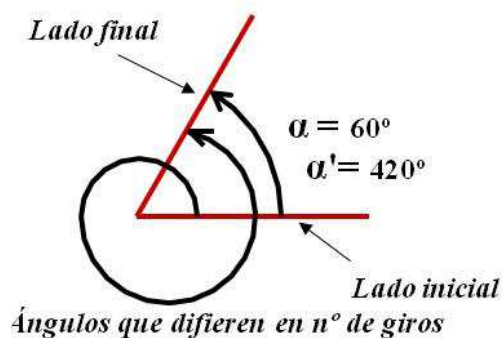
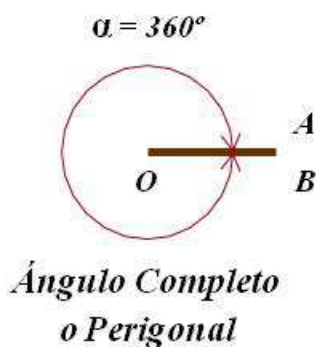
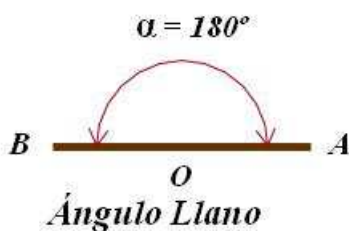
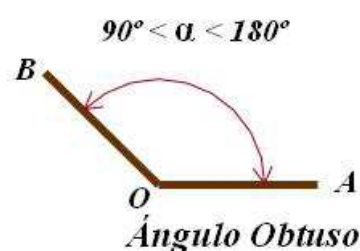
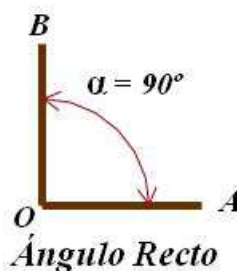
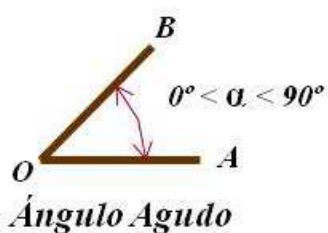
- El lado inicial
- El vértice O
- El lado final



Según el sentido de giro, los ángulos se clasifican en POSITIVOS (sentido de giro anti- horario) y NEGATIVOS (sentido de giro horario).



Según su valor o medida, podremos reconocer:

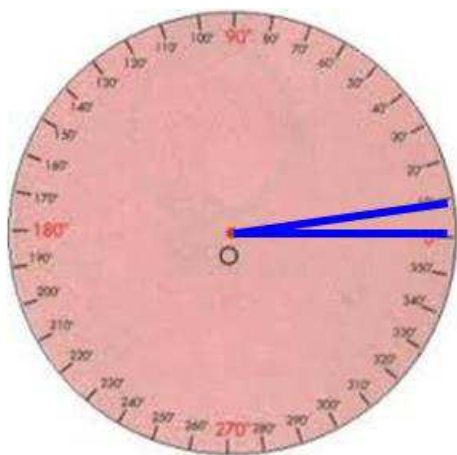


ENCONTRARÁS LA CLASIFICACIÓN COMPLETA DE ÁNGULOS EN EL APUNTE ENTES GEOMÉTRICOS en el AULA MOODLE DE LA CÁTEDRA.

SISTEMAS DE MEDICIÓN DE ÁNGULOS:

Medir un ángulo es compararlo con otro ángulo que se toma como unidad de medida. Vamos a estudiar en este curso, dos SISTEMAS DE MEDICIÓN ANGULAR: El sistema Sexagesimal y el Sistema Circular o Radial.

SISTEMA SEXAGESIMAL:



La unidad de medida es el **grado sexagesimal (°)** o simplemente grado que es el arco equivalente a la 360ava parte de la circunferencia. A su vez, cada grado se divide en 60 minutos (') y, cada minuto, en 60 segundos (").

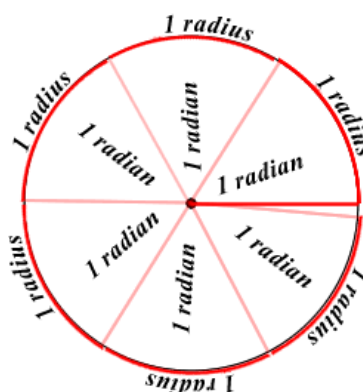
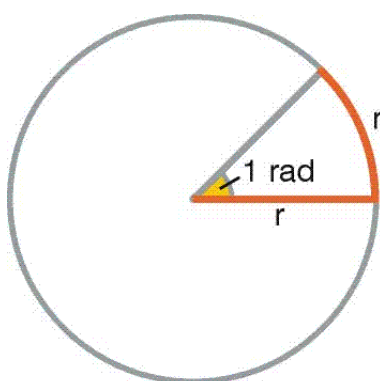
Circunferencia Completa=360°	1° = 60'	1' = 60"
------------------------------	----------	----------

Por ejemplo, para indicar que un ángulo mide 15 grados, 20 minutos, 10 segundos y 36 centésimos de segundo escribiremos:

15° 20' 10,36". Esta forma de expresión se denomina "compleja". El mismo ángulo podrá expresarse en su forma "incompleja" : 15,33621111°

SISTEMA CIRCULAR o RADIAL:

En este sistema la unidad de medida es **el radián**. Un ángulo de 1 radián corresponde al arco de circunferencia cuya longitud es su radio.



Una circunferencia completa corresponde a 2π radianes= 6,283185307 rad
Existe una **fórmula de equivalencia** entre los dos sistemas de medición de ángulos que nos permite convertir la medida de un ángulo dada en un sistema a la medida del mismo ángulo en el otro sistema. La fórmula se expresa así:

$$\frac{\alpha^\circ}{360^\circ} = \frac{\alpha \text{ Rad}}{2\pi \text{ Rad}}$$

Su uso es muy sencillo, según lo demuestra este ejemplo:

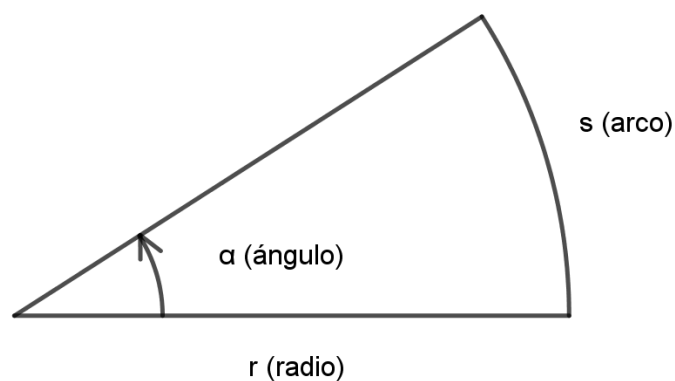
-¿Cuántos grados minutos y segundos sexagesimales tiene un ángulo de 2 Radianes?

Para resolver basta reemplazar los datos en la fórmula y despejar la incógnita:

$$\frac{\alpha^{\circ}}{360^{\circ}} = \frac{2\text{Rad}}{2\pi\text{Rad}} \Rightarrow \alpha^{\circ} = \frac{360^{\circ} \times 2\cancel{\text{Rad}}}{2\pi\cancel{\text{rad}}} \Rightarrow \alpha^{\circ} = 114,591559^{\circ}$$

$$\alpha^{\circ} = 114^{\circ} 35' 29,6''$$

Otra forma de entender el sistema radial consiste en definir al ángulo a partir de un segmento (radio) que gira en un sentido generando al ángulo y un arco:



El ángulo en radianes se define como la relación entre el arco y el ángulo, es decir:

$$\alpha \text{ (en radianes)} = \frac{\text{arco}}{\text{radio}}$$

$$\alpha = \frac{s}{r} \Rightarrow s = \alpha \cdot r \Rightarrow r = \frac{s}{\alpha}$$

ACLARACIÓN: Un arco de circunferencia correspondiente a un ángulo central “ α ” de una circunferencia de radio “ r ”, también se puede calcular si el ángulo central está expresado en sistema **sexagesimal**, con la fórmula:

$$\widehat{AB} = \frac{2\pi \cdot r \cdot \alpha}{360^{\circ}}$$

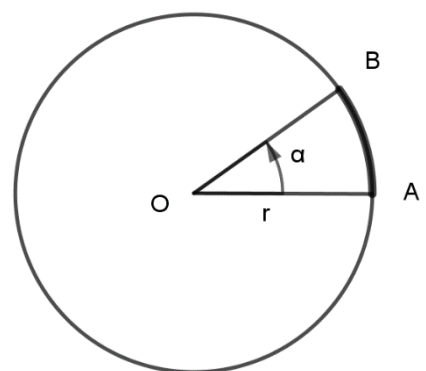


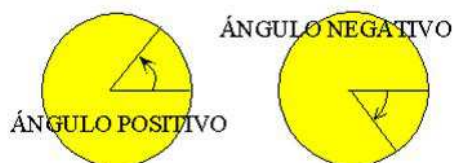
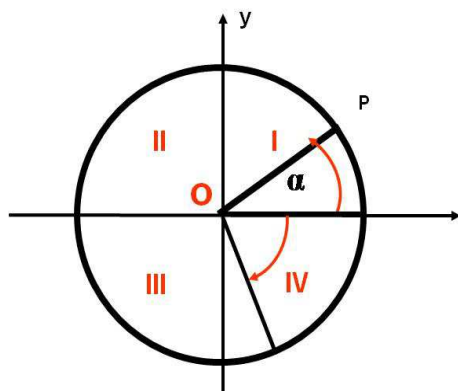
Tabla de equivalencias de ángulos usuales

	SISTEMA SEXAGESIMAL	SISTEMA RADIAL
Circunferencia	360°	2π rad
$3/4$ Circunferencia	270°	$3/2 \pi$ rad
$1/2$ Circunferencia	180°	π rad
$1/4$ Circunferencia	90°	$\pi/2$ rad

Continuaremos con los ejercicios referidos a ángulos y arcos, para lo cual recordamos las características de una circunferencia particular, que es la circunferencia trigonométrica.

la circunferencia trigonométrica tiene tres características fundamentales

- Su centro está apoyado en el origen de un Sistema de Coordenadas Cartesianas.
- Su Radio es igual a la unidad.
- Los Ángulos están orientados, o sea que sus vértices se encuentran en el origen del sistema, sus lados en la posición inicial coincidente con el eje positivo de las "x" y sus lados en la posición final tendrán un sentido positivo si tiene un giro anti-horario y negativo si su giro es horario.



NOTAS DE CURIOSIDAD Abecedario Griego-mayúsculas y minúsculas

alfa	A α	eta	H η	ni	N ν	tau	T τ
beta	B β	theta	Θ θ	xi	Ξ ξ	ípsilon	Υ υ
gamma	Γ γ	iota	I ι	ómicron	O o	fi	Φ φ
delta	Δ δ	kappa	K κ	pi	Π π	ji	Χ χ
épsilon	E ε	lambda	Λ λ	rho	Ρ ρ	psi	Ψ ψ
dseta	Z ζ	mi	M μ	sigma	Σ σ ζ	omega	Ω ω

UNIDAD 3 Y 4

ÁNGULOS ARCOS

POR MIRTA HEREDIA Y
SILVIO CHAILE

EJERCICIO N°1: Expresar en radianes los siguientes ángulos.

Ángulos		Ángulos	
$\alpha = 120^{\circ}45'$		$\varepsilon = 225,1504^{\circ}$	
$\beta = 135^{\circ}36'12''$		$\phi = 270^{\circ}56''$	
$\gamma = 150^{\circ}$		$\lambda = 300^{\circ}40'$	
$\delta = 180^{\circ}$		$\theta = 315^{\circ}57'46''$	
$\sigma = 233,3333^{\circ}$		$\Omega = 330^{\circ}$	

EJERCICIO N° 2: Expresar los siguientes ángulos en el sistema sexagesimal, de manera incompleja y compleja.

Ángulos		
$\alpha = 1 \text{ rad}$		
$\beta = 3,1989282 \text{ rad}$		
$\tau = \pi/7 \text{ rad}$		
$\delta = 5,33593 \text{ rad}$		
$\varepsilon = \pi/90 \text{ rad}$		

EJERCICIO N°3: ¿Estos ángulos son suplementarios o complementarios? Expresar ambos ángulos en sexagesimales.

Ángulos en Radianes	Ang. en Sexag.	Ángulos en Radianes	Ang. en Sexag.	Suplementarios o Complementarios?
$\Omega = 0,8028514559 \text{ rad}$		$\theta = 0,7679448709 \text{ rad}$		
$\Sigma = 2,303834613 \text{ rad}$		$\delta = 0,837758041 \text{ rad}$		
$\phi = 0,5934119457 \text{ rad}$		$\varepsilon = 2,548180708 \text{ rad}$		
$\lambda = 0,436332313 \text{ rad}$		$\eta = 1,134464014 \text{ rad}$		



EJERCICIO N° 4: Efectuar las siguientes operaciones con ángulos y expresar el resultado en radianes

Operaciones con ángulos	
a. $23^{\circ} 45' 40'' + 33^{\circ} 32' 4,81'' =$	
b. $38^{\circ} 21' 29'' \times 5 =$	
c. $39^{\circ} 21' 37'' : 7 =$	
d. $180^{\circ} - 54^{\circ} 32' 25'' =$	
e. $2,18 \text{ rad} + 15^{\circ} 23' 06'' =$	

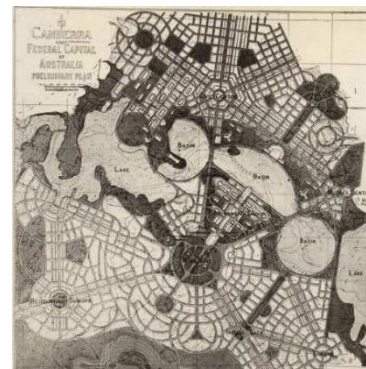
EJERCICIO N° 5: En una circunferencia de $r = 12,4 \text{ m}$, un arco tiene una longitud de 5 m . Calcular el ángulo que barre dicho arco. Expresar en sistemas radial y sexagesimal.

EJERCICIO N° 6: Calcular el radio de una circunferencia sabiendo que en la misma un arco de 75 cm barre un ángulo central de 80° .

EJERCICIO N°7:

En la urbanización circular de un barrio se disponen parcelas de viviendas en un radio de 350m abarcando un ángulo de 2rad y otras con un radio de 200m pero en un ángulo de 99° .

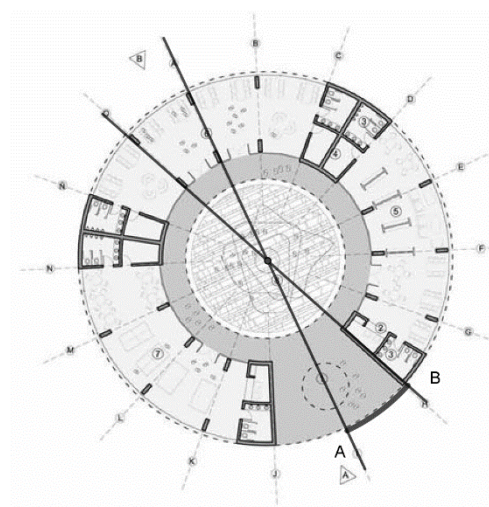
¿Cuáles son los valores de los arcos que limitan cada una de estas parcelas?



EJERCICIO N°8:

La biblioteca de planta circular que se muestra en la figura, tiene una superficie de $615,752 \text{ m}^2$ y en ella se demarca un arco AB cuyo ángulo central es de 24° .

¿Cuál es la longitud del arco?

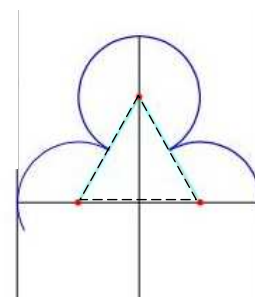


EJERCICIO N°9:

¿Cuánto mide todo el arco lobulado?

Nota: lado del triángulo equilátero = 120 cm.

Gráfico sin escala



EJERCICIO N°10:

¿Cuánto mide el arco mayor de circunferencia que marca el reloj de flores en la plaza del barrio a las 8 en punto si este tiene 1,80m de diámetro?



UNIDAD 3 Y 4

Ángulos - arcos: SOLUCIONES

EJERCICIO N°1: Expresar en radianes

Ángulos	Respuestas	Ángulos	Respuestas
$\alpha=120^{\circ}45'$	$\alpha=2,107485072 \text{ rad}$	$\varepsilon=225,1504^{\circ}$	$\varepsilon=3,929612792 \text{ rad}$
$\beta=135^{\circ}36'12''$	$\beta=2,36672463 \text{ rad}$	$\phi=270^{\circ}56''$	$\phi=4,712660476 \text{ rad}$
$\gamma=150^{\circ}$	$\gamma=2,617993878 \text{ rad}$	$\lambda=300^{\circ}40'$	$\lambda=5,247623284 \text{ rad}$
$\delta=180^{\circ}$	$\delta=3,141592654 \text{ rad}$	$\theta=315^{\circ}57'46''$	$\theta=5,514590786 \text{ rad}$
$\sigma=233,3333^{\circ}$	$\sigma=4,07243434 \text{ rad}$	$\Omega=330^{\circ}$	$\Omega=5,759586532 \text{ rad}$

EJERCICIO N°2: Expresar en grados sexagesimales y en su forma compleja

Ángulos	Respuestas	
$\alpha=1 \text{ rad}$	$57,29577951^{\circ}$	$57^{\circ}17'44,81''$
$\beta=3,1989282 \text{ rad}$	$183,2850848^{\circ}$	$183^{\circ}17'6,31''$
$\tau=\pi/7 \text{ rad}$	$25,71428571^{\circ}$	$25^{\circ}42'51,43''$
$\delta=5,33593 \text{ rad}$	$305,7262688^{\circ}$	$305^{\circ}43'34,57''$
$\varepsilon=\pi/90 \text{ rad}$	2°	2°

EJERCICIO N°3: ¿Estos ángulos son suplementarios o complementarios? Expresar ambos ángulos en sexagesimales.

Ángulos en Radianes	Ang. en Sexag.	Ángulos en Radianes	Ang. en Sexag.	Suplementarios o Complementarios?
$\Omega=0,8028514559 \text{ rad}$	46°	$\theta=0,7679448709 \text{ rad}$	44°	complementarios
$\Sigma=2,303834613 \text{ rad}$	132°	$\delta=0,837758041 \text{ rad}$	48°	suplementarios
$\phi=0,5934119457 \text{ rad}$	34°	$\varepsilon=2,548180708 \text{ rad}$	146°	suplementarios
$\lambda=0,436332313 \text{ rad}$	25°	$\eta=1,134464014 \text{ rad}$	65°	complementarios



EJERCICIO N°4:

Operaciones con ángulos	
a. $23^{\circ}45'40'' + 33^{\circ}32'4,81'' =$	$57^{\circ}17'44,81'' = 1 \text{ rad}$
b. $38^{\circ}21'29'' \times 5 =$	$191^{\circ}47'25'' = 3,347371821 \text{ rad}$
c. $39^{\circ}21'37'' : 7 =$	$5^{\circ}37'22,43'' = 0,0981380631 \text{ rad}$
d. $180^{\circ} - 54^{\circ}32'25'' =$	$125^{\circ}27'35'' = 2,189685231 \text{ rad}$
e. $2,18 \text{ rad} + 15^{\circ}23'06'' =$	$140^{\circ}17'23,28'' = 2,448518905 \text{ rad}$

EJERCICIO N°5:

En radianes: 0,403225806. En sexagesimal: $23^{\circ}6'11,29''$

EJERCICIO N°6:

El radio mide 53,7147 cm.

EJERCICIO N°7:

Arco de radio 350m = 700m

Arco de radio 200m = 345,5752m

EJERCICIO N°8:

El arco mide 5,864 m

EJERCICIO N°9:

El arco lobulado mide 565,4867cm

EJERCICIO N°10:

A las 8 hs el arco es de 3,7699m

UNIDAD 3 Y 4

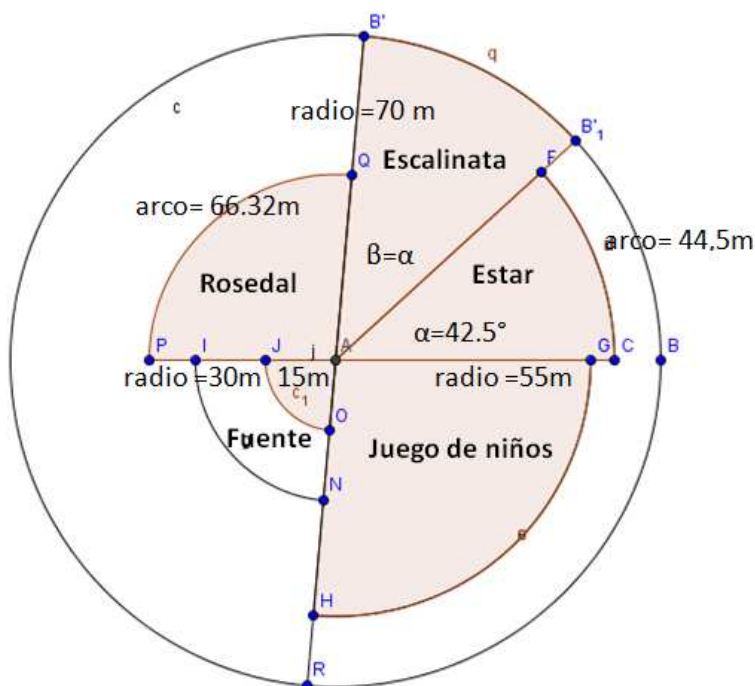
FIGURAS CIRCULARES

POR MIRTA
HEREDIA Y
SILVIO CHAILE

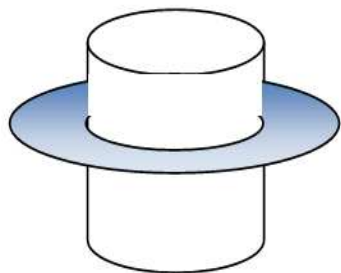
EJERCICIO N°1:

Una plaza de planta circular de 70 m de radio se organiza en sectores circulares con diferentes zonas y actividades. Se pide definir:

- Las áreas de todos y cada uno de los sectores y trapezio circulares.
- El área de la fuente (trapezio circular).
- La distancia existente entre las columnas que bordean el arco que limita el sector de juego de los niños, sabiendo que el número de las mismas es de 58.
- El porcentaje de superficie que ocupa el total del sector parqueizado respecto de la superficie total de la plaza circular.



EJERCICIO N°2:



Un Auditorio de planta circular de 30m de diámetro está rodeado por un lucernario superior en forma de Corona Circular como se ve en las imágenes. ¿Cuántos m^2 de policarbonato transparente son necesarios para cubrir el lucernario si su perímetro exterior es de 113,0972 m?

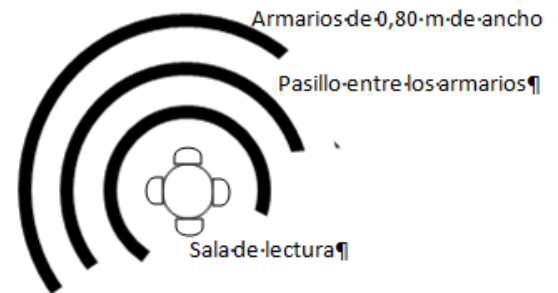


EJERCICIO N°3:

En la biblioteca que se observa ¿cuál es la superficie de cada uno de los tres armarios de 0,80m de ancho que en forma de trapecios circulares concéntricos rodean la sala de lectura circular?

Datos:

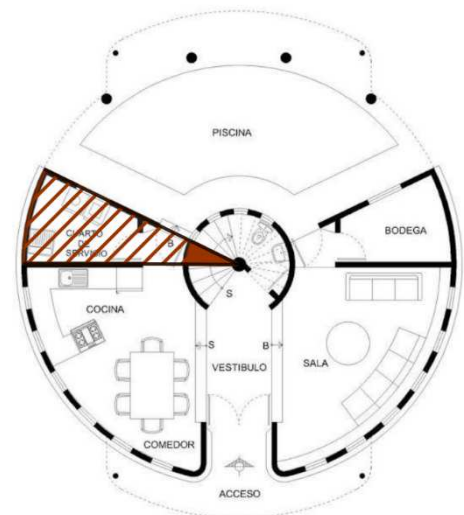
- 1° trapecio con radio interior de 3m y abarca un ángulo de 280° .
- 2° trapecio con radio interior de 6m y abarca un ángulo de 200° .
- 3° trapecio con radio interior de 9m y abarca un ángulo de 115° .



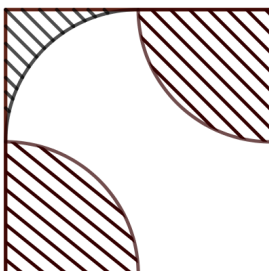
EJERCICIO N°4:

En la planta circular de la vivienda del gráfico se ha demarcado una zona rayada con forma de trapecio circular correspondiente a un cuarto de servicio, cuyo ángulo central es de 30° .

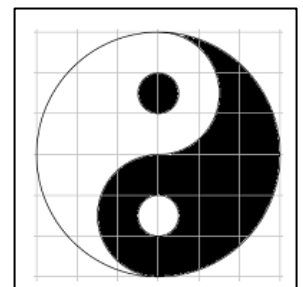
Siendo la superficie de dicho trapecio igual a $15,48 \text{ m}^2$ y sabiendo que el diámetro de la planta es de 16 m, se desea saber el radio del pequeño círculo central.



EJERCICIO N°5:

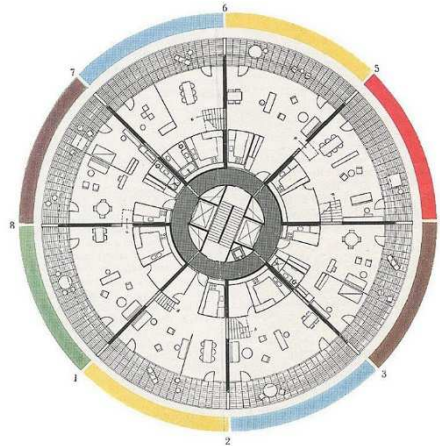


Se necesita presupuestar el solado de mármol negro “Marquina” (figura de la derecha), sabiendo que el diámetro de la circunferencia es de 5m y el de cerámica rayada inscripto en el cuadrilátero que lo contiene sabiendo que el lado del cuadrilátero es igual a 5m. Estos solados se encuentran en diferentes explanadas a orillas del mar en una ciudad turística. Calcular el área en m^2 en ambos casos.



EJERCICIO N°6:

La planta circular de la figura está dividida en 8 sectores equivalentes. El arco de circunferencia que pertenece a 3 sectores consecutivos mide 23,562 m y el radio del círculo interior es de 1,8 m. ¿Cuál es el valor del área en forma de corona circular de todas las unidades habitacionales?



EJERCICIO N°7:

A razón de 5 kgf por cada metro cuadrado, el peso total de una estructura semiesférica es de 28274,33 kgf. Se desea saber:

- ¿Qué área cubre en planta?
- ¿Qué volumen ocupa?



UNIDAD 3 Y 4

Figuras circulares-SOLUCIONES

EJERCICIO N°1:

- a) Area de los diferentes sectores
 - Sector escalinata: $1817,3241 \text{ m}^2$
 - Sector estar: $1334,8231 \text{ m}^2$
 - Sector juego de niños: $2507,8190 \text{ m}^2$
 - Sector Rosedal: $1326,34977 \text{ m}^2$
 - Manzana Circular: $15393,8040 \text{ m}^2$
- b) Sector fuente: $500,6912 \text{ m}^2$
 - Arco mayor del sector de juego de niños: $91,19 \text{ m}$
- c) Separación entre las 57 columnas: $1,60 \text{ m}$
- d) Porcentaje de ocupación del área parquizada de la plaza = $49,7207\%$

EJERCICIO N°2:

Se necesitan $311,0177 \text{ m}^2$ de policarbonato para cubrir el lucernario en forma de Corona Circular.

EJERCICIO N°3:

El armario más próximo a la sala de lectura tiene $13,2924 \text{ m}^2$.
 El armario que está a 6 m del centro de la sala de lectura tiene $17,8722 \text{ m}^2$.
 El armario más alejado de la sala de lectura tiene $15,0936 \text{ m}^2$.

EJERCICIO N°4:

Radio = $2,206 \text{ m}$

EJERCICIO N°5

Área de mármol negro= $9,8174 \text{ m}^2$
 Área de cerámica texturada= $13,8413 \text{ m}^2$

EJERCICIO N°6

Área = $303,98 \text{ m}^2$

EJERCICIO N°7:

Área de la planta $S = 2827,43 \text{ m}^2$
 Volumen de la estructura $V = 56548,6677 \text{ m}^3$

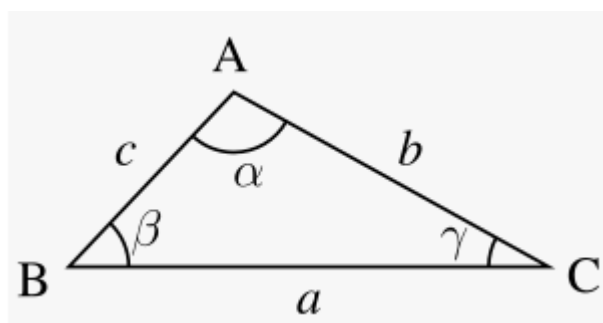
UNIDAD 3 Y 4

Sustento teórico
FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

POR CLARISA
LANZILLOTTO

Recordamos que **la Trigonometría** (trigonon: triángulo y metron: medida) es la rama de la Matemática que trata la resolución de los triángulos por medio del cálculo, analizando las relaciones numéricas existentes entre sus lados y sus ángulos. Se reconocen dos vertientes: la Trigonometría Plana, que estudia los triángulos rectilíneos y la Trigonometría Esférica que estudia los triángulos esféricos.

Recordamos que se llama **TRIÁNGULO** a la figura geométrica formada por una poligonal cerrada delimitada por tres lados.



Son sus Elementos:

3 lados : **a, b, c**

3 ángulos interiores : **α, β, γ**

3 vértices : **A, B, C**

Además sabemos que: **$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$**

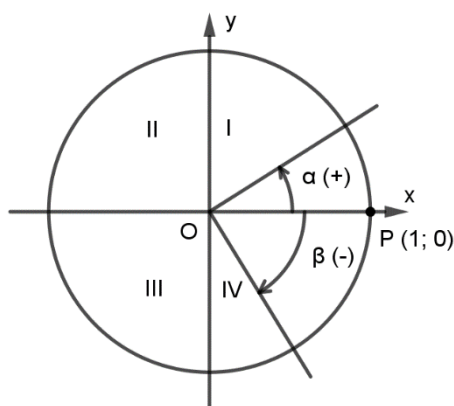
Cuando hablamos de resolver triángulos, nos referimos a: encontrar la medida de sus lados, el valor de sus ángulos interiores, su perímetro y su área.

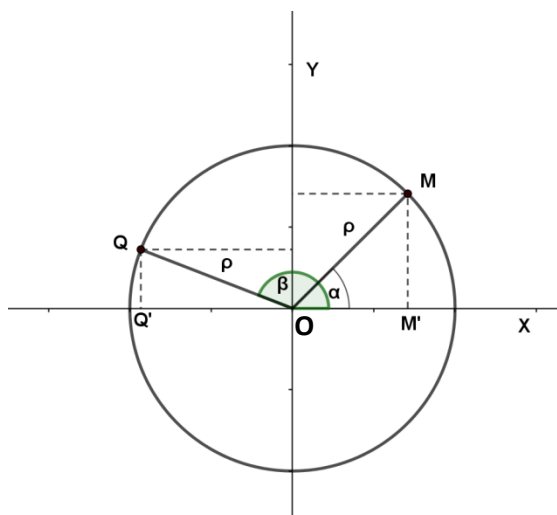
La Trigonometría Plana utiliza **las funciones trigonométricas para resolver los triángulos** y transitivamente los polígonos en general.

Las funciones trigonométricas pertenecen al grupo de las funciones llamadas trascendentes. Como en toda función, la cantidad variable de la cual depende la función se llama variable independiente o argumento.

En las funciones trigonométricas la **variable independiente es el ángulo**.

Definiremos, entonces, las seis funciones trigonométricas, a partir de orientar un ángulo que puede ser positivo o negativo, en la circunferencia trigonométrica.





Como muestra la figura, el ángulo α tiene su vértice coincidente con el origen del sistema cartesiano y con el centro de la circunferencia trigonométrica, su lado inicial coincide con el semieje positivo de las abscisas ("x") y su lado terminal se ubica en el primer cuadrante del plano e intersecta a la circunferencia en el punto M. La proyección de M sobre el eje "x" define el punto M'. Quedan así determinados tres segmentos dirigidos que forman el triángulo rectángulo MOM'.

Definimos:

OM que representaremos por ρ y llamaremos radio-vector

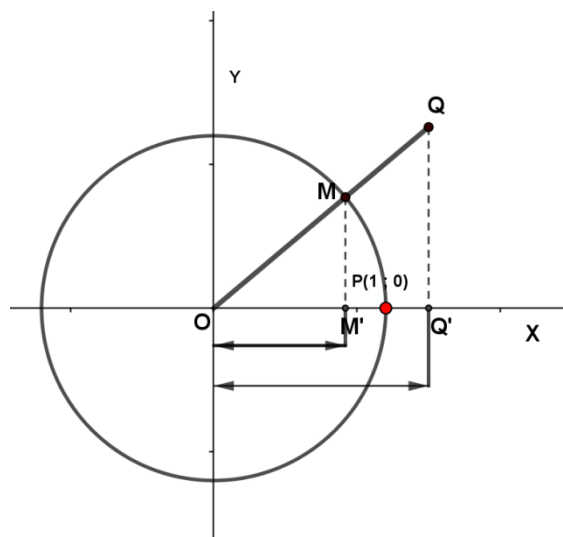
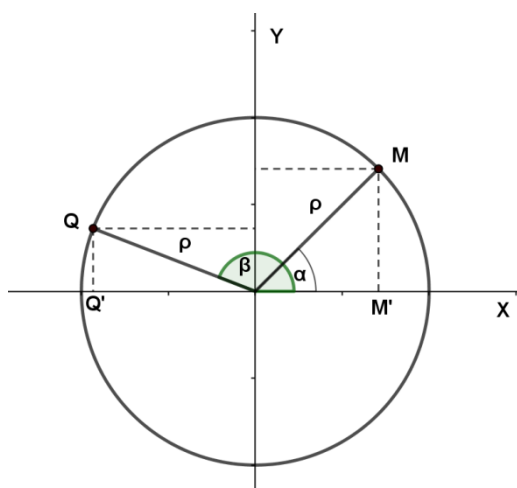
OM' que representaremos por x y llamaremos abscisa

MM' que representaremos por y y llamaremos ordenada

Con la abscisa, el radio vector y la ordenada se pueden formar seis razones que definirán las seis funciones trigonométricas. Estas razones son:

$$\frac{y}{\rho}, \frac{x}{\rho}, \frac{y}{x} \text{ y sus recíprocas } \frac{\rho}{y}, \frac{\rho}{x}, \frac{x}{y}$$

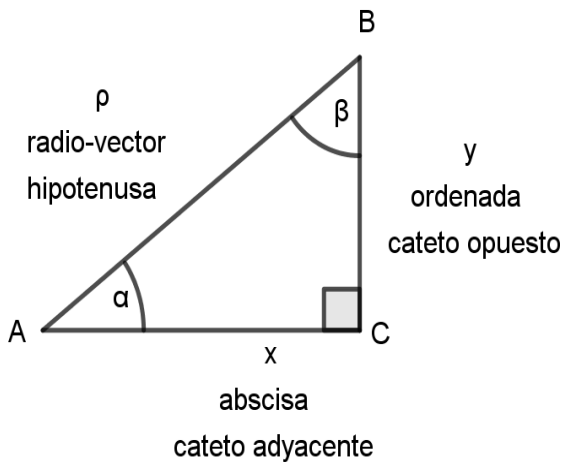
Estas razones son **dependientes** del ángulo α e **independientes de la longitud de los lados del triángulo como lo muestran las siguientes figuras.**



Si cambia el valor del ángulo, varían "x" e "y" mientras ρ se mantiene constante, por tanto varían las razones en donde ellas intervienen. En cambio son independientes de la longitud de los segmentos que determinan los lados del triángulo rectángulo.

Diremos entonces que las razones que se pueden formar con la abscisa, la ordenada y el radio-vector, son funciones que dependen únicamente de la amplitud del ángulo α .

Luego, **las 6 funciones trigonométricas del ángulo α** , en términos de la abscisa, la ordenada y el radio-vector, y en términos de los lados de un triángulo rectángulo son:



$$\text{seno } \alpha = \text{sen } \alpha = \frac{\text{ordenada}}{\text{radio - vector}} = \frac{y}{\rho} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{coseno } \alpha = \text{cos } \alpha = \frac{\text{abscisa}}{\text{radio - vector}} = \frac{x}{\rho} = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{tangente } \alpha = \text{tg } \alpha = \frac{\text{ordenada}}{\text{abscisa}} = \frac{y}{x} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$$

$$\text{cotangente } \alpha = \text{cotg } \alpha = \frac{\text{abscisa}}{\text{ordenada}} = \frac{x}{y} = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}}$$

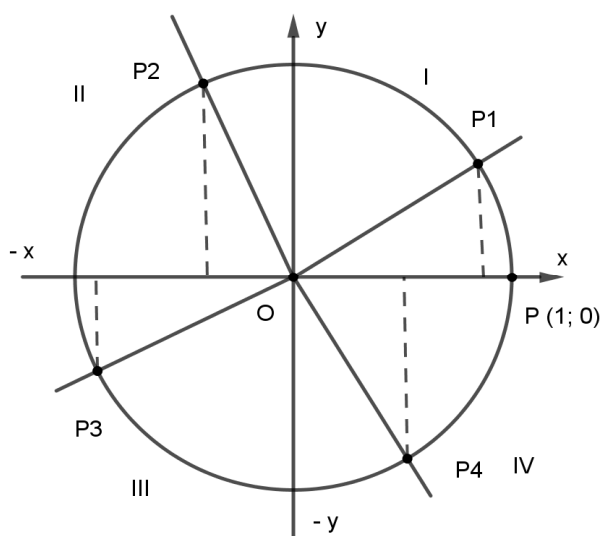
$$\text{secante } \alpha = \text{sec } \alpha = \frac{\text{radio - vector}}{\text{abscisa}} = \frac{\rho}{x} = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}}$$

$$\text{cosecante } \alpha = \text{cosec } \alpha = \frac{\text{radio - vector}}{\text{ordenada}} = \frac{\rho}{y} = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}}$$

Signos de las funciones trigonométricas

De acuerdo con el cuadrante en que se encuentre el lado terminal del ángulo, teniendo en cuenta que la distancia de un punto cualquiera al origen de coordenadas es siempre positiva, y aplicando la "ley de los signos", las funciones trigonométricas pueden ser positivas o negativas.

En la tabla se resumen los signos de las funciones trigonométricas en cada uno de los cuadrantes.



I cuadrante: $x +$, $y +$
 II cuadrante: $x -$; $y +$
 III cuadrante: $x -$; $y -$
 IV cuadrante: $x +$; $y -$

	Seno	coseno	tangente	cotangente	secante	cosecante
Cuadrante I	+	+	+	+	+	+
Cuadrante II	+	-	-	-	-	+
Cuadrante III	-	-	+	+	-	-
Cuadrante IV	-	+	-	-	+	-

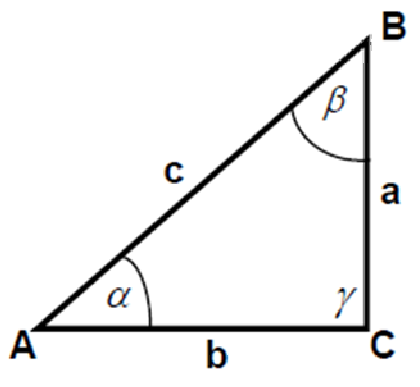
RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Ya expresamos que resolver un triángulo es: encontrar la medida de sus lados, el valor de sus ángulos interiores, su perímetro y su área. En definitiva, deberemos calcular los elementos desconocidos del mismo en función de los que se conocen y para ello, es necesario y suficiente conocer **tres elementos, entre los cuales figure por lo menos un lado**.

En el caso particular de los triángulos rectángulos uno de los elementos, **el ángulo recto es conocido a priori**, luego para tener los tres datos bastará conocer otros dos elementos que podrán ser dos lados, o bien un lado y un ángulo agudo.

Las relaciones que vinculan los elementos conocidos con las incógnitas serán las funciones trigonométricas de ángulos agudos y el Teorema de Pitágoras.

La figura orientará los aspectos que estudiaremos para resolver cualquier triángulo rectángulo



1-Para establecer las relaciones entre sus lados y ángulos utilizaremos las funciones trigonométricas:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{sen} \alpha &= \frac{a}{c} & a &= c \operatorname{sen} \alpha \\ \operatorname{sen} \beta &= \frac{b}{c} & b &= c \operatorname{sen} \beta \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{b}{c} & b &= c \cos \alpha \\ \cos \beta &= \frac{a}{c} & a &= c \cos \beta \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{a}{b} & a &= b \operatorname{tg} \alpha \\ \operatorname{tg} \beta &= \frac{b}{a} & b &= a \operatorname{tg} \beta \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{cotg} \alpha &= \frac{b}{a} & b &= a \operatorname{cotg} \alpha \\ \operatorname{cotg} \beta &= \frac{a}{b} & a &= b \operatorname{cotg} \beta \end{aligned} \right\}$$

2-Para establecer las relaciones entre los lados, utilizaremos el Teorema de Pitágoras:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

En todo triángulo rectángulo, la hipotenusa (en este caso "c") al cuadrado, es igual a la suma de los cuadrados de los catetos (en este caso los catetos son "a" y "b")

3-Para establecer la relación entre los ángulos interiores:

Recordemos que: $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

Si γ es el ángulo Recto (90°), α y β son ángulos complementarios (su suma es = 90°)

4-Para calcular el valor de un ángulo conociendo una función trigonométrica del mismo:

Deberemos utilizar la inversa de la función trigonométrica llamada FUNCIÓN CIRCULAR INVERSA .

$\alpha = \text{ang. sen } y$ o $\alpha = \operatorname{sen}^{-1} y$ y se lee

“ α es el ángulo cuyo seno vale y ”

Se expresa entonces: $\alpha = \operatorname{arc} \operatorname{sen} y$

En forma análoga se definen las inversas de las otras funciones circulares:

$$\alpha = \arccos y$$

$$\alpha = \arctg y$$

$$\alpha = \operatorname{arccotg} y$$

$$\alpha = \operatorname{arcsec} y$$

$$\alpha = \operatorname{arccosec} y$$

Por ejemplo: Si se sabe que el $\cos \alpha = 0,5$; cuál es el valor de α ?

$$\alpha = \arccos 0,5 \text{ luego } \alpha = 60^\circ$$

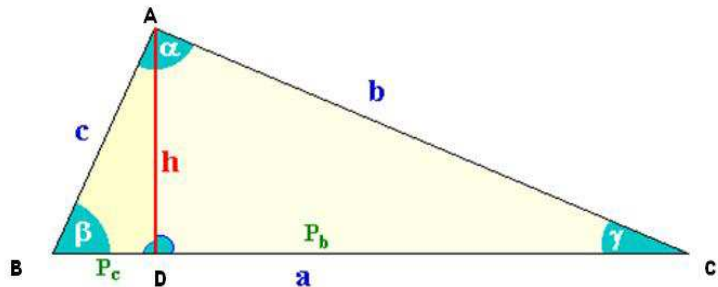
5- Para calcular el perímetro del triángulo:

El perímetro es igual a la suma de las medidas de los lados del triángulo ($a+b+c$)

6- Para calcular la superficie o área:

Para un triángulo cualquiera la fórmula fundamental expresa que:

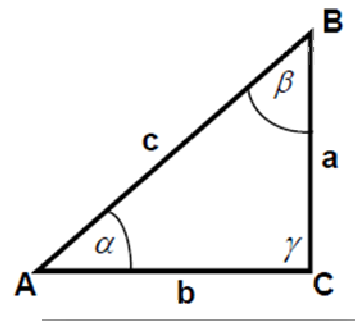
El área de un triángulo es igual al semi producto de las medidas de dos de sus lados por el seno del ángulo comprendido entre esos lados. Según la figura si tomamos por ejemplo, los lados b y c, el cálculo será:



$$\text{Área} = \frac{c \cdot b \cdot \sin \alpha}{2}$$

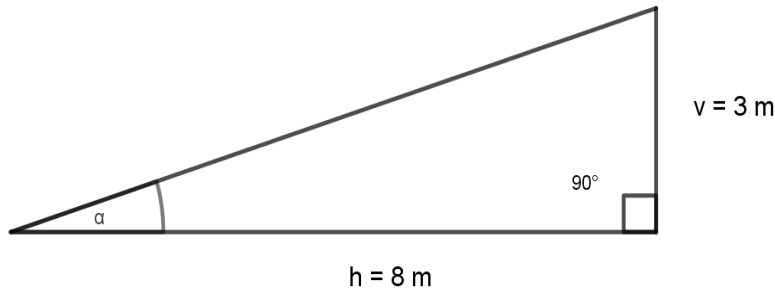
Pero si el triángulo es RECTÁNGULO uno de los catetos se puede considerar como base y el otro como altura. Luego podemos calcular el área con la expresión (sólo cuando el triángulo es RECTÁNGULO):

$$\text{Área} = \text{base (a)} \times \text{altura (b)} / 2$$



CONCEPTO DE PENDIENTE

En topografía, la **pendiente** es un concepto que permite medir el grado de inclinación del terreno. Es la relación entre el espacio que recorremos verticalmente y el espacio que recorremos horizontalmente cuando subimos una rampa:



En arquitectura e ingeniería encontramos pendientes en: techos inclinados, caños de desagües, terrenos, escaleras, rutas y caminos, etc.

Existen 2 maneras, equivalentes entre sí, de expresar una pendiente:

1. Como relación entre distancia vertical y horizontal (o tangente del ángulo de inclinación):

$$\text{pendiente} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{v}{h} = \frac{3 \text{ m}}{8 \text{ m}} = 0,375$$

2. Como porcentaje, multiplicando la tangente del ángulo por el 100%.

$$0,375 \cdot 100 \% = 37,5 \%$$

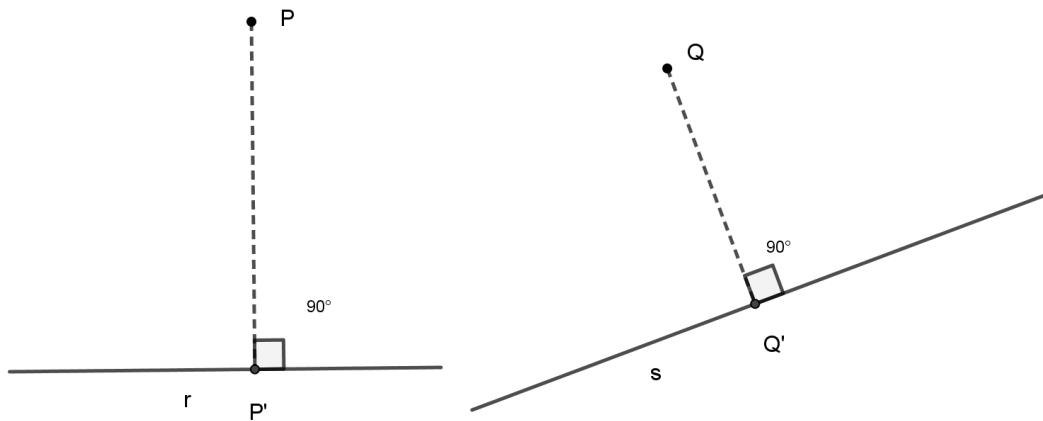
Significa que por cada 100 metros horizontales, sube 37,5 metros.

También se puede calcular el ángulo de inclinación a partir de la pendiente con la función **arctg**. En el ejemplo gráfico es:

$$\alpha = \operatorname{arctg} (0,375); \quad \alpha = 20^{\circ} 33' 21,76''$$

PROYECCIÓN – DESPROYECCIÓN

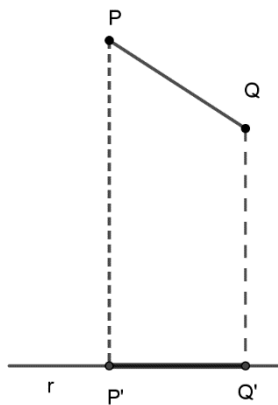
Se llama **proyección ortogonal del punto P sobre la recta r** al punto P' que se obtiene de la intersección de la **recta r** con el segmento que contiene al punto P y es perpendicular a ella.



En la figura precedente, P' es la proyección de P sobre la recta r y Q' es la proyección de Q sobre la recta s.

Proyección ortogonal de un segmento.

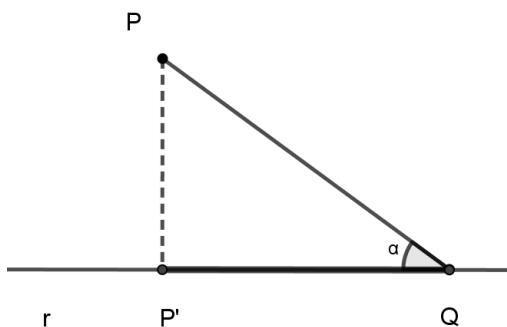
Para proyectar un segmento, se proyectan los extremos del mismo.



El segmento P'Q' es la proyección ortogonal del segmento PQ sobre la recta r.

Cálculo de la proyección

Si trasladamos el segmento PQ manteniendo su orientación, de tal manera que Q coincida con Q', queda determinado el ángulo α que se forma entre ellos y un triángulo rectángulo PP'Q:



PP'Q:

PQ es el segmento a proyectar

P'Q es el segmento proyectado

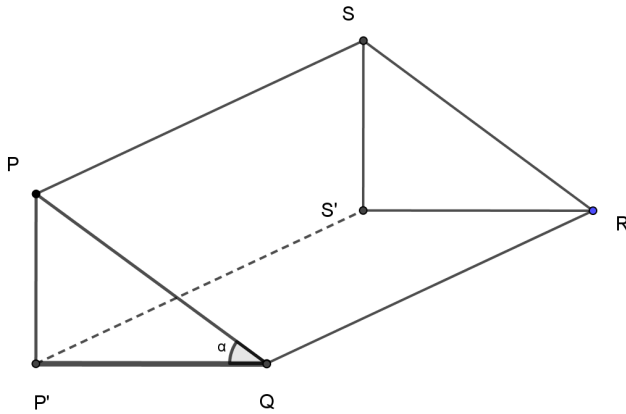
$$\cos \alpha = \frac{P'Q}{PQ}$$

Entonces $P'Q = PQ \cdot \cos \alpha$ (proyección de PQ sobre la recta r).

$$PQ = \frac{P'Q}{\cos \alpha} \quad (\text{desproyección de } P'Q \text{ respecto del ángulo } \alpha).$$

Proyección ortogonal de una superficie

Pensemos ahora en un caso muy común en la arquitectura, que es el de los techos inclinados. Un techo inclinado es una estructura destinada a cubrir una determinada superficie y al tener cierto ángulo de inclinación con respecto al plano horizontal, la superficie del techo siempre será mayor que la superficie a cubrir.



Llamamos S_P (Superficie de la planta) al rectángulo $QRS'P'$

Llamamos S_T (Superficie del techo) al rectángulo $QRSP$.

Es evidente que la superficie del techo es mayor que la superficie de la planta. Nuevamente la relación entre ambas superficies viene dada por el ángulo α , más precisamente por su coseno:

$$S_P = S_T \cdot \cos \alpha \text{ (proyección del techo sobre el plano horizontal).}$$

$$S_T = \frac{S_P}{\cos \alpha} \text{ (desproyección de la planta horizontal respecto del ángulo } \alpha \text{).}$$

UNIDAD 3 Y 4

TRIGONOMETRIA

TRIANGULOS RECTANGULOS

EJERCICIO N°1:

Encontrar el valor de las 6 funciones trigonométricas del ángulo α , en un triángulo rectángulo, sabiendo que:

- a) cateto opuesto = 5
hipotenusa = 13
- b) cateto adyacente = 3
cateto opuesto = 5
- c) cateto adyacente = 3
hipotenusa = 4
- d) cateto adyacente = 4
cateto opuesto = 3
- e) cateto opuesto = 1
hipotenusa = $\sqrt{2}$

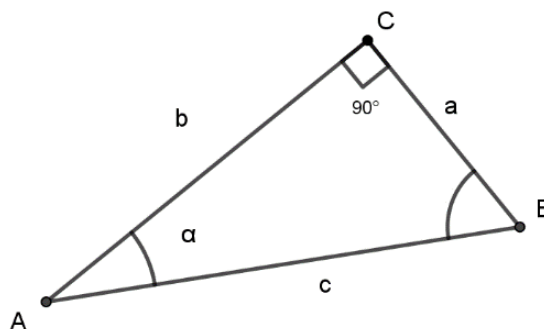
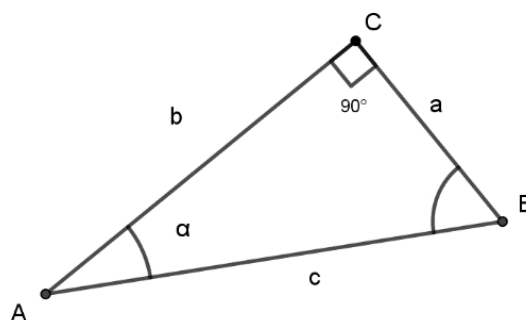


Gráfico sin Escala

EJERCICIO N°2:

Resolver los siguientes triángulos Rectángulos tendiendo como datos los distintos casos que se presentan en la tabla:



	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6
Lado a	76,40 m	96,56 m			32 m	
Lado b		76,30 m	74,25m	48,75 m		74,25 m
Lado c				72,24 m	58 m	
Angulo α			$36^\circ 28'$			
Angulo β	$68^\circ 46'$					$36^\circ 28'$
Angulo γ						
Perímetro						
Área						

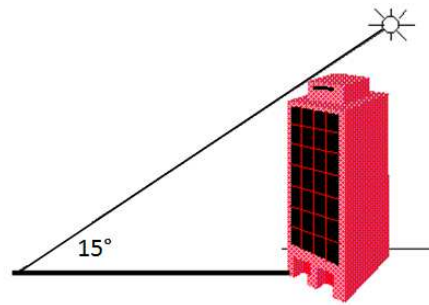
NOTAS DE UTILIDAD: RESOLVER UN TRIANGULO significa encontrar la medida de cada uno de sus lados y de sus ángulos. Debemos calcular además su perímetro y su área.

EJERCICIO N°3:

a) ¿Cuál es la longitud de la sombra proyectada por un edificio de 30 m. de altura, cuando el sol se eleva a 15° sobre el horizonte?

b) Si el edificio tiene 110m. de altura y proyecta una sombra de 80 m. de longitud. ¿Cuál es el ángulo de elevación del sol?.

c) En el primer caso, se tensa un cable entre la parte superior del edificio y el punto donde termina su sombra. ¿Qué longitud tiene el cable?



EJERCICIO N°4:

Desde lo alto de un mirador a 80m, con un ángulo de depresión de 25° , se observa la parte superior de un edificio de 21m de altura. ¿Cuál es la distancia que los separa?

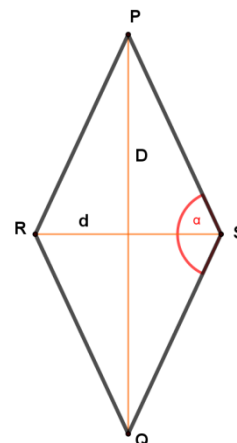


EJERCICIO N°5:

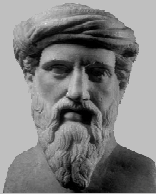
Un terreno tiene forma de rombo. La diagonal Mayor mide 125 m. y los ángulos opuestos a esa diagonal miden $\alpha = 130^\circ 20'$. Dicho terreno se quiere permutar por otro de igual área, pero que afecte la forma de un cuadrado.

a) ¿Cuál es la longitud del lado del terreno romboidal?

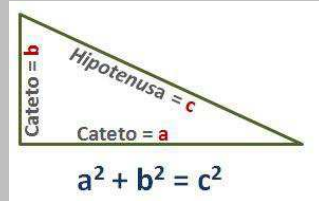
b) ¿Cuál deberá ser la longitud del lado del terreno cuadrangular?



NOTAS DE UTILIDAD:

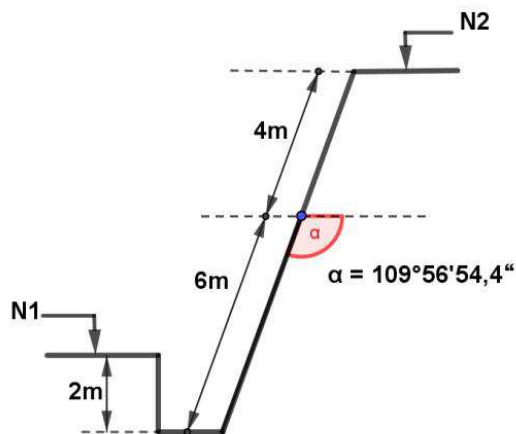


El Teorema de Pitágoras es una herramienta fundamental en la resolución de triángulos rectángulos



EJERCICIO N°6:

¿Cuál es la diferencia en metros que existe entre los niveles N1 y N2 de dos explanadas en el zoológico?



EJERCICIO N°7:

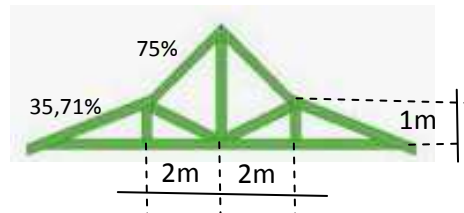
Si la relación entre el alto y el ancho del pináculo de una iglesia gótica, (como se observa en la Catedral de Burgos) es de 5, se pide calcular el valor de los ángulos del triángulo que se define al dibujar su fachada.



EJERCICIO N°8:

Inspirado en los techos de chozas lacustres polinesias, se diseña un Salón de Usos Múltiples con esta morfología. Para ello se necesita conocer:

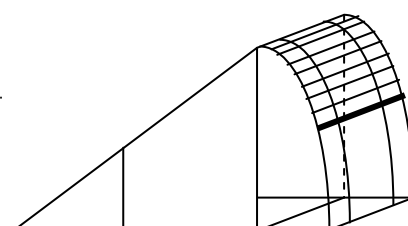
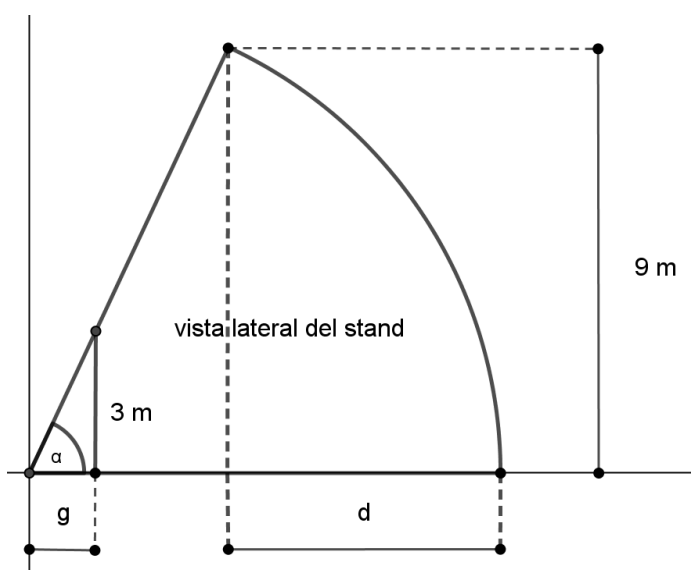
- ¿Cuál es la altura total del reticulado según se observa en el gráfico?
- ¿Cuál es la luz total (ancho) que cubre este reticulado?
- ¿Cuántos metros de perfilería se emplea en cada viga de este reticulado? Nota: El reticulado posee simetría según un eje vertical que pasa por el punto más alto.



EJERCICIO N°9:

Dada la fachada lateral de un Stand de Exposición, se pide

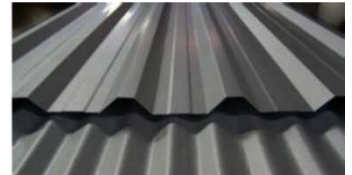
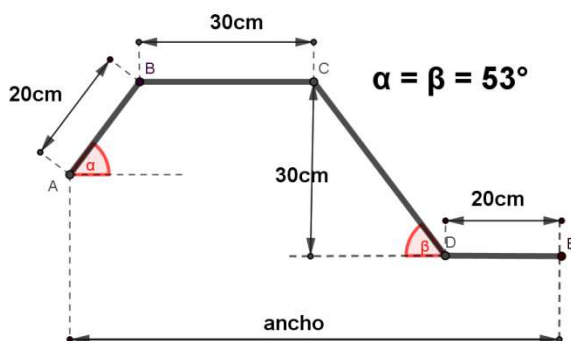
- Calcular cuál es la longitud del arco completo que sostiene la pérgola de la fachada principal si sabemos que el $\cos \alpha = 0,4226182$ y la altura máxima del Stand es de 9 m
- ¿Cuál es la distancia "d" de expansión frente a dicho Stand?
- ¿Cuál es el espacio residual "g" que queda al fondo del Stand (cerca del vértice) cuando la altura del mismo es de 3 m?



EJERCICIO N° 10:

Una vivienda está techada con chapas trapezoidales de zinc aluminizada, perfilado con resistencia mecánica, lacado en color azul de 700 cm de largo. Se pide:

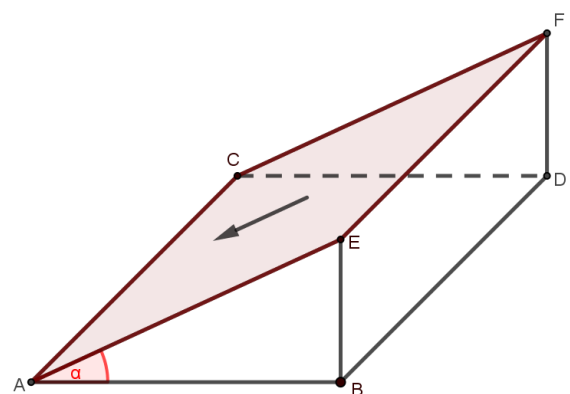
- ¿Cuál es el ancho de la chapa en posición horizontal?
- ¿Cuál es la longitud total de la chapa desarrollada?
- ¿Cuál es el área que cubre cada una de las chapas (sin considerar el solapado de chapas contiguas) si tiene una pendiente del 20%?



EJERCICIO N° 11:

La cubierta del techo graficada tiene una pendiente $i = 24,94 \%$ y su área = 42 m^2 , (sin considerar aleros) Determinar:

- Ángulo de inclinación α de la cubierta.

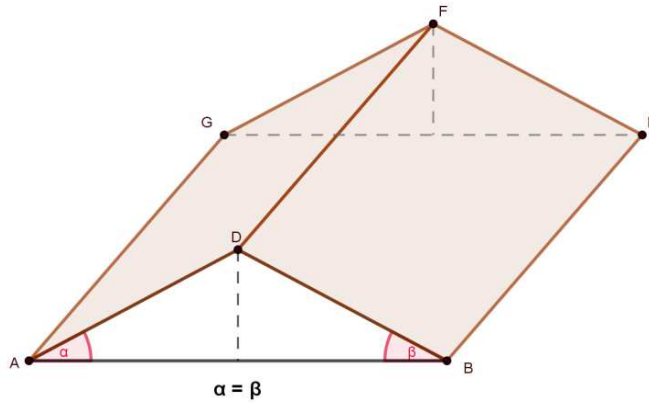


- Área de la planta (posición horizontal).

EJERCICIO N°12:

La cubierta del techo graficada corresponde a un techo a 2 aguas, con igual pendiente en ambos faldones ($\alpha=\beta$). Si el área en planta es de 145 m^2 y $\alpha = 15^\circ 38' 32,09'' = \beta$. Determinar:

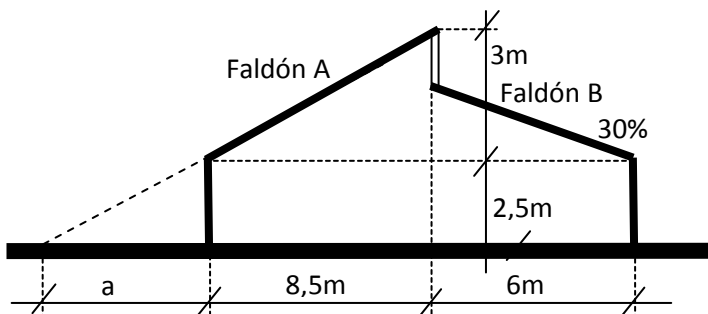
- Pendiente en % de la cubierta.
- Área de cada faldón.



EJERCICIO N°13:

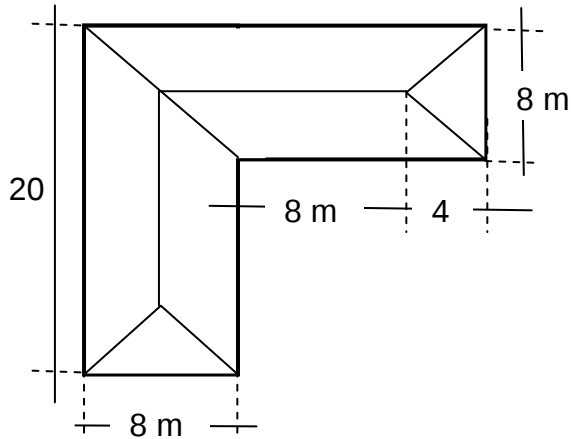
Según se observa en el gráfico:

- ¿Cuál es la pendiente del **Faldón A**? (GLOSARIO)
- ¿Cuánto mediría "a" si prolongáramos el Faldón A hasta llegar al suelo?
- Si el Faldón B tiene una pendiente del 30% cuánto mide de alto el **lucernario**? (GLOSARIO)



EJERCICIO N°14:

- Determinar el área de la cubierta del techo sabiendo que su pendiente $i = 25\%$ es constante en todos sus faldones.
- Determinar la cantidad de tejas francesas necesarias para materializar la cubierta sabiendo que catorce de ellas cubren 1 m^2 y considerando que se debe agregar un 5% de material por roturas y recortes.
- Determinar el ángulo de inclinación de los faldones, respecto al plano horizontal.



EJERCICIO N°15:

El ingreso del Museo del Louvre de forma piramidal, diseñado por Leoh Ming Pei tiene una altura de 20,6 m y sus caras oblicuas forman con la base un ángulo de 51° . Se pide determinar:

- ¿Qué área cubre en planta la base cuadrangular?
- ¿Cuál es la medida de las apotemas de la pirámide?
- ¿Cuál es el área de las caras triangulares?
- ¿Qué pendiente tienen sus caras?
- ¿Cuál es la longitud de las aristas oblicuas?
- ¿Cuántos paneles de vidrio y aluminio cubren sus caras laterales si tienen un área aproximada de $2,628 \text{ m}^2$?



EJERCICIO N°16:

Se presume que las pirámides **teotihuacanas** fueron construidas por antecesores de los [aztecas](#).

De imagen impactante, de grandeza y misterio despierta la imaginación, quizás por ello los aztecas, consideraban a Teotihuacán como la ciudad de los dioses.

Estos edificios están orientados generalmente al poniente (siguiendo el movimiento solar)

Las pirámides de Teotihuacán son tres, la pirámide del Sol, de la Luna y de la Serpiente Emplumada:

La Pirámide del Sol es una pirámide trunca, y se sabe que:

- El lado de la base inferior es de 223,5 m
- Las caras laterales inclinadas tienen una pendiente de 63,692%
- Su altura es de 63,4 m.

Se necesita saber cuál es la medida del **lado de la base superior** en esta pirámide.



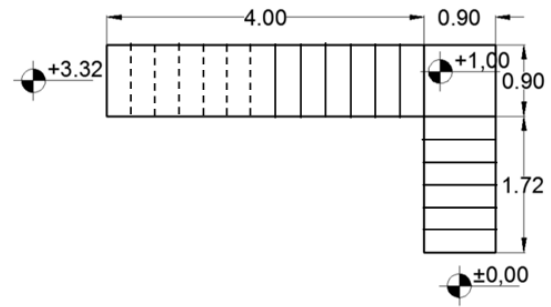
EJERCICIO N°17

Una escalera lineal tienen una proyección en horizontal =6m y salva un desnivel de 3,4 m. Se pide:

- ¿Cuál es la Pendiente de la escalera en porcentaje?
- ¿Cuál es el ángulo de inclinación de la escalera respecto de la horizontal?
- ¿Cuál es la tangente de dicho ángulo?
- ¿Cuál es la longitud del desarrollo de la escalera (hipotenusa del triángulo)?

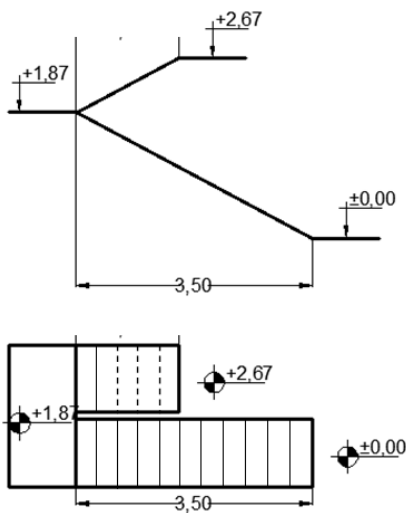


EJERCICIO N°18:



Una escalera en “L” tiene dos tramos. En el primer tramo salva una altura de 1m y el segundo tramo se desarrolla en planta a lo largo de 4 m. Sabiendo que la pendiente de cada uno de los tramos es del 58%, se pide determinar el desnivel total que cubren los dos tramos de escalera.

EJERCICIO N°19:



Una escalera en “U” tiene dos tramos de distinto número de escalones e igual pendiente. Si el primer tramo tiene una proyección en planta de 3,5 m y cubre un desnivel de 1,87 m, se pide:

- ¿Cuál es la pendiente de la escalera?
- La proyección en planta del segundo tramo de escalera, sabiendo que el desnivel total que salva la misma en sus dos tramos es de 2,67m.



UNIDAD 3 Y 4

Triángulo Rectángulo-SOLUCIONES

EJE

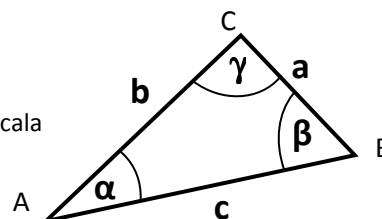
RCICIO N°1: Las 6 funciones trigonométricas del ángulo α según la medida de los lados del triángulo rectángulo.

Funciones	Ej. a)	Ej. b)	E. c)	Ej. d)	Ej. e)
Seno α	0,38462	0,85749	0,66143	0,6	0,70711
Coseno α	0,923081	0,51450	0,75	0.8	0,70711
Tang α	0,416667	1,66667	0,88191	0,75	1
Cotang α	2,4	0,6	1,13389	1,33333	1
Secante α	1,08333	1,943657	1,33333	1,25	1,41421
Cosec α	2,6	1,16619	1,51186	1,66667	1,41421

EJERCICIO N°2:

Al resolver los siguientes triángulos Rectángulos encontramos:

Gráfico sin escala



	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6
a	76,40 m	96,56 m	54,87 m	53,31 m	32 m	100,47 m
b	196,63 m	76,30 m	74,25 m	48,75 m	48,37 m	74,25 m
c	210,95 m	123,06 m	92,33 m	72,24 m	58 m	124,92 m
α	21° 14'	51°41'5,4''	36° 28'	47°33'29''	33°29'7''	53°32'
β	68°46'	38°18'54''	53° 32'	43°26'30''	56°30'53''	36° 28'
γ	90°	90°	90°	90°	90°	90°
P	483,98 m	295,92 m	221,45 m	174,3 m	138,37 m	299,64 m
Área (en m ²)	7511,27	3683,76	2037,05	1299,43	773,92	3729,95

EJERCICIO N°3:

- La sombra arrojada por el edificio de 30 m de altura es de 111,96 m
- El Ángulo de Elevación del sol es de 53°58'21,4 6" cuando el edificio es de 110 m
- El cable mide 115,91 m.

EJERCICIO N°4:

La distancia en horizontal que separa el mirador con el edificio es de 126,5259m.

EJERCICIO N°5:

- a) El lado de terreno romboidal (rombo) es de 68,8680m.
- b) El lado de terreno cuadrangular (cuadrado) debe ser 60,1282 m.

EJERCICIO N°6:

La diferencia entre los niveles N1 y N2 en el zoológico es de 7,40 m.

EJERCICIO N°7:

Ángulos $A = B = 84^{\circ} 17' 21,86''$ y $C = 11^{\circ} 25' 16,27''$.

EJERCICIO N°8:

- a) Altura total del reticulado = 2,5 m.
- b) Luz total del reticulado 9,60m.
- c) Metros de perfilera de cada reticulado = 29,5186 m.

EJERCICIO N°9:

- a) La longitud del arco completo que sostiene la pérgola de la fachada principal es de 11,265 m.
- b) La distancia "d" de expansión frente a dicho Stand, es de 5,734 m.
- c) El espacio residual "g" que queda al fondo del Stand es de 1,3989 m.

EJERCICIO N°10:

- a) El ancho de la chapa es de 84,6429 cm.
- b) La longitud de la chapa es de 107,5641 cm.
- c) La superficie que cubre cada una de las chapas (sin considerar el solapado de chapas contiguas), y teniendo una pendiente de 20% es de 5,809 m².

EJERCICIO N°11:

- a) El ángulo de inclinación $\alpha = 14^{\circ} 00' 13,98''$.
- b) La superficie en planta $S_p = 40,752 \text{ m}^2$.

EJERCICIO N°12:

- a) La pendiente $i = 28\%$.
- b) El área de cada faldón = 75,288 m².

EJERCICIO N°13:

La pendiente del Faldón A = 35,29%

a) $a = 7,08$ m

b) El lucernario mide 1,20 m de alto

EJERCICIO N°14:

a) El techo inclinado que cubre en planta 256 m^2 , mide $263,8788 \text{ m}^2$.

b) Son necesarias 3880 unidades de tejas francesas incluyendo un 5% más por posibles roturas o cortes.

c) El ángulo de inclinación de los faldones es $\alpha = 14^\circ 02' 10,48''$.

EJERCICIO N°15:

El ingreso al Museo del Louvre de forma piramidal:

a) Cubre en planta es de $1113,0966 \text{ m}^2$ de Superficie.

b) La medida de las apotemas laterales de las caras triangulares de la pirámide es de 26,5072 m.

c) Cada una de las caras triangulares miden $442,1819 \text{ m}^2$.

d) La pendiente de sus caras triangulares respecto a la horizontal es de 123,4897%.

e) La longitud de las aristas oblicuas es de 31,3194m.

f) 674 paneles cubren las cuatro caras laterales, triangulares de la pirámide.

EJERCICIO N°16:

a) lado base superior = 24,41722522 m.

EJERCICIO N°17

a) La escalera lineal tiene una Pendiente de 56,67%.

b) El Ángulo de inclinación es de $29^\circ 32' 19,62''$.

c) La tangente del ángulo es 0,56666666.

d) La longitud inclinada de la escalera es de 6,8964 m.

EJERCICIO N°18:

Se puede salvar un desnivel total de 3,32 m, con la escalera diseñada en "L".

EJERCICIO N°19:

a) La pendiente de la escalera es de 53,428%.

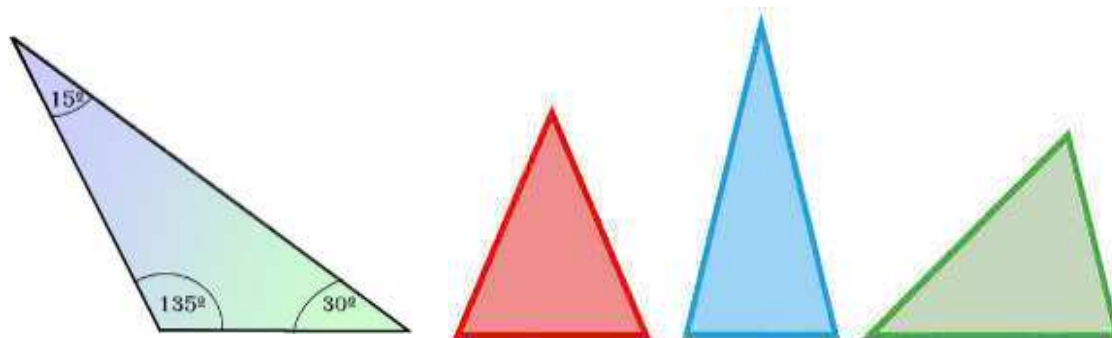
b) El desarrollo en planta (proyección horizontal) del segundo tramo es de 1,497m

UNIDAD 3 Y 4

SUSTENTO TEÓRICO
TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS

POR CLARISA
LANZILLOTTO

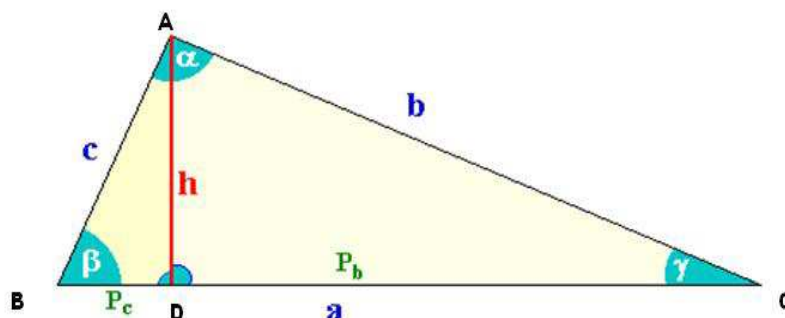
Resolución de triángulos oblicuángulos:



Un triángulo que no es rectángulo se llama **oblicuángulo**. Como en todo triángulo, los elementos son los tres ángulos α , β y γ y los tres lados respectivos, opuestos a los anteriores según la figura inferior, a , b y c . Sus vértices son los puntos A , B y C .

La resolución de triángulos oblicuángulos consiste en encontrar tres de sus elementos, lados o ángulos, cuando se conocen los otros tres (uno de los cuales será un lado). Además de calcular su perímetro y su superficie o área.

Para ello es necesario apelar a dos teoremas de la trigonometría: EL TEOREMA DEL SENO Y EL TEOREMA DEL CO-SENO, ya que no podremos utilizar las funciones trigonométricas directamente ni el Teorema de Pitágoras como lo usamos para resolver triángulos rectángulos.



1-Teorema del seno:

Permite calcular, lados y ángulos del triángulo cuando se conocen:

- a) Dos ángulos y un lado.
- b) Dos lados y un ángulo no comprendido entre estos lados.

El teorema expresa:

En todo triángulo, los lados son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos

En el caso de la figura:

$$\frac{c}{\text{sen } \gamma} = \frac{b}{\text{sen } \beta} = \frac{a}{\text{sen } \alpha}$$

2-Teorema del coseno:

Nuevamente hacemos referencia al triángulo de la figura que se adjunta.

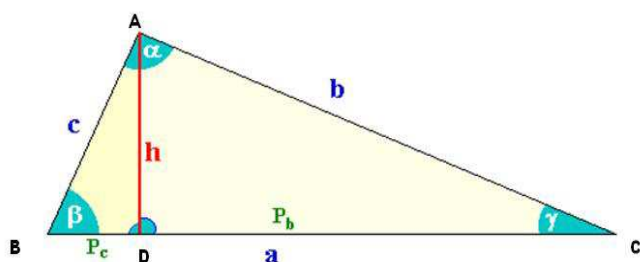
Este teorema permite calcular, lados y ángulos del triángulo cuando se conocen:

a) Dos lados y el ángulo comprendido entre esos lados

b) La medida de los tres lados del triángulo

El teorema expresa:

En todo triángulo, el cuadrado de uno de sus lados es igual a suma de los cuadrados de los otros dos lados menos el duplo del producto de esos lados por el coseno del ángulo comprendido.



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

3-Para establecer la relación entre los ángulos interiores:

Recordemos que: $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

4-Para calcular el perímetro:

Recordemos que el perímetro es igual a la suma de la medida de los tres lados.

5- Para calcular la Superficie o área del triángulo:

Si conocemos la medida de dos de sus lados y el valor del ángulo comprendido entre los mismos, podremos utilizar la Fórmula Fundamental. La recordamos:

El área de un triángulo es igual al semi producto de las medidas de dos de sus lados por el seno del ángulo comprendido.

En el caso de la figura, si conocemos los lados "a" y "b" y el valor de γ

$$S = \frac{a b \sen \gamma}{2}$$

Si conocemos la medida de los tres lados del triángulo será sencillo calcular su superficie o área utilizando el Teorema de Herón, que expresa:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

En la expresión, a, b y c, son los lados del triángulo y "p" es el semi perímetro, es decir, la semi suma de los lados del triángulo.

Cualquier polígono simple puede ser separado en triángulos que tienen un lado común o un vértice común, mediante diagonales que parten de un único vértice apropiado. Esta subdivisión y la aplicación del Teorema de Herón para calcular el área triangular, facilita el cálculo del área de la región plana encerrada por ese polígono.

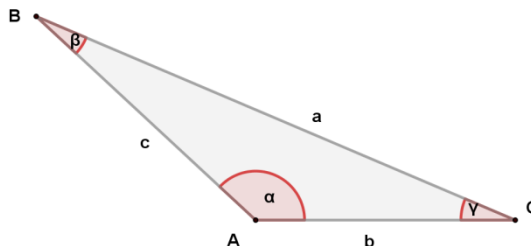
UNIDAD 3 Y 4

TRIGONOMETRIA

TRIANGULOS OBLICUANGULOS

EJERCICIO N°1:

Resolver los siguientes triángulos oblicuángulos, teniendo como datos los distintos casos que se presentan en la tabla:

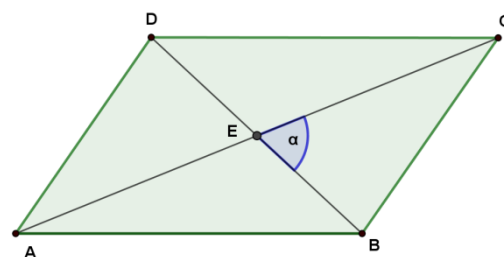


	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
Lado a	52,5 m		143 m	
Lado b		25,3 m	71 m	25,8 m
Lado c		33,7 m	82 m	39,4 m
Angulo α	$133^{\circ}25'$			$100^{\circ}22'$
Angulo β	$22^{\circ}10'$			
Angulo γ		$52^{\circ}20'$		
Perímetro				
Área				

EJERCICIO N°2:

Las diagonales de un terreno en forma de paralelogramo miden 42 m. y 76 m. Si uno de los ángulos que ellas forman al cortarse es de 65° , determinar:

- ¿Cuál es el área del terreno?
- ¿Cuál es el perímetro del terreno?



EJERCICIO N°3

Ángulos :

En el cruce de calles semaforizado se necesita saber:

- ¿Cuál es el valor del ángulo α comprendido entre las calles A y B?
- ¿Cuál es la longitud de la calle C (Línea punteada) que une ambas vías?

Datos $\beta = 60^\circ$ y $\gamma = 1,221730476$ rad

A = 180 m B = 150 m

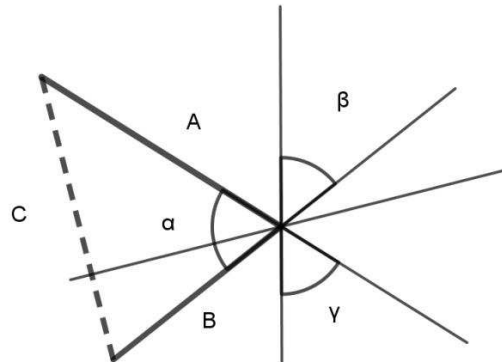
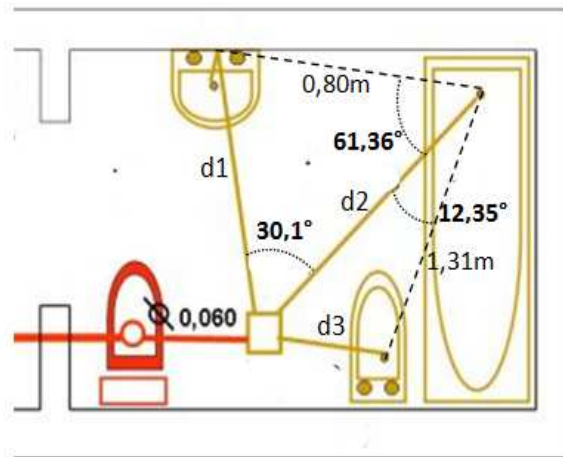
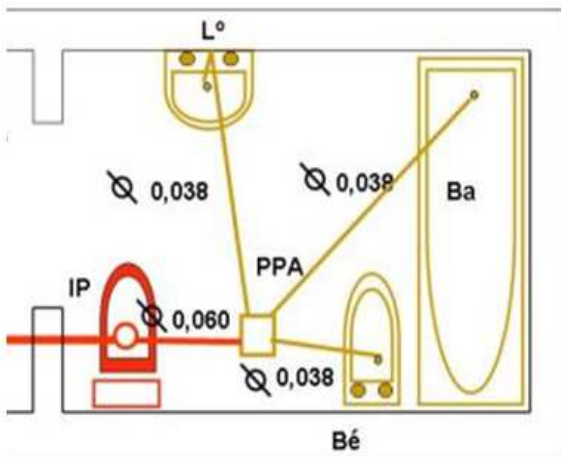


Gráfico sin escala

EJERCICIO N°4:

¿Cuántos metros de caño marca Duratop o similar de $\varnothing 0,038$ mm, son necesarios comprar para armar la cañería secundaria de un baño (tramos d1, d2 y d3), como el que se ve en el gráfico adjunto?. (despreciar uniones y tramos verticales)



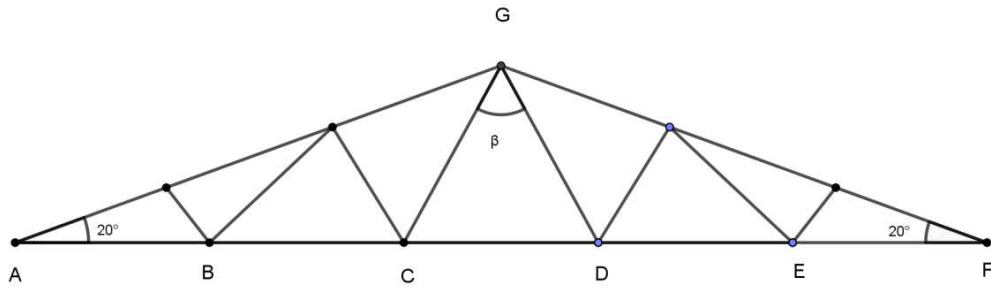
EJERCICIO N°5:

La base AF de la estructura metálica de la figura mide 10 m y está dividida en partes iguales.

Con los datos que se muestran, se necesita averiguar:

- La medida del ángulo β situado en la parte superior.
- Perímetro de la cabriada (GLOSARIO).

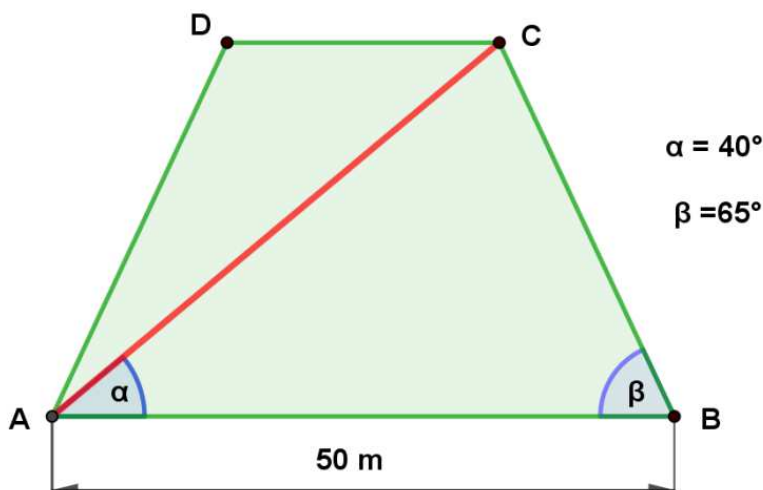
Aclaración: la estructura posee simetría horizontal.



EJERCICIO N°6:

En un terreno con forma de trapecio isósceles, se construirá una tapia medianera (AC). Determinar:

- Perímetro del terreno.
- Área de cada uno de los terrenos en que queda subdividido el terreno trapezoidal.
- ¿Qué cantidad de m^2 de mampostería son necesarios para construir la tapia medianera de 2 m de altura?



EJERCICIO N°7:

En una feria de exposición se diseñó un stand con dos boxes triangulares para atención al público.(gráfico sin escala)

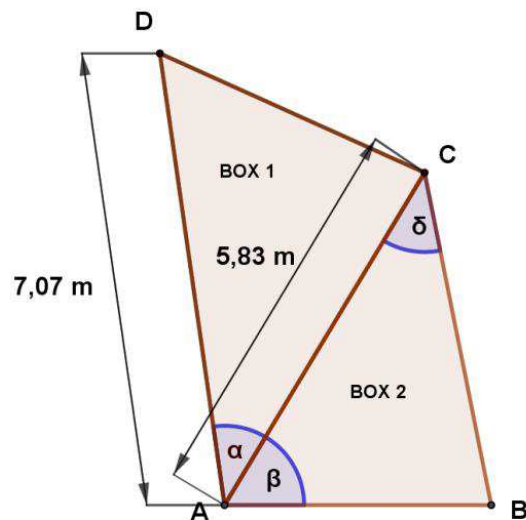
¿Cuál es el área de cada uno de los dos boxes?

Datos:

$$\alpha = 39,09^\circ$$

$$\beta = 59,04^\circ$$

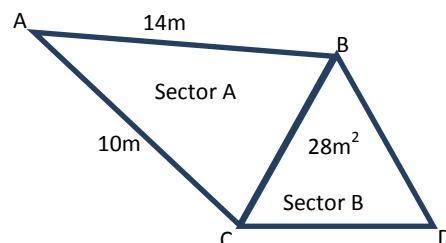
$$\delta = 42,27^\circ$$



EJERCICIO N°8:

Al relevar un espacio urbano de recreación y esparcimiento nos encontramos con sectores triangulares cuyas dimensiones conocidas se muestran en el gráfico. Se necesita saber qué área tiene el sector A y el valor de sus ángulos interiores.

Nota: el sector B es un triángulo equilátero.



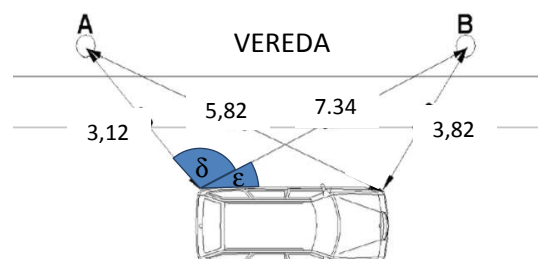
EJERCICIO N°9:

Dos observadores, desde ubicaciones diferentes, estiman el largo de un automóvil promedio para organizar una playa de estacionamiento.

a)¿Cuál es el largo de este vehículo según los datos proporcionados a cada observador? Verificar que sea la misma longitud.

b)¿Cuál es la distancia entre los observadores?

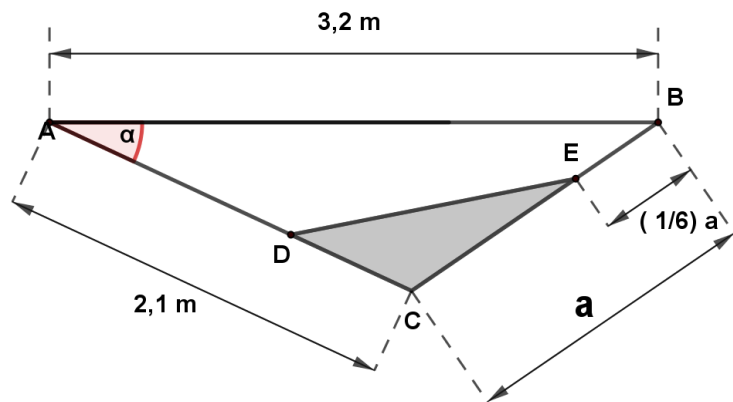
Datos: Angulo $\delta = 68^\circ 7' 43,63''$, Angulo $\epsilon = 26^\circ 50' 40,67''$



EJERCICIO N° 10:

¿Cuánto mide el lado DE de este curioso estante de la biblioteca?

Datos: ángulo $\alpha = 25^\circ$, Lado DC = 0,7



Nota: Los senos de ángulos suplementarios tienen el mismo valor.

UNIDAD 3 Y 4

Triángulo Oblicuángulo-SOLUCIONES

EJERCICIO N°1:

	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
Lado a	52,5 m	42,56 m	143 m	50,83 m
Lado b	27,27 m	25,3 m	71 m	25,8 m
Lado c	29,88 m	33,7 m	82 m	39,4 m
Angulo α	133° 25'	91°12'21,39"	138°13'37,7"	100° 22'
Angulo β	22° 10'	36°27'38,61"	19°18'53,76"	29°57'10,65"
Angulo γ	24°25'	52° 20'	22°27'28,54"	49°40'49,35"
Perímetro	109,65 m	101,56 m	296 m	116,03 m
Área	295,94 m²	426,21 m²	1939,25 m²	499,97 m²

EJERCICIO N°2:

- El terreno en forma de paralelogramo mide 1446,4672 m².
- Este terreno tiene 170,7675 m de perímetro.

EJERCICIO N°3:

- El ángulo α comprendido entre las calles A y B mide 50°
- 142,0896 m es la longitud de la calle C que une ambas vías.

EJERCICIO N°4:

La longitud del caño de Ø 0,038 mm necesaria solo para tramos horizontales es de 3,4163 m , es decir que con 1 caño alcanza ya que miden 4 m de longitud.

EJERCICIO N°5:

- El ángulo $\beta = 57,57719163^\circ$
- P= 20,64 m.

EJERCICIO N°6:

- El perímetro del terreno trapezoidal isósceles es de 138,4222 m.
- El área del terreno triangular ADC = 329,8427 m² y del terreno triangular ABC= 753,8917 m².



c) Son necesarios para construir la tapia medianera de 2 m de altura, $93,8278 \text{ m}^2$ de mampostería.

EJERCICIO N°7:

Box_1 tiene una sup. de $12,9948 \text{ m}^2$ y el Box_2 tiene una sup. de $9,9988 \text{ m}^2$.

EJERCICIO N°8:

Área del Sector A = $39,4361 \text{ m}^2$

EJERCICIO N°9:

- a) El largo del auto es de 4,65m.
- b) La distancia entre los observadores entre A y B es = 6,82m.

EJERCICIO N°10:

El estante mide 1,77m

UNIDAD 3 y 4

TRIGONOMETRÍA

AUTOEVALUACION

Hacer un círculo en la letra correspondiente, si es verdadera o falsa su respuesta.

1	V	F	La función seno puede variar de +10 a -10.
2	V	F	La tangente de un ángulo en el tercer cuadrante es positiva.
3	V	F	La longitud de una Arco de circunferencia depende del ángulo que abarca y del radio de la circunferencia.
4	V	F	Si $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ entonces $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$
5	V	F	Las funciones trigonométricas sirven para resolver también los triángulos oblicuángulos.
6	V	F	El teorema de Pitágoras se aplica a todos los triángulos.
7	V	F	El cociente entre el seno y el coseno de un ángulo es igual a la tangente de ese ángulo.
8	V	F	El teorema del Seno permite resolver también los triángulos rectángulos.
9	V	F	La función recíproca del coseno es la cosecante.
10	V	F	La cosinusoide es una curva continua cuyo período completo es de 360° .
11	V	F	Para aplicar la Fórmula de Herón es necesario conocer la medida de los tres lados del triángulo.
12	V	F	La suma de los ángulos interiores de un triángulo varía según la medida de estos.
13	V	F	El ortocentro es el punto de intersección de las medianas.
14	V	F	Las medianas son segmentos que unen el punto medio de cada lado con el vértice opuesto al lado.
15	V	F	El circuncentro es el punto de intersección de las bisectrices.
	V	F	El centro de un triángulo equilátero es también el ortocentro, baricentro, incentro y circuncentro.
17	V	F	Un triángulo es circunscripto a una circunferencia cuando sus lados son tangentes a dicha circunferencia.
18	V	F	Se dice que el radián es la medida de un ángulo y también la medida de su arco.
19	V	F	La tangente de un ángulo puede variar de $\pm \infty$.
20	V	F	La operación inversa a las funciones trigonométricas permite obtener ángulos.

UNIDAD 5

SUSTENTO TEÓRICO-POLÍGONOS

POR CRISTINA ÁVILA

POLÍGONOS EN LA ARQUITECTURA

Shigeru Ban- Catedral de cartón: En la ciudad de **Christchurch** en Nueva Zelanda, construida como un edificio transitorio para el funcionamiento normal de la iglesia, después del terremoto que sufrió la ciudad en 2011.



https://parq001.archdaily.net/wp-content/uploads/2014/03/5330b5cbc07a80d642000015_premio-pritzker-2014-catedral-de-cart-



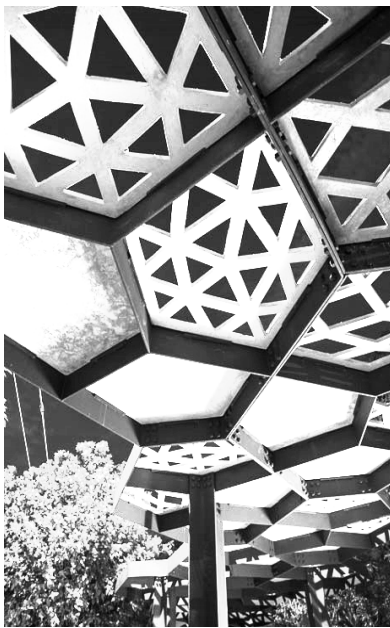
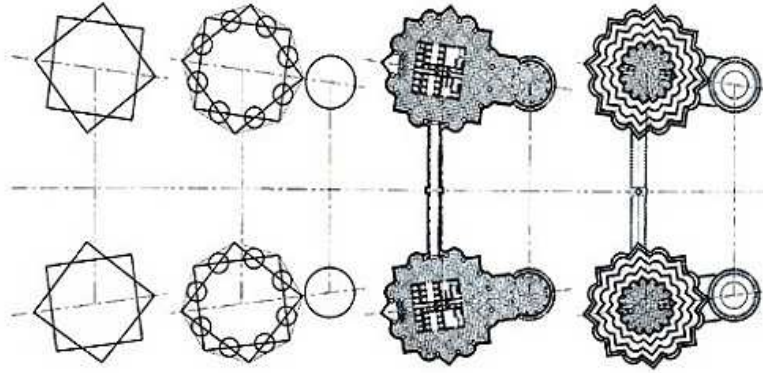
Viviendas de Emergencia Shigeru Ban. Kobe, Japón 1995

Una imagen famosa de las viviendas de emergencia fabricadas con tubos de cartón sobre cajas de cerveza. Pueden apreciarse, los triángulos que forman los tensores, los utilizados en soportes de ventanas etc.

<http://espazoweb.com/tecnoloxianarede/?cat=22&paged=2>

Kuala Lumpur- Arq. Cesar Pelli

<http://www.jmhdezhdez.com/2011/08/torres-petronas-towers-kuala-lumpur.html>



Polígono 108 –Mérida- México

<http://obrasweb.mx/arquitectura/2015/10/02/poligono-108>



Millau Viaduct, Aveyron, France

Foster + Partners and Michel Virlogeux

http://farm5.static.flickr.com/4015/4448262171_aa9016c7

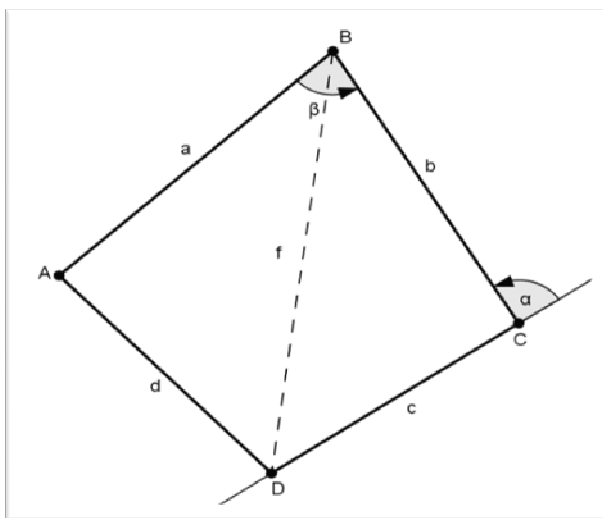


Media-TIC Building, Barcelona , Spain Enric Ruiz- Geli, Cloud 9

<http://www.jmhdezhdez.com/2011/05/architect>

En todas estas obras y estructuras se emplearon polígonos para determinar su diseño. A continuación estudiaremos esta figura geométrica de gran importancia en las obras de arquitectura.

POLÍGONO: Es la porción de plano comprendida por tres o más segmentos de rectas coplanares consecutivas que se intersecan en el plano.



A,B,C,D: Vértices

a,b,c,d: lados

α : ángulo exterior

β : ángulo interior

f: diagonal

Elementos de los polígonos

VÉRTICES	Puntos de intersección entre las rectas que delimitan el contorno del polígono.
LADOS	Segmentos de recta limitados por los puntos conocidos como vértices del polígono.
ÁNGULO EXTERIOR	Ángulo formado por la prolongación de un lado del polígono y el lado consecutivo.
ÁNGULO INTERIOR	Ángulo formado por dos lados consecutivos del polígono.
DIAGONAL	Segmento de recta que une dos vértices no consecutivos del polígono.

PROPIEDADES DE LOS ELEMENTOS DE LOS POLÍGONOS EN GENERAL

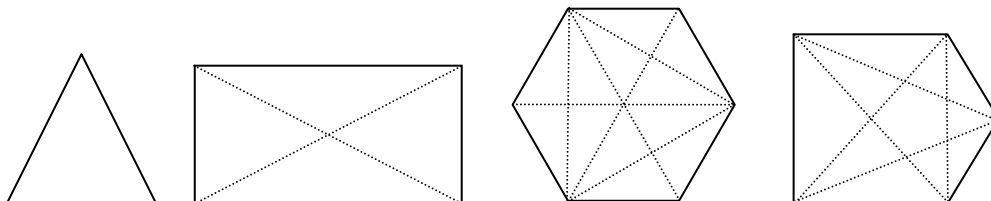
✓

DIAGONALES

a-Todos los polígonos poseen un número total de diagonales que puede calcularse mediante la siguiente fórmula:

$$\text{Total de diagonales de un polígono} = n(n - 3)/2$$

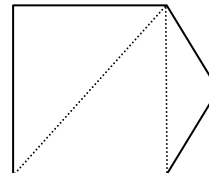
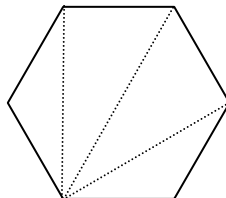
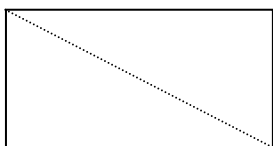
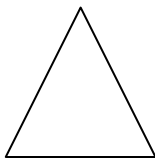
Ejemplos:



b- El número de diagonales por vértice es igual al número de lados del polígono menos 3 unidades.

Total de diagonales por vértice = $n-3$

Ejemplos:



✓

PERÍMETRO

El perímetro de un polígono se reduce a sumar las longitudes de cada uno de sus lados.

TRANSFORMACIONES EN EL PLANO: SIMETRÍAS CENTRAL Y AXIAL

Al estudiar los polígonos, encontraremos con frecuencia referencias a dos términos matemáticos de suma importancia: congruencia y simetría. Es por ello que a continuación se hará una breve exposición sobre el significado matemático de los mismos.

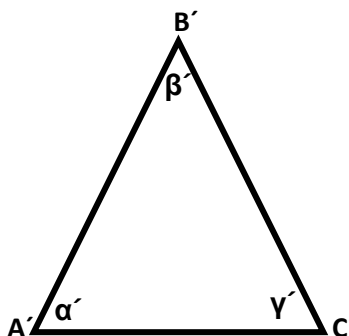
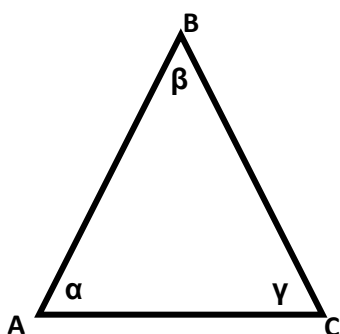
Congruencia:

Desde el punto de vista de la geometría dos figuras geométricas, planas o espaciales son congruentes cuando presentan la misma forma y las mismas dimensiones tanto lineales como angulares. Estas figuras pueden posicionarse en los mismos, o en distintos sectores del plano o del espacio.

Ejemplo:

Dados los triángulos ABC Y A'B'C' diremos que los mismos son congruentes entre sí, si se cumple que:

- a- Los segmentos $AB=A'B'$; $BC=B'C'$; $CA=C'A'$
- b- Los ángulos interiores: $\alpha=\alpha'$; $\beta=\beta'$; $\gamma=\gamma'$



RESPONDE VERDADERO O FALSO A LAS SIGUIENTES AFIRMACIONES. JUSTIFICA TUS RESPUESTAS.

a- Dos cuadrados de igual área son congruentes.	V	F
b- Dos triángulos isósceles de igual perímetro siempre son congruentes.	V	F
c- Dos rectángulos de igual módulo e igual área pueden no ser congruentes.	V	F
d- Dos triángulos rectángulos de igual perímetro nunca pueden ser congruentes.	V	F

Simetría:

En el estudio de las figuras geométricas, tanto en el plano como en el espacio es muy común referirse al término “simetría” y es por ello que es muy importante definirlo desde la geometría. La simetría se conoce como una transformación en el plano ya que permite, a partir de una figura dada, encontrar una congruente con esta.

Para circunscribirnos al tema solo desarrollaremos dos tipos de simetría:

- ✓ La simetría central
- ✓ La simetría axial

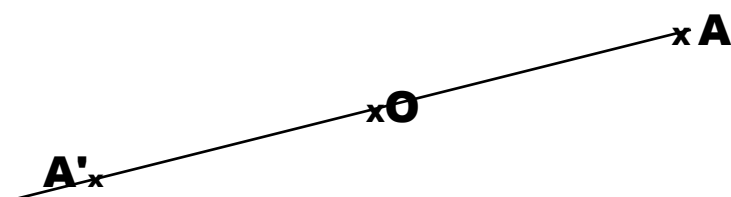
a- Simetría central:

La **simetría** de un ente geométrico o de una figura, sea esta plana o espacial respecto de un punto se llama **simetría central** y “los puntos correspondientes”, que resultan de realizar la simetría, se denominan puntos homólogos.

Ejemplo 1:

Veamos un ejemplo con un ente geométrico, tal como el punto **A**.

Lo que se propone es encontrar el simétrico del punto **A**, a partir de una simetría central con centro en el punto **O**.



$AO = OA'$

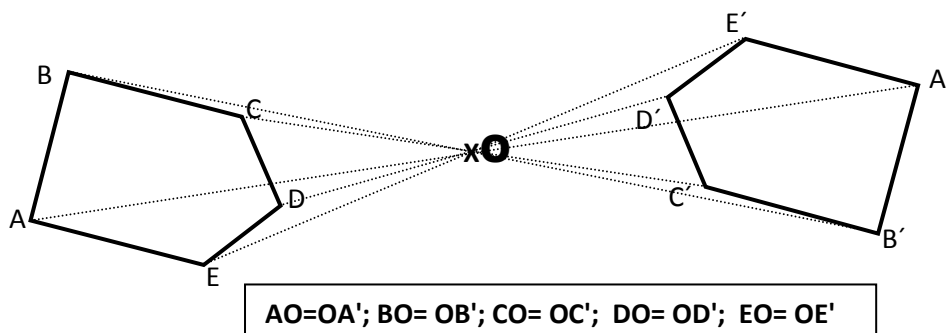
Solución:

- a- Unimos el punto **A** con el punto **O** mediante una recta.
- b- Tomamos la medida del segmento **AO**.
- c- Trasladamos esa medida sobre la recta a partir del punto **O** y habremos encontrado el punto **A'** que se conoce como “homólogo” de **A**.

Es decir que se prolonga la recta y se marca un segmento del mismo valor que **AO**, a partir del punto **O**, pero en sentido opuesto y allí marcamos el punto **A'**.

Este proceso se repite para cualquier figura, sea esta plana o espacial ya que lo que se encuentran son puntos que permiten reconstruir la figura original.

Ejemplo 2: En este caso se trata de un pentágono.



Como puede observarse sólo se trata de buscar el homólogo de cada uno de los vértices y luego unirlos para encontrar la figura homóloga a la dada.

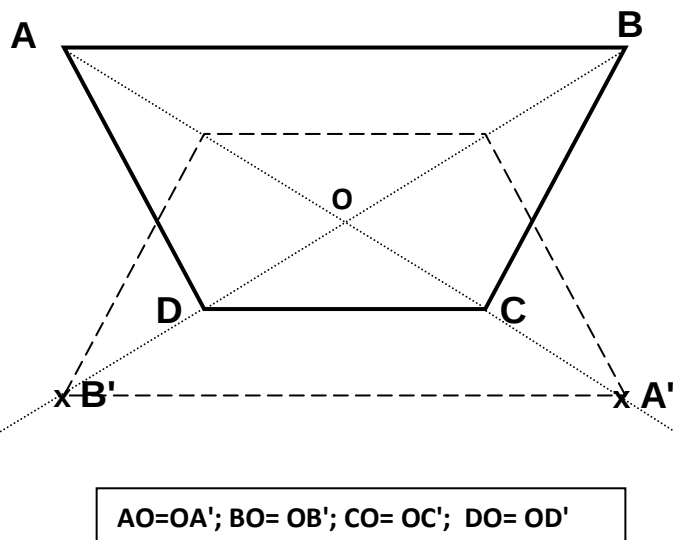
¿Qué ocurre cuando el centro de simetría se encuentra dentro de la figura?

Se procede igual que en el caso que el centro de simetría esté afuera.

Ejemplo 3:

Sea una figura geométrica tal como un trapecio isósceles:

En este caso, el centro de simetría se ubica en el punto de intersección de las diagonales del polígono, denominado O.



RESPONDE VERDADERO O FALSO A LAS SIGUIENTES AFIRMACIONES. JUSTIFICA TUS RESPUESTAS.

a- La simetría central permite construir una figura geométrica congruente con otra dada.	V	F
b- El centro de simetría puede ubicarse sobre uno de los lados de la figura.	V	F
c- El centro de simetría no puede ser un vértice de la figura.	V	F
d- En la simetría central, la transformación en el plano se realiza punto por punto.	V	F

POLÍGONOS QUE POSEEN CENTRO DE SIMETRÍA

Son aquellos polígonos que reúnen simultáneamente tres características:
Son equiláteros, equiángulos y poseen un número par de lados.

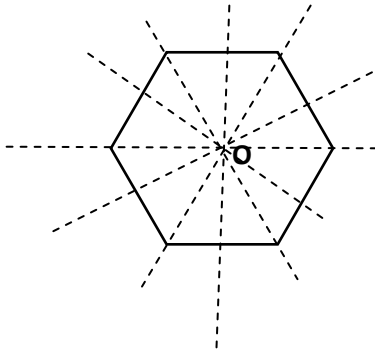


Figura A- Cada punto encuentra su homólogo en la misma figura.

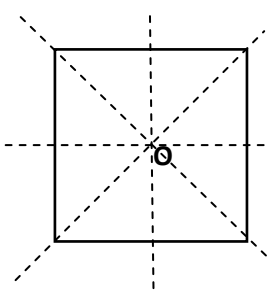


Figura B- Cada punto encuentra su homólogo en la misma figura.

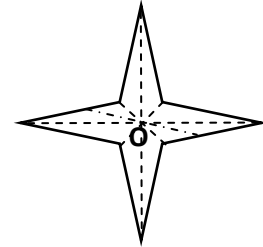
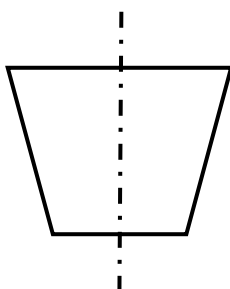


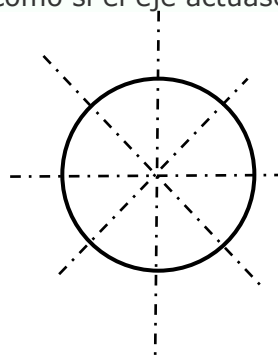
Figura C- Cada punto encuentra su homólogo en la misma figura.

b- Simetría axial de la figura:

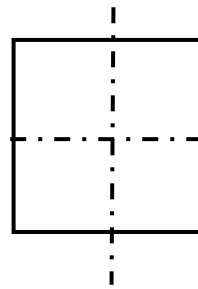
Decimos que una figura plana posee simetría axial cuando podemos trazar una recta (llamada *eje de simetría*) que divida en dos partes la figura, de manera que si plegamos el plano por ese eje las dos partes coinciden. Observa que una parte "se refleja" en el eje para formar la otra, como si el eje actuase de espejo.



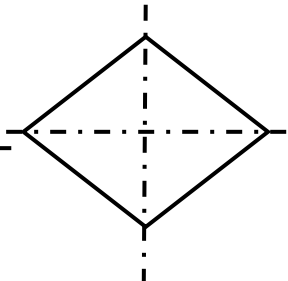
1 Eje de Simetría



Infinitos Ejes de Simetría



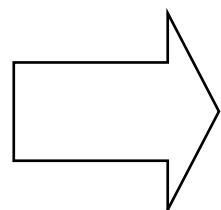
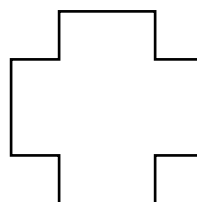
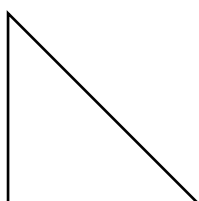
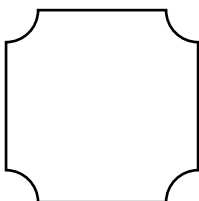
2 Ejes de Simetría



2 Ejes de Simetría

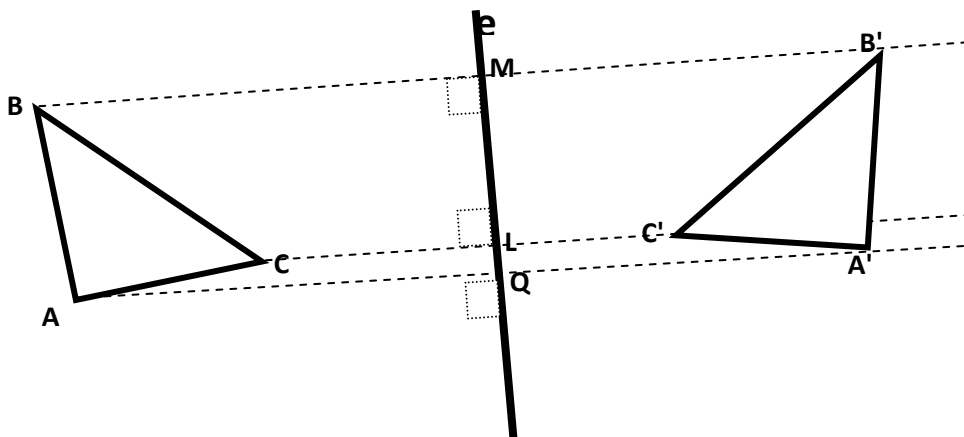
Ejercicio:

Dadas las siguientes figuras geométricas, grafica si es posible, su o sus ejes de simetría.



¿Qué ocurre si deseamos encontrar la simétrica de una figura?

Ejemplo: Se tiene el triángulo ABC y se desea obtener su simétrico. El eje de simetría a utilizar será la recta señalada con la letra “e”



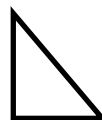
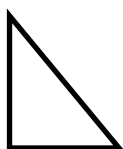
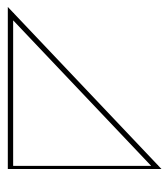
$BM = MB'$ y BB' es perpendicular al eje de simetría “e”

$CL = LC'$ y CC' es perpendicular al eje de simetría “e”

$AQ = QA'$ y AA' es perpendicular al eje de simetría “e”

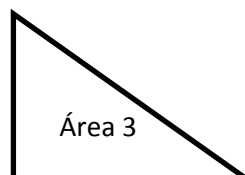
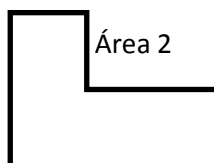
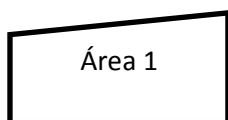
Semejanza de polígonos:

Se dice que dos o más polígonos son **semejantes** entre sí cuando sus lados homólogos son proporcionales entre sí y cuando sus ángulos interiores homólogos también lo son.



Equivalencia de polígonos:

Se dice que dos o más polígonos son **equivalentes** entre sí cuando tienen la misma área, independientemente de la forma.



Si ocurre que: $\text{Área 1} = \text{Área 2} = \text{Área 3}$ diremos que estos tres polígonos son equivalentes entre sí.

RESPONDE VERDADERO O FALSO A LAS SIGUIENTES AFIRMACIONES. JUSTIFICA TUS RESPUESTAS.

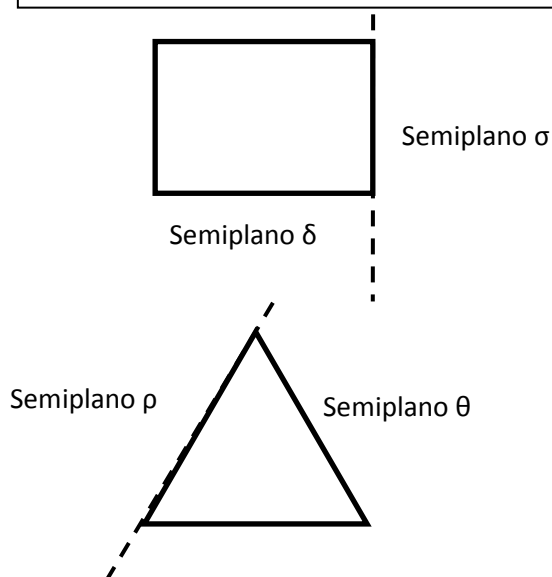
a- Dos polígonos semejantes entre sí pueden no ser equivalentes.	V	F
b- Dos polígonos equivalentes entre sí pueden no ser semejantes.	V	F
c- Polígonos de distinto perímetro pueden ser semejantes.	V	F
d- Polígonos de distinta área no pueden ser semejantes.	V	F

Primera clasificación de polígonos: según las características de su contorno

Polígonos cóncavos y convexos:

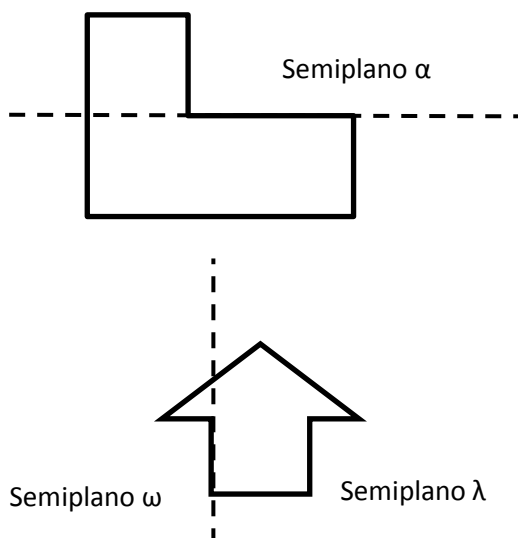
Polígonos convexos:

Son aquellos que se distinguen porque al prolongar uno cualquiera de sus lados, este deja al polígono entero ubicado en uno de los semiplanos que se generan.



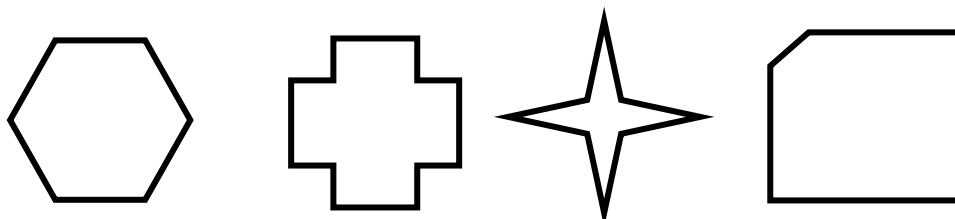
Polígonos cóncavos:

Son aquellos que se distinguen porque al prolongar alguno de sus lados, éste divide al polígono en dos partes que se ubican en distintos semiplanos.

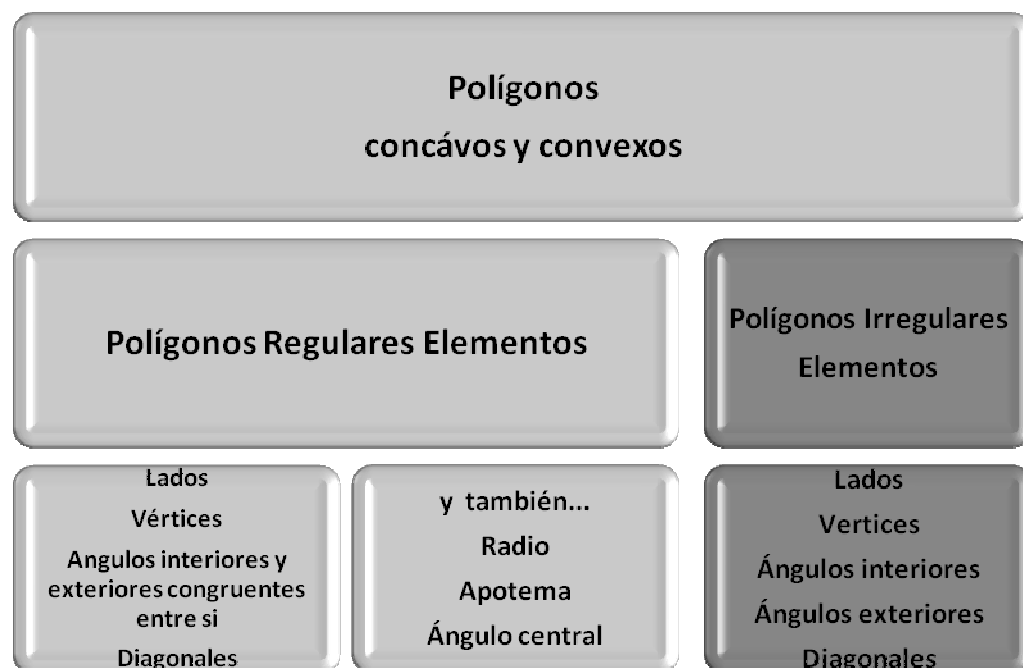


EJERCICIO N° 1:

- a) Indicar cuál de los siguientes polígonos es cóncavo y cuál es convexo. Justificar la respuesta.



CLASIFICACIÓN DE POLÍGONOS CÓNCAVOS Y CONVEXOS



Polígonos convexos irregulares- Introducción

Son aquellos **que no reúnen, en forma simultánea**, las condiciones de ser: equiláteros (todos sus lados congruentes) y equiángulos (todos sus ángulos congruentes).
Ejemplos:

RECTÁNGULO	ES EQUIÁNGULO	NO ES EQUILÁTERO	IRREGULAR
ROMBO	NO ES EQUIÁNGULO	ES EQUILÁTERO	IRREGULAR

Polígonos convexos irregulares

TRILÁTEROS	CUADRILÁTEROS	POLÍGONOS DE MÁS DE CUATRO LADOS
------------	---------------	----------------------------------

✓ Triláteros convexos:

Dentro de los polígonos **irregulares convexos de tres lados** podemos mencionar a los siguientes triángulos: isósceles (considerando isósceles a aquellos triángulos que tienen solo dos lados de igual longitud) y escalenos (todos sus lados de distinta longitud).

✓ Cuadriláteros convexos:

Exceptuando el cuadrado, todos los otros cuadriláteros son figuras planas irregulares, y es importante conocer sus particularidades.

✓ Clasificación de cuadriláteros convexos:



RECTÁNGULO
Todos sus ángulos congruentes.
Lados congruentes de a pares.



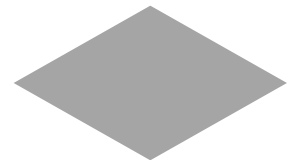
TRAPECIO ISÓSCELES
-2 lados congruentes
-Ángulos adyacentes a cada base son congruentes



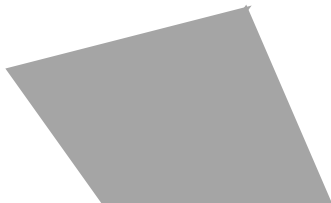
PARALELOGRAMO
-Dos pares de lados paralelos.
-Ángulos opuestos congruentes



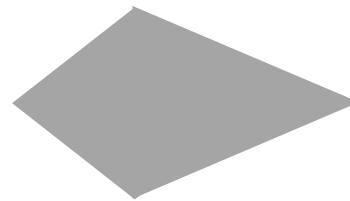
TRAPECIO RECTÁNGULO
- 2 ángulos rectos



ROMBO
-Lados congruentes.
-Ángulos opuestos congruentes



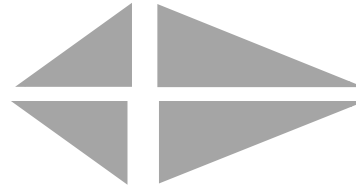
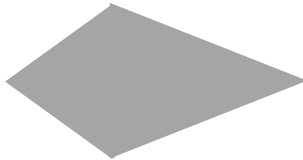
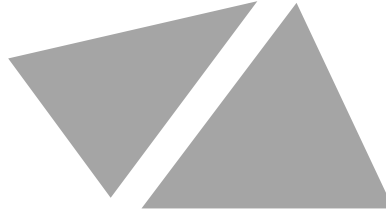
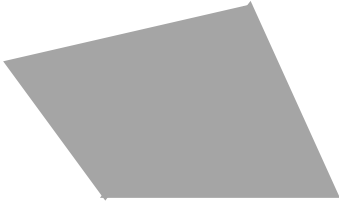
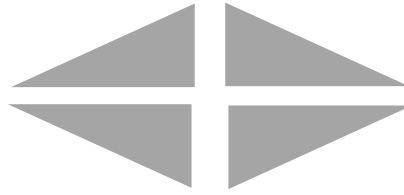
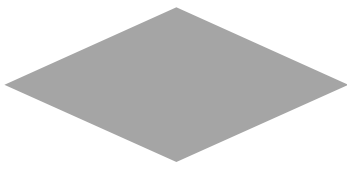
TRAPEZOIDE:
-Toda figura plana donde ninguno de sus lados es paralelo a otro de la figura.



ROMBOIDE:
-Toda figura plana que presenta 2 lados consecutivos congruentes.

Es interesante observar cómo se descomponen geoméricamente estas figuras:





Propiedades de las diagonales de los cuadriláteros

Todos los cuadriláteros tienen dos diagonales.

En todo paralelogramo las diagonales se cortan en su punto medio.

La diagonal principal del romboide es bisectriz de los ángulos que atraviesa.

Si las diagonales de un paralelogramo son perpendiculares entre si, el cuadrilátero es un rombo.

Las diagonales del rectángulo son congruentes.

Conclusión...

En todos los casos es fácil apreciar que, resolver un cuadrilátero, se reduce a resolver en cada caso todos y cada uno de los triángulos en que se decida descomponer la figura. Se trata entonces de utilizar los conocimientos de Trigonometría sumados a algunas propiedades de los cuadriláteros que veremos a continuación.

POLÍGONOS CONVEXOS IRREGULARES DE MÁS DE CUATRO LADOS

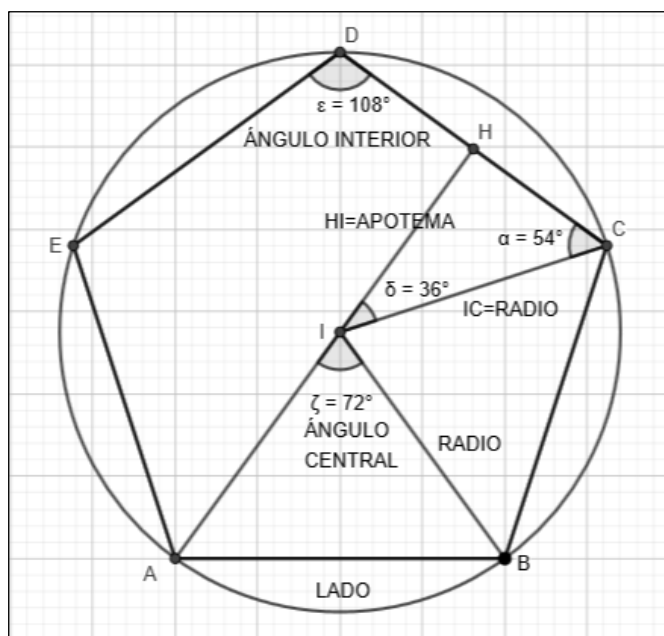
Los polígonos de más de cuatro lados se denominan de la siguiente manera:

PENTÁGONO	5 LADOS
HEXÁGONO	6 LADOS
HEPTÁGONO	7 LADOS
OCTÓGONO	8 LADOS
ENÉAGONO	9 LADOS
DECÁGONO	10 LADOS
ENDECÁGONO	11 LADOS
DODECÁGONO	12 LADOS
A partir de aquí se dice , un polígono de "X" lados, siendo "X" el número de lados.	

POLÍGONOS CONVEXOS REGULARES

Cumplen en forma simultánea las condiciones de ser equiláteros y equiángulos.

- ✓ Todo polígono regular puede inscribirse en una circunferencia cuyo radio es congruente con el radio del polígono.
- ✓ Los ángulos centrales resultan de dividir un ángulo de un giro completo (360°) en tantas partes como número de vértices tenga el polígono (n).
- ✓



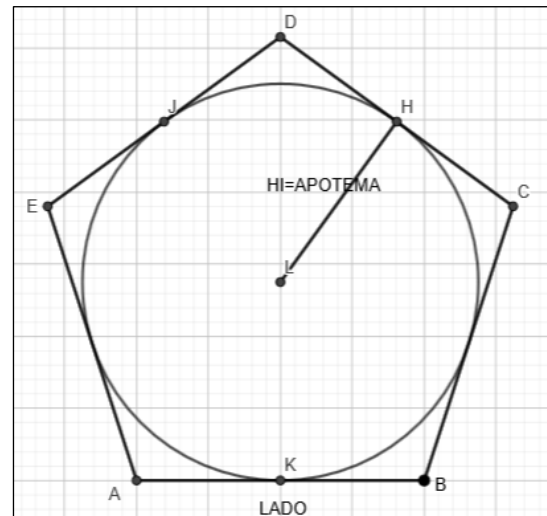
$$\frac{360^\circ}{n} = \text{ángulo central}$$

- ✓ Cada ángulo interior de un polígono regular resulta de la diferencia entre un ángulo llano y un ángulo central.

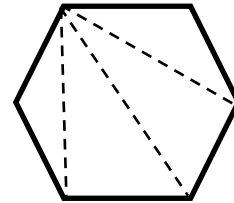
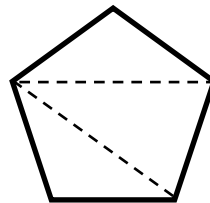
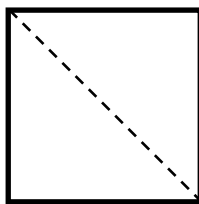
$$\text{Ángulo interior} = 180^\circ - \text{1 ángulo central}$$

- ✓ El valor de cada ángulo central es igual al valor de cada uno de los ángulos exteriores.
- ✓ El único caso donde un polígono regular tiene el LADO=RADIO, corresponde al hexágono regular. Esto se debe a que se encuentra formado por triángulos regulares.

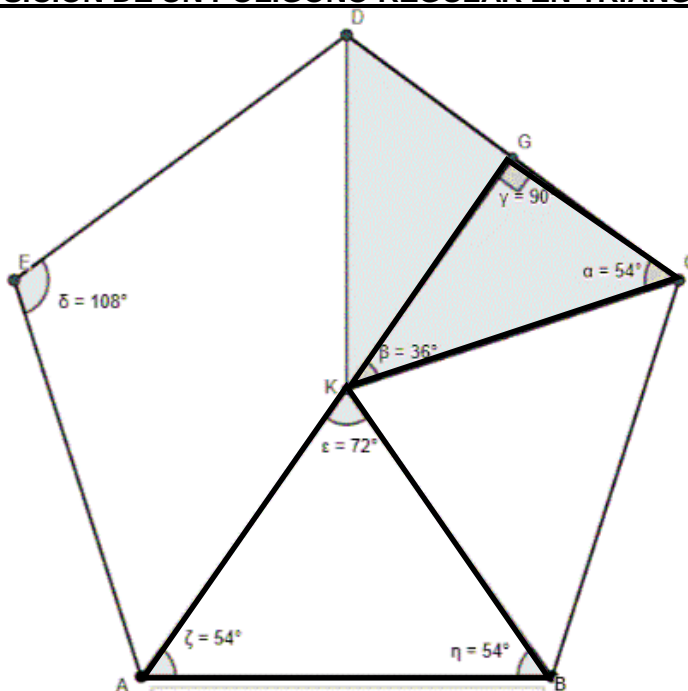
- ✓ Todo polígono regular circunscribe una circunferencia cuyo radio es congruente con el apotema del polígono.



- ✓ Todo polígono regular puede descomponerse en $(n-2)$ triángulos que comparten uno de sus lados, siendo “n” el número de lados del polígono.

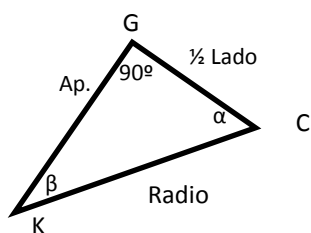


DESCOMPOSICIÓN DE UN POLÍGONO REGULAR EN TRIÁNGULOS

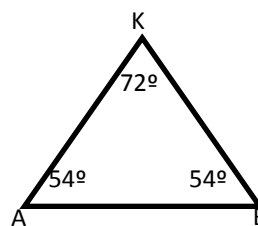


DESCOMPOSICIÓN DEL PENTÁGONO

G1 es el punto medio de DC
K-G1 es el apotema
KC=KD son radios del polígono
Es posible descomponer el polígono de 5 lados
en 10 triángulos rectángulos o en 5 triángulos
isósceles.



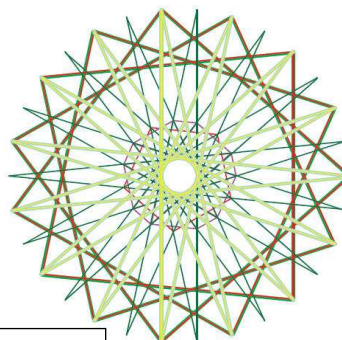
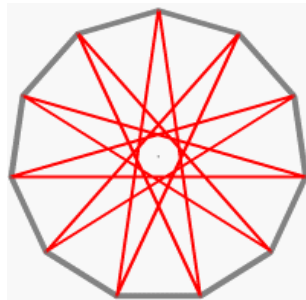
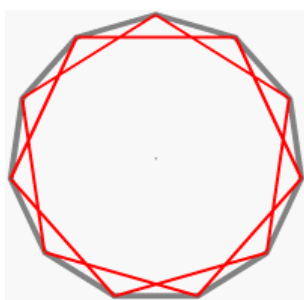
Aplicando funciones trigonométricas, seno, coseno y tg. resolvemos un triángulo rectángulo.



Aplicando teoremas del seno y coseno resolvemos un triángulo no rectángulo.

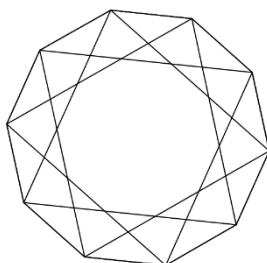
POLÍGONOS ESTRELLADOS

Algunos ejemplos de polígonos estrellados...

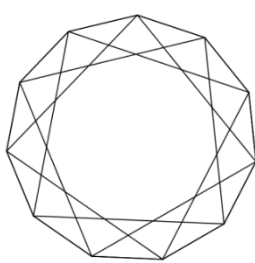


<http://www.educacionplastica.net/PolEst0.>

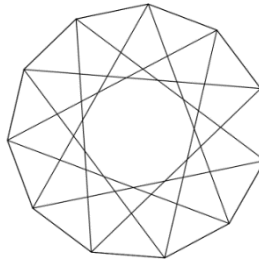
Los **Polígonos estrellados** son aquellos que se generan al unirse vértices no consecutivos de un polígono de forma continua. En este curso se analizarán solo aquellos polígonos estrellados generados a partir de polígonos regulares.



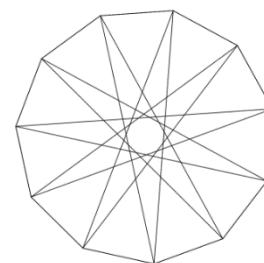
Estrellado de 3º especie asociado a un polígono regular de 10 lados. Estrellado de 3º especie asociado a un polígono regular de 10 lados.



Estrellado de 3º especie asociado a un polígono regular de 11 lados. Estrellado de 3º especie asociado a un polígono regular de 11 lados.



Estrellado de 4º especie asociado a un polígono regular de 11 lados. Estrellado de 4º especie asociado a un polígono regular de 11 lados.



Estrellado de 5º especie asociado a un polígono regular de 11 lados.

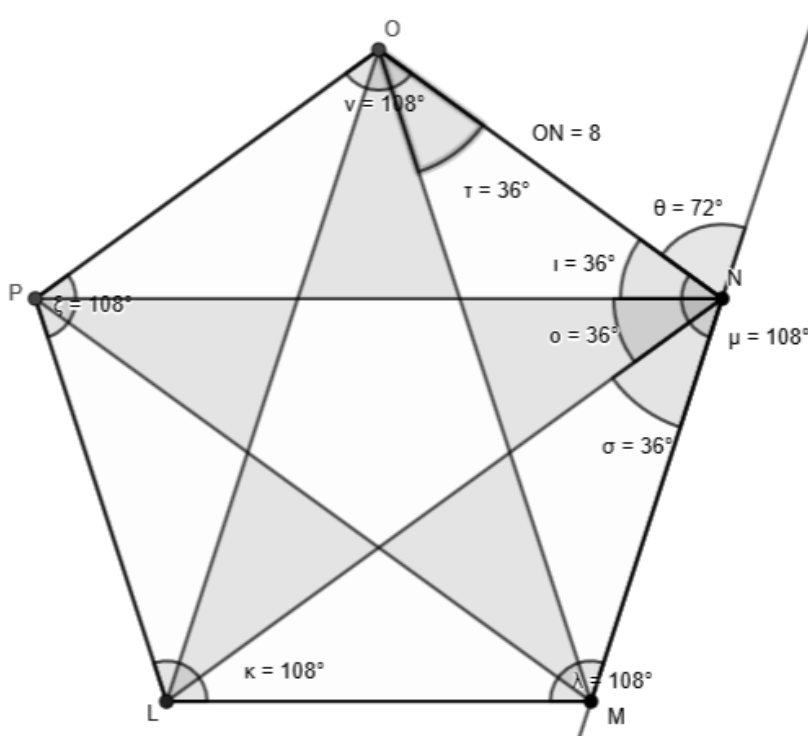
Análisis a realizar para detectar la presencia de un polígono estrellado asociado a un polígono regular

- Determinar el número de vértices del polígono, valor al que se designará como “ n ”.
- Determinar los valores de los números naturales enteros menores que $n/2$, a éstos se los designará con la letra “ p ”(El valor de “ p ” en cada caso indica cada cuántos vértices deberá trazarse un segmento para obtener la estrella)
- Determinar cuántos valores de “ p ” son divisores de “ n ” o bien cuántos valores de “ p ” tienen divisores comunes con “ n ”, en esos casos no habrá polígonos estrellados. Esto se comprueba fácilmente ya que si se intenta graficar la estrella con una línea continua, sin levantar el lápiz del papel, será imposible lograrlo.

n (nº de vértices del polígono que da origen a la estrella)	p Valores $\leq n/2$	Valores de “ p ” que: No dividen exactamente a “ n ” Valores de “ p ” que no tengan divisores comunes con “ n ”	Polígonos estrellados asociados
10	4;3;2;1	3	Uno de 3º especie (uniendo cada 3 vértices)
11	5;4;3;2;1	5;4;3;2	Uno de 5º especie (uniendo cada 5 vértices) Uno de 4º especie (uniendo cada 4 vértices) Uno de 3º especie (uniendo cada 3 vértices) Uno de 2º especie (uniendo cada 2 vértices)

RESOLUCIÓN DE UN POLÍGONO ESTRELLADO

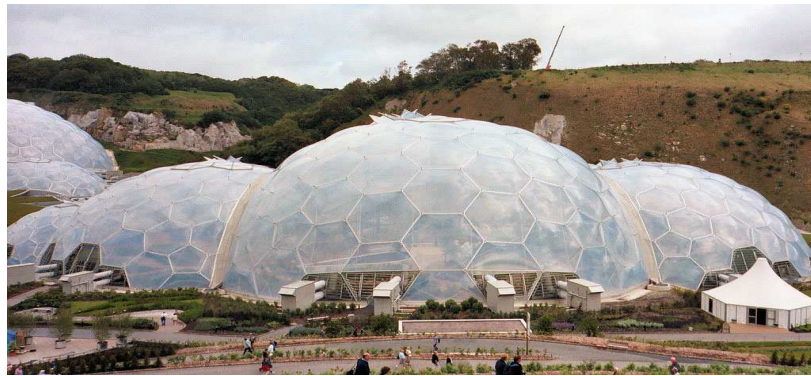
Para resolver una estrella regular es imprescindible trabajar con los ángulos del polígono regular que le dio origen, así podemos observar mediante un análisis sencillo cómo trabajar con una estrella de cinco puntas cuando el único dato conocido es el lado del polígono que le dio origen.



De esta manera, resolviendo cada uno de los triángulos que resulta de descomponer el polígono que da origen al estrellado podemos llegar a resolver este sin mayor inconveniente.

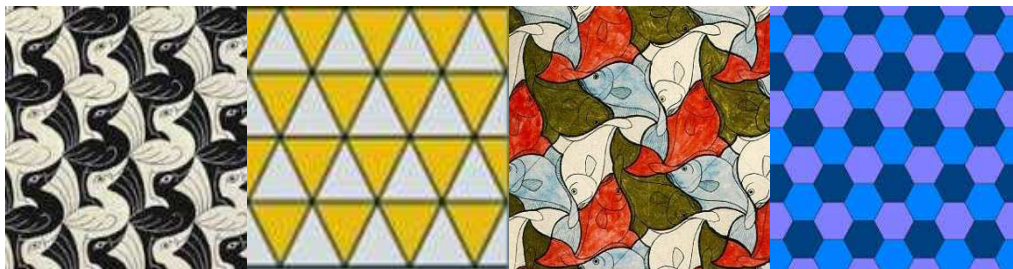
TESELADOS

Se conoce como **teselado** a un conjunto de figuras planas congruentes o no, que compactan el plano de tal manera que no se superponen entre ellas y que no resulten porciones de plano vacías.



Teselado espacial-

- ✓ Las teselas pueden estar formadas por figuras poligonales regulares y congruentes, de ser así hay solo tres polígonos regulares que compactan el plano(no dejan espacios vacíos): **el triángulo, el cuadrado y el hexágono.**
- ✓ Las teselas pueden resultar de la combinación de diversas figuras poligonales regulares o no y también de figuras curvas en el plano.
- ✓ Así se pueden encontrar diversos ejemplos de teselas:



<http://ponteavispa.blogspot.com.ar/2014/05/teselados.html><http://ponteavispa.blogspot.com.ar/2014/05/teselados.html>



Teselación poligonal



Teselación no poligonal

UNIDAD 5

POLÍGONOS

AUTOEVALUACION

Responder verdadero o falso circulando la opción elegida y justificando la respuesta.

V	F	Los polígonos regulares pueden resolverse con un solo dato, sea este radio, apotema o lado de la figura.
Justific.		
V	F	Los polígonos estrellados surgen de la unión de dos vértices consecutivos del polígono.
Justific.		
V	F	Las diagonales que pasan por el centro de simetría del polígono se llaman principales.
Justific.		
V	F	Un polígono regular puede estar circunscripto a una circunferencia cuyo radio sea diferente al radio del polígono.
Justific.		
V	F	El rectángulo es un polígono irregular.
Justific.		
V	F	El apotema es siempre mayor que el radio del polígono.
Justific.		
V	F	La medida del ángulo central depende de la cantidad de radios del polígono.
Justific.		
V	F	En todo polígono, la suma de los ángulos exteriores es igual a la suma de los ángulos centrales.
Justific.		
V	F	Los ángulos interiores disminuyen su valor al incrementarse el número de lados del polígono.
Justific.		
V	F	Todo polígono es divisible en triángulos.
Justific.		

PARA AMPLIAR MÁS AÚN LA TEORÍA SOBRE POLÍGONOS RECURRE AL APUNTE E INFORMACIÓN QUE ENCONTRARÁS EN EL AULA VIRTUAL DE LA CÁTEDRA.

Instructivo para resolver polígonos regulares convexos

POR ALEJANDRO TORRES

Pa-

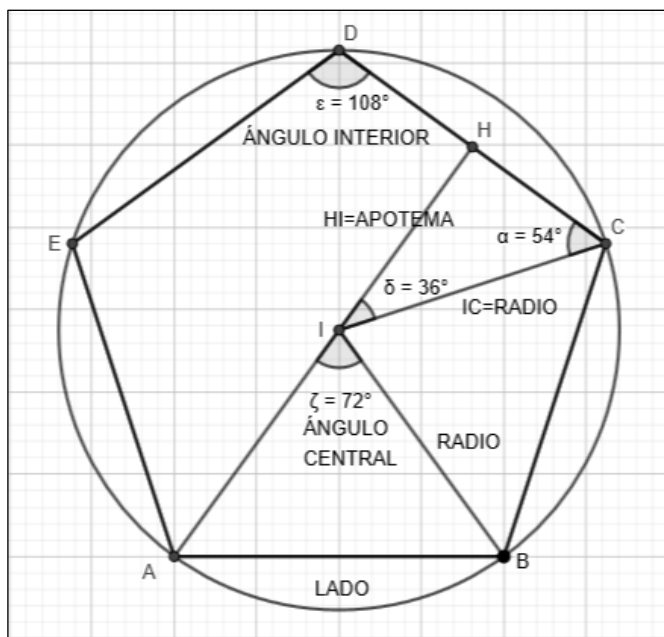
ra resolver un polígono convexo regular lo primero que debo hacer es **conocer el valor del ángulo central**. Éste se obtiene dividiendo 360° por el número de lados “n” Ej.: pentágono $360^\circ/5 = 72^\circ$ (gráfico adjunto), octógono $360^\circ/8 = 45^\circ$ etc.

Si tomamos dos radio consecutivos y el lado del polígono entre ellos, vemos que queda determinado un triángulo isósceles, en el cual, uno de sus ángulos es el ángulo central.

Trazando la bisectriz de este ángulo divide al triángulo en dos triángulos rectángulos iguales. La bisectriz es coincidente con la altura del triángulo, y a su vez apotema del polígono.

Los radios son hipotenusa de los triángulos rectángulos y el otro cateto del triángulo es la mitad del lado del polígono.

El valor de uno de los ángulos es 90° , el otro es la mitad del ángulo central y el tercero es la mitad de un ángulo interior. Podemos calcularlo restando de 180° los dos ángulos conocidos. (La suma de los ángulos interiores de un triángulo siempre es 180°)



Para resolver el polígono. Si además del valor de los ángulos, conocemos sólo el valor de uno de los lados del triángulo, utilizaremos las funciones trigonométricas. Si conocemos uno de los catetos, con las funciones Seno o Coseno del ángulo, encontramos la Hipotenusa. Si conocemos la Hipotenusa, con las mismas funciones encontramos los catetos. También podemos calcular el otro cateto utilizando la función Tangente.

En el caso de conocer **dos** de los lados del triángulo podemos encontrar el tercero mediante funciones trigonométricas o aplicando Pitágoras:

$$\text{Hipotenusa}^2 = \text{Cateto}^2 + \text{Cateto}^2.$$

Para conocer **el perímetro** del polígono sólo debemos multiplicar el valor del lado por el número de lados del polígono.

Para el cálculo **del área** multiplicamos el perímetro por el valor de la Apotema, (altura del triángulo isósceles), y dividimos por dos.

Ejercicios resueltos

POR ALEJANDRO TORRES

EJERCICIO 1: Una plazoleta adopta la forma de un pentágono regular donde el valor del lado es de 8 m. Con estos datos se pide:

- Calcular **los metros cuadrados de mosaicos** necesarios para cubrir el área de la misma.
- Calcular **los metros lineales de mosaicos** que se utilizarán para realizar una guarda perimetral alrededor de la plazoleta.

ELEMENTOS DE UN POLÍGONO	Polígono regular de 5 lados Valor del lado = 8 m Ángulo central = $360^\circ/5 = 72^\circ$ Ángulo interior = $180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$ Ángulo exterior = $180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$ (ídem ángulo central). Apotema: $Ap = 4m / \tan 36^\circ = 5,50m$ Radio: $R = 4m / \sin 36^\circ = 6,80m$ Perímetro: $Per = 5 \times 8m = 40m$ Área: $Área = Per. \times Ap/2 = 40m \times 5,50m/2 = 110m^2$
--	---

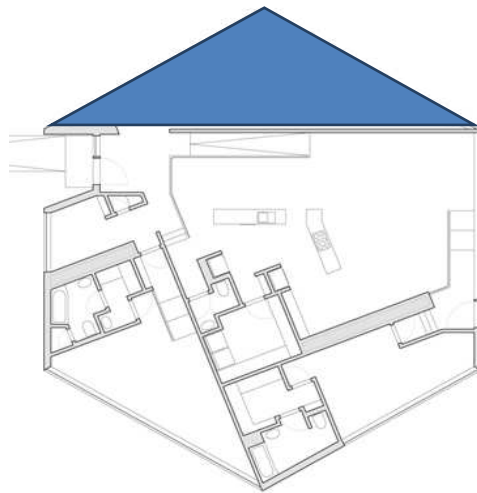
Rta : a) $110m^2$ de mosaicos y b) 40 m de guarda.

EJERCICIO 2: La siguiente planta corresponde a una vivienda hexagonal regular diseñada por el Arq. William O'Brien Jr. La misma se encuentra ubicada al norte del estado de Nueva York, en E.E.U.U.

Interiormente está compuesta por cuatro trapecios y un triángulo.

Sabiendo que cada lado del hexágono regular que conforma la vivienda mide 8 m. Se pide:

- Calcular **el área del porche triangular**, en m^2 (Sector sombreado).
- Calcular **el volumen de aire**, en m^3 , correspondiente a toda la vivienda, considerando una altura de techos constante de 2,90 m.



Respuestas:

a) CÁLCULO ÁREA DEL PORCHE = $8m \times 8m \times \sin 120^\circ/2 = 27,71281292m^2$

b) CÁLCULO ÁREA de LA PLANTA TOTAL = $8m \times 6 \times 8m \times \cos 30^\circ/2 = 166,2768775m^2$

VOLUMEN DE AIRE = $166,2768775m^2 \times 2,90m = 488,2029m^3$

EJERCICIO 3: En una plaza se ha proyectado construir un solado de forma de triángulo regular, que circunscribe un arenero circular. Conocemos como dato que el radio del arenero es de 5 m. Con estos datos es necesario determinar:

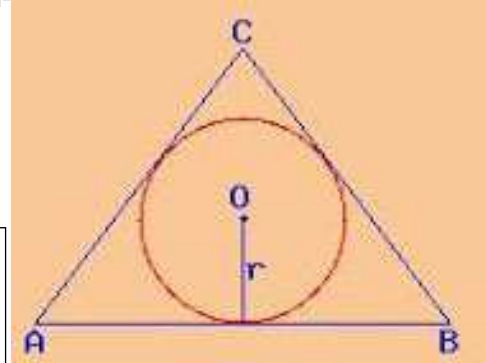
a) El **perímetro** del solado triangular y su superficie.

b) El **área** del arenero.

Respuestas:

a) Perímetro = $2 \times 10 \text{ m} \times \cos 30^\circ \times 3 = 51,96152423 \text{ m}$

b) Área del arenero: $78,53981634 \text{ m}^2$



UNIDAD 5

POLÍGONOS

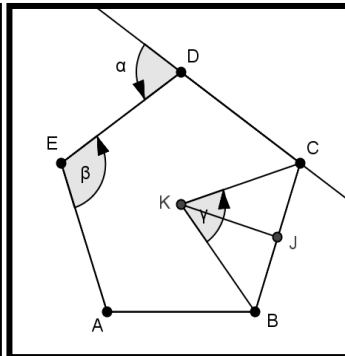
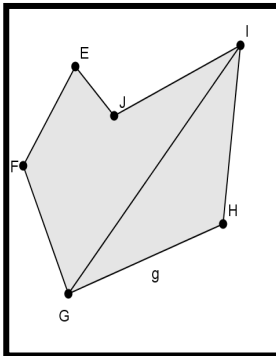
POR CRISTINA AVILA Y
ALEJANDRO TORRES

EJERCICIO N° 1: Definición de polígonos y elementos

a) Un polígono se define como.....

.....

.....



b) Señalar en los gráficos los nombres de los elementos de los polígonos representados.

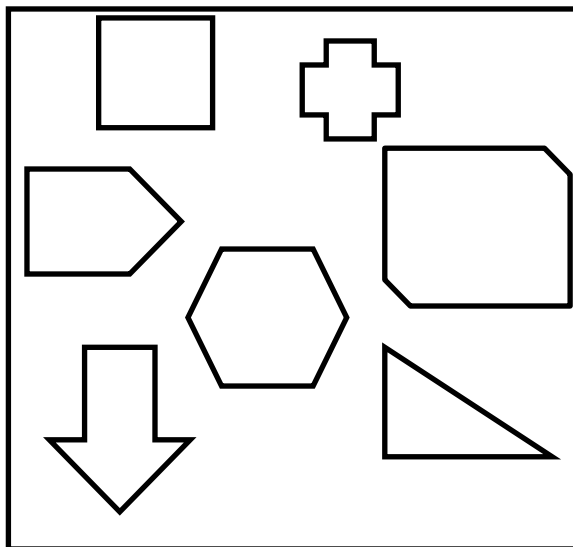
c) Indicar cuál de los polígonos es cóncavo y cuál es convexo. Justificar la respuesta.

EJERCICIO N° 2: Clasificación de polígonos en cóncavos y convexos

a) Determinar en cada caso si se trata de un polígono cóncavo o convexo. Buscar ejemplos en el campo de la arquitectura.

b) Si se trata de polígonos convexos determinar si son regulares o irregulares. Justificar la respuesta. Buscar ejemplos en el campo de la arquitectura

c) Para que un polígono sea regular ¿Qué condiciones deben cumplirse?



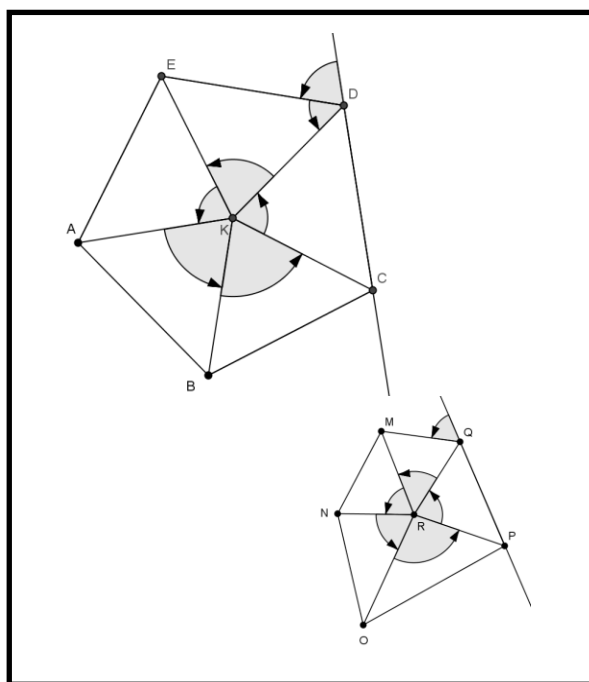
EJERCICIO N° 3: Clasificación de polígonos en regulares e irregulares

- Se dice que un polígono es regular cuando
- Los polígonos regulares tienen todos sus ángulos centrales entre sí.
- Además de los elementos comunes a todos los polígonos, los regulares suman otros dos: el y el

Realiza un gráfico a escala adecuada de un polígono regular indicando todos sus elementos.

EJERCICIO N° 4: Ángulos interiores, exteriores y centrales en un polígono regular

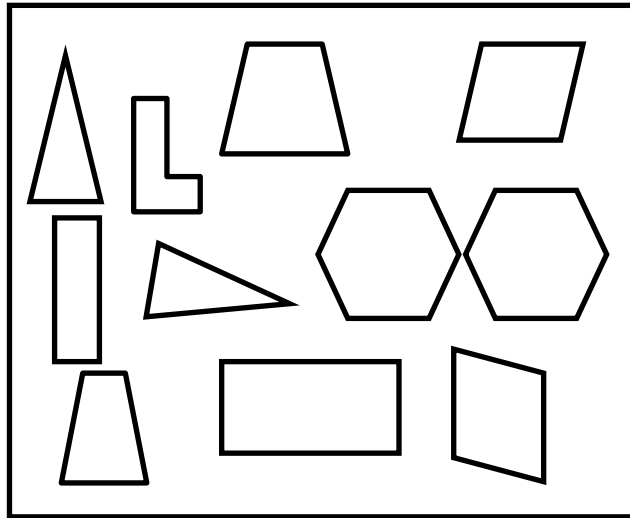
- Dado un polígono regular de "n" lados, el valor de cada ángulo central es igual a.....
- En todo polígono la suma de los ángulos centrales es igual a
- En un polígono regular la sumatoria de los ángulos interiores depende de la cantidad de..... del polígono y son todos..... entre sí.
- Los ángulos exteriores de un polígono regular son congruentes con los ángulos..... de dicho polígono.



EJERCICIO N° 5: Semejanza de polígonos, sean estos regulares o irregulares

a) Dos polígonos son semejantes cuando sus lados sony sus ángulos son

b) En el siguiente gráfico señalar uniendo con flechas aquellos polígonos que sean semejantes.



c) Busca ejemplos de semejanza de polígonos en obras de arquitectura y agrega la documentación pertinente.

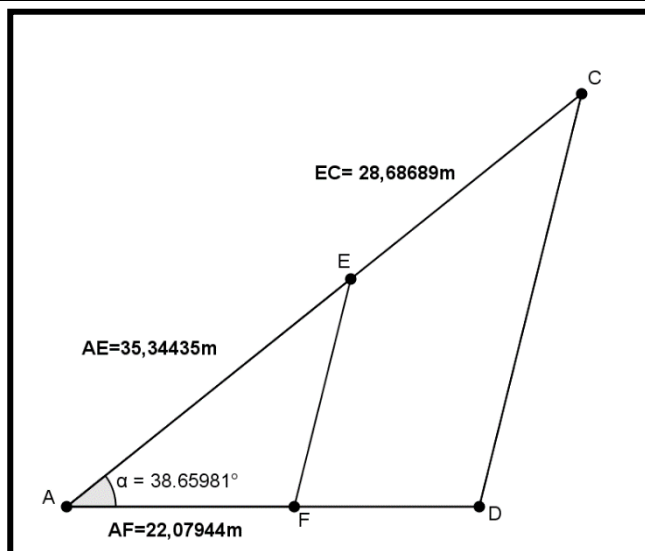
EJERCICIO N° 6: Semejanza de polígonos, sean estos regulares o irregulares.

Un terreno de forma triangular se subdivide tal como se indica en la gráfica. Es necesario determinar:

a) El área total del terreno ACD y su perímetro.

b) Las áreas y perímetros de los terrenos AEF y ECDF.

c) El porcentaje de ocupación que representa cada uno de los terrenos respecto del área total ACD.



Recuerda: Si dos rectas cualesquiera se cortan por varias rectas paralelas, los segmentos determinados en una de las rectas son proporcionales a los segmentos correspondientes en la otra.

luego: $AE/AF = EC/FD = AC/AD$

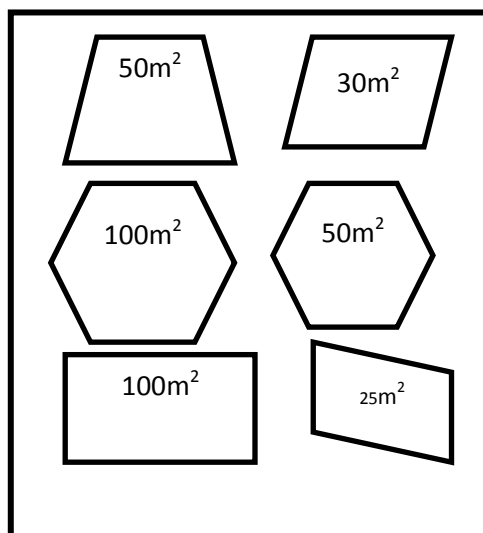
EJERCICIO N° 7: Equivalencia de polígonos

a) Dos polígonos son equivalentes cuando.....

.....

.....

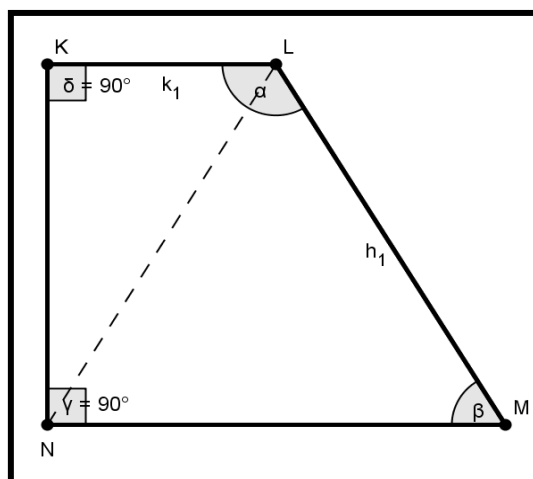
b) Señalar, uniendo con flechas aquellos polígonos que sean equivalentes entre sí.



EJERCICIO N° 8: Equivalencia

Dado un terreno de forma cuadrada de área $=750\text{m}^2$ que se debe canjear por otro terreno en forma de trapezio rectangular, equivalente, se pide determinar:

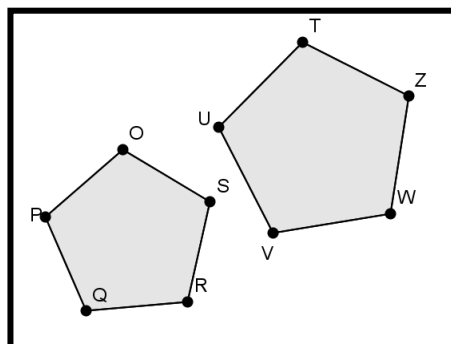
- El perímetro del terreno trapezoidal, sabiendo que la base mayor es el doble de la base menor y que la altura es de 15m.
- El valor de la diagonal señalada en el gráfico adjunto.
- El valor de los ángulos interiores del polígono, expresados en radianes.



EJERCICIO N° 9: Semejanza

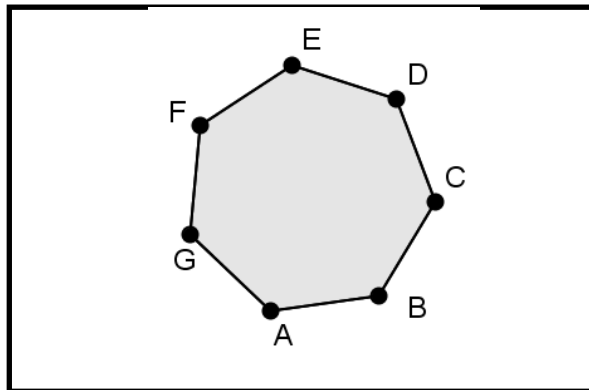
Dados dos locales semejantes, de forma pentagonal regular se sabe que el menor tiene un perímetro de 30m. Del segundo local solo se sabe que ocupa un área un 20% mayor que la del más pequeño. Se pide determinar:

- Perímetro del local de mayor área.
- Longitud de apotemas y radios de ambos locales.
- Relación entre apotemas, radios y lados de los locales estableciendo una conclusión.



EJERCICIO N° 10: Polígono inscripto en una circunferencia.

- Se dice que un polígono se encuentra inscripto en una circunferencia cuando sus vértices pertenecen a la
- El centro de simetría del polígono regular coincide con el centro de la
.....
- El radio de la circunferencia inscripta es congruente con el del polígono regular que la circunscribe.
- Graficar la circunferencia en esquema adjunto.

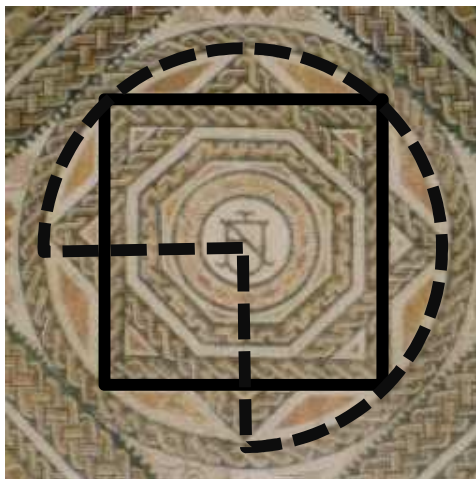


EJERCICIO N° 11: Polígono inscripto en una circunferencia.

Analizando este mosaico de la época romana es posible observar la presencia de dos cuadrados inscriptos en una circunferencia.

Se estudiará el cuadrado remarcado del cual se pide determinar analíticamente:

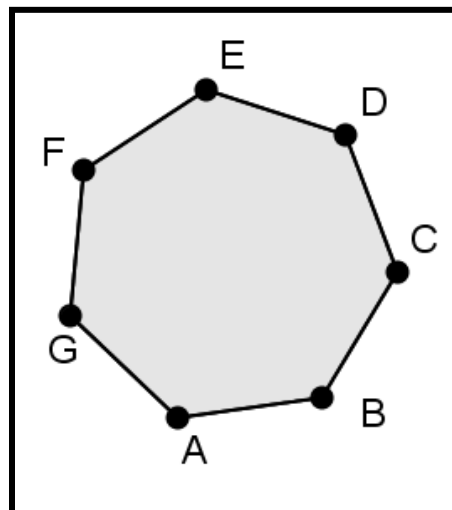
- Valores del radio y apotema, otorgándole a la circunferencia, a los fines de este ejercicio, un perímetro de 6,2831m.
- Perímetro y área del cuadrado graficado.
- Perímetro y área del sector circular graficado, sabiendo que las líneas rectas del mismo son perpendiculares entre sí.



Mosaico romano s. III-Museo Arqueológico Nacional. Madrid.
http://catedu.es/matematicas_mundo/FOTOGRAFIAS/fotografia_estrellas.htm

EJERCICIO N° 12: Polígono circunscripto a una circunferencia.

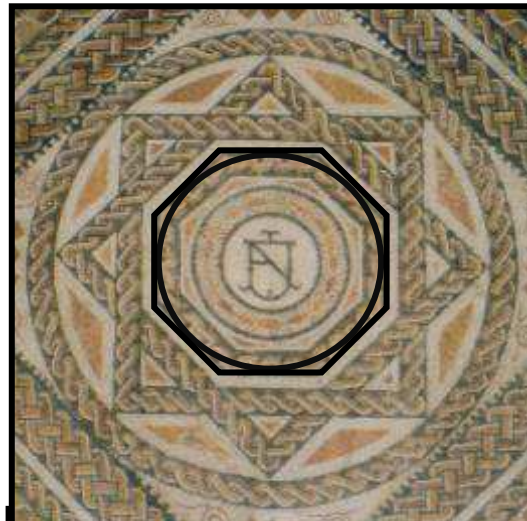
- Se dice que un polígono regular se encuentra circunscripto a una circunferencia cuando los lados del polígono son..... a la circunferencia.
- El centro de simetría del polígono regular coincide con el centro de la
.....
- El radio de la circunferencia que circunscribe a un polígono regular es congruente con el del polígono
- Graficar la circunferencia en esquema adjunto.



EJERCICIO N° 13: Circunferencia inscripta en polígono.

Continuando con el análisis del mosaico de la época romana se pide determinar analíticamente:

- Valores del radio y de la apotema del polígono remarcado, otorgándole a la circunferencia, a los fines de este ejercicio, un perímetro de 6,2831m.
- Perímetro y área del polígono graficado.
- Valor de un ángulo central del polígono expresado en radianes.



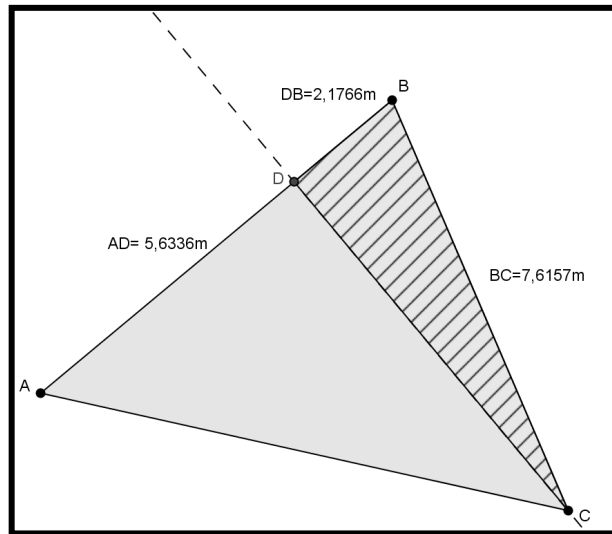
Mosaico romano s. III-Museo Arqueológico Nacional. Madrid.

http://catedu.es/matematicas_mundo/FOTOGRAFI

EJERCICIO N° 14:

1- La planta de un local comercial presenta una forma triangular tal como se indica en la figura. Dicha planta se encuentra dividida por una de las alturas del triángulo ABC. Con estos datos se pide:

- a- Determinar el área rayada donde se colocará piso flotante.
- b- Determinar el área no rayada donde se realizará un alisado de cemento.
- c- Determinar el perímetro ADC.

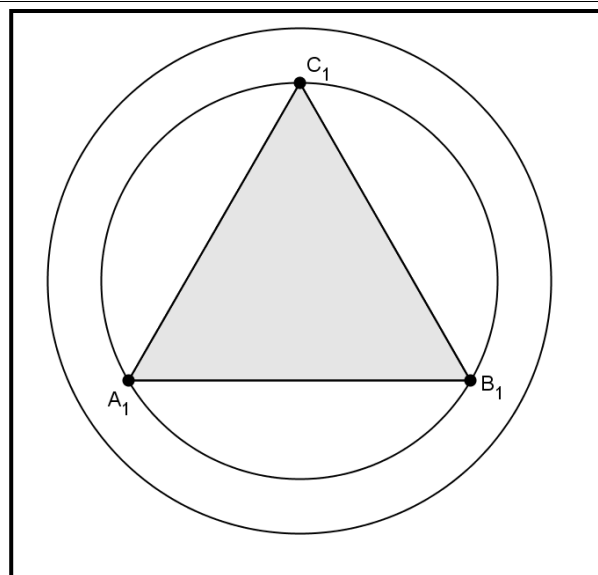


EJERCICIO N°15:

La siguiente gráfica corresponde al esquema de una plaza.

Como se observa está compuesta por una corona circular y un triángulo regular inscripto en la circunferencia menor. Los diámetros mayor y menor son 25m y 20m respectivamente. Con estos datos se pide determinar:

- a) Área del triángulo graficado.
- b) Porcentaje que ocupa este área respecto del círculo que la inscribe.
- c) Perímetro de la corona circular (circunf. exterior + circunf. interior.)



EJERCICIO N° 16:

Una plazoleta adopta la forma de un pentágono regular donde el valor del lado es de 8 m. Con estos datos se pide:

- a) Calcular el valor de la apotema de dicho pentágono.
- b) Calcular los metros lineales de mosaicos que se utilizarán para realizar una guarda perimetral alrededor de la plazoleta.

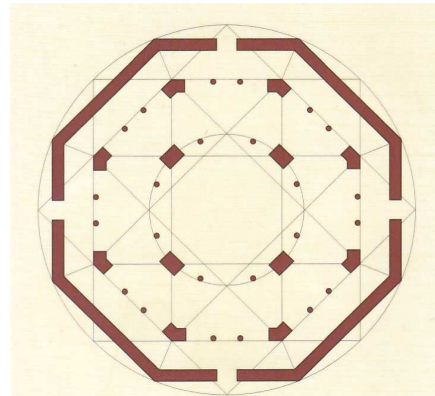
EJERCICIO N° 17:

Un solado tiene forma de hexágono regular donde el valor de la apotema es 8 m. Con estos datos se pide:

- Calcular el valor del lado y del radio de dicho hexágono.
- Calcular el área ocupada por dicho solado.

Ejercicio N° 18:

En la imagen inferior vemos una vista en planta de base la Cúpula de la Roca en Jerusalén, primera obra maestra del arte islámico. Su trazado, verdadero receptáculo del esoterismo matemático antiguo, responde a la idea de los filósofos griegos según la cual los números y los cuerpos geométricos simples constituyen una forma de conocimiento de la realidad. Según las teorías de los platónicos y de los pitagóricos, estos conceptos matemáticos son representaciones simbólicas del mundo ideal —inmutable y perfecto— del más allá.



Si el octógono de la base de la Cúpula de la Roca, está inscrito en un círculo de 54 m de diámetro:

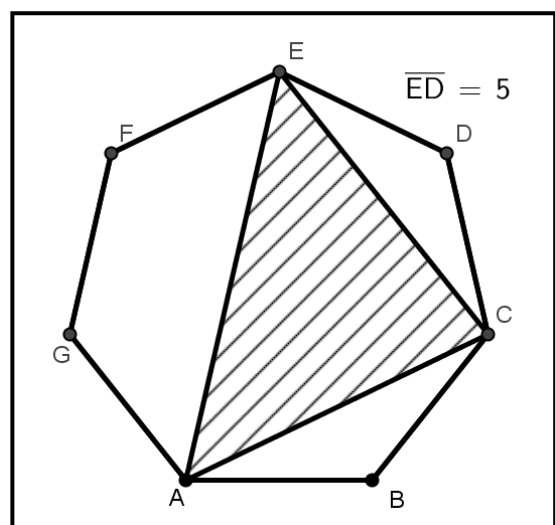
- Calcular el largo de cada lado.
- Calcular el área de la planta octogonal.

<https://www.almendron.com/artehistoria/wp-content/uploads/2017/07/13-esquema-del-octogono-250x244.jpg>
<https://www.almendron.com/artehistoria/artes/arquitectura/el-islam-desde-bagdad-hasta-cordoba/ii-la-cupula-de-la-roca-en-jerusalen/>

EJERCICIO N° 19:

La planta heptagonal regular de una vivienda presenta en la zona rayada un desnivel de 50 cm respecto del nivel de piso. Es necesario determinar:

- El volumen de tierra a extraer en la zona rayada.
- El perímetro de la zona rayada.
- El porcentaje que representa el área rayada respecto de la superficie total del heptágono regular.



EJERCICIO N° 20:

Dada la siguiente fotografía se pide determinar:

a) El área de la cubierta de una pérgola de base octogonal, sabiendo que la superficie cubierta en planta tiene un radio de 3m y que la altura de cada uno de los triángulos que componen la cubierta es de 3,5m.

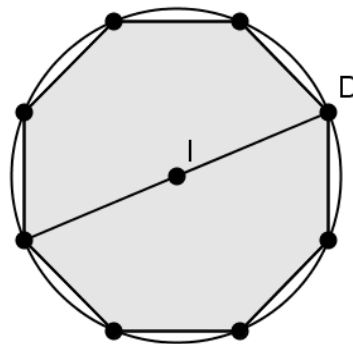
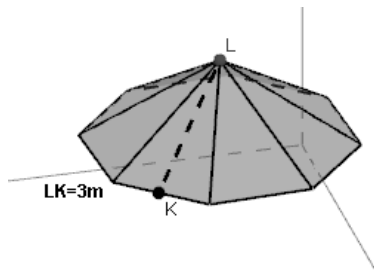
b) La pendiente de la cubierta.

c) ¿En qué porcentaje es mayor el área de la cubierta respecto del área en planta?



<http://www.naipex.com/casetas-de-jardin/137-Estellado de 4º especie asociado a un decá->

LK=3,5m



ID= 3m

Ejercicio N° 21:

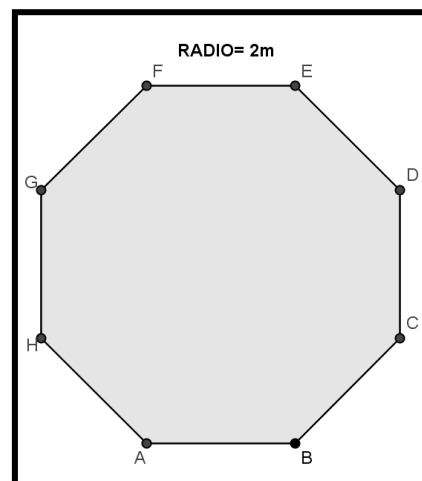
Para el diseño de un cantero en forma octogonal regular de 2m de radio, se ha optado por trabajarlo a partir de alguno de los polígonos estrellados asociados.

Es necesario:

a) Demostrar analíticamente cuántos y cuáles polígonos estrellados pueden trazarse a partir del octógono regular. Graficar.

b) Determinar el área ocupada por la estrella con mayor número de lados.

c) Determinar el perímetro de la estrella con mayor número de lados.



UNIDAD 5

POLÍGONOS

Ejercicio integrador

Pabellón Treehugger- Polígonos y teselados

<http://vivoarquitectura.blogspot.com.ar/2011/05/pabellon-treehugger.html>



Este pabellón de nido de abeja, construido en Alemania cuenta con un interior amplio intercalado con árboles vivos.

Diseñado por Holger Hoffman, el edificio reúne una serie de polígonos en un intrincado juego de patrones geométricos que reflejan un entorno natural del sitio. Situado en un antiguo estacionamiento al lado de la basílica de San Castor de Coblenza, el edificio está diseñado para integrarse sutilmente con el entorno.

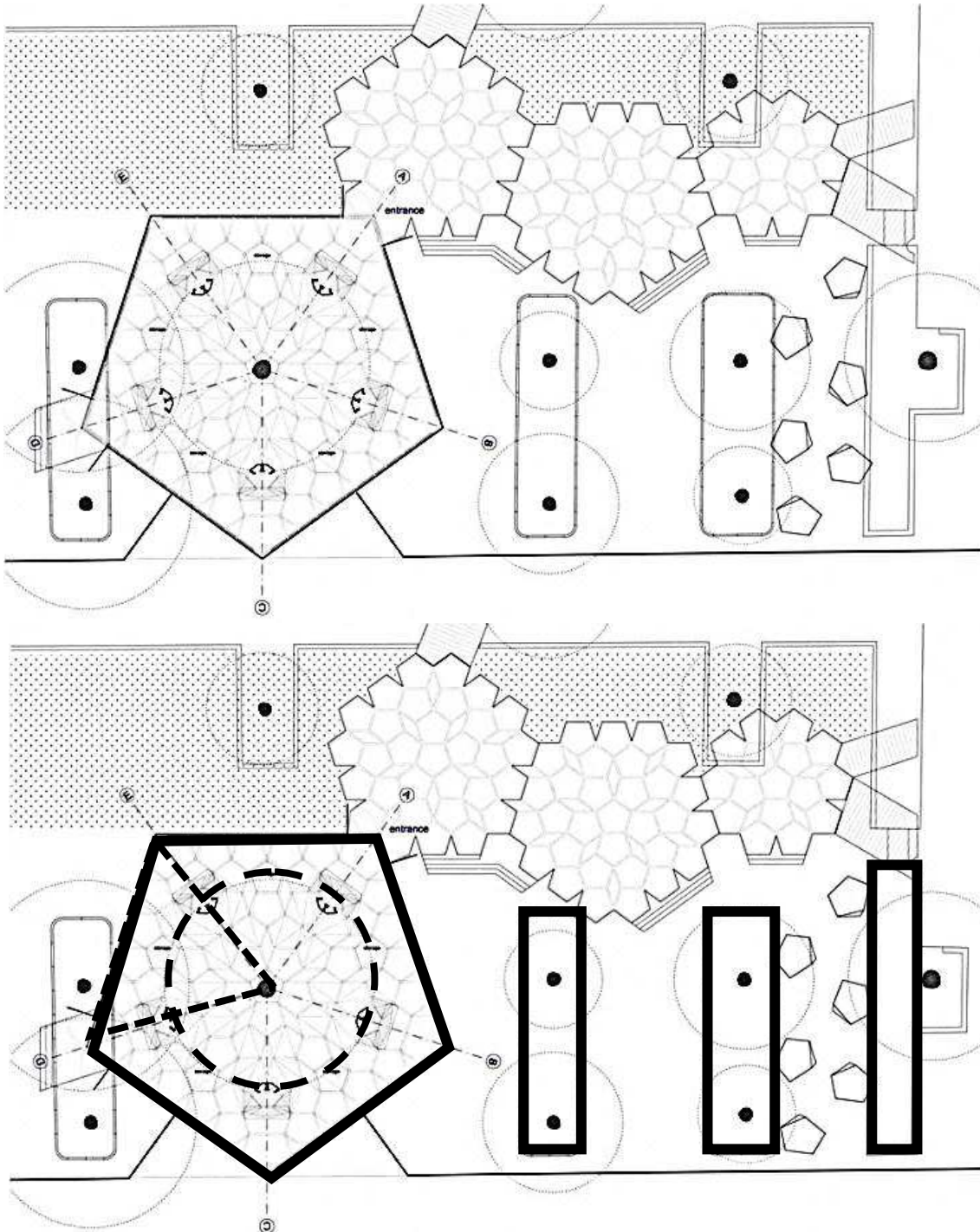
La fachada de vidrio impreso refleja los árboles que rodean el edificio, lo que ayuda a difuminar la frontera entre la estructura y su posición en un sitio urbano.

La estructura puede ser desmontada y vuelta a montar una vez que el espectáculo culmine en octubre, lo que le permite ser exhibida en otros lugares.

Dado el gráfico que representa la planta del pabellón, se pide determinar:

- Cuáles de los polígonos graficados son cóncavos y cuales convexos indicándolos en la gráfica.
- Cuáles de los polígonos remarcados son regulares y cuáles son irregulares.
- El área del pentágono regular de 6 m de lado y su perímetro.
- Los valores de radio y apotema de dicho polígono.
- El perímetro de la circunferencia señalada, sabiendo que el radio de la misma es la mitad del radio del polígono.
- El valor de los ángulos interiores, exteriores y centrales del pentágono, expresados en radianes.
- El área de uno de los triángulos isósceles (no rectángulo) que forman el polígono, utilizando la fórmula de Herón. Verificar el área calculándola con el teorema general.

- h- El área de la cubierta del pentágono regular de la planta sabiendo que la pendiente de la misma es del 50%.
- i- El área total del terreno sabiendo que cuadriplica la de la planta pentagonal



UNIDAD 5

SOLUCIONES

EJERCICIOS N° 1, 2, 3,4,5: Resolución teórica, ejercicios conceptuales.

EJERCICIO N° 6

- a) Área = 800m^2 Perímetro = $145,26\text{m}$
 b) Área AEF= $243,75\text{m}^2$ y Perímetro = $80,18\text{m}$
 Área ECDF= $556,25\text{m}^2$ y Perímetro = $110,60\text{m}$
 c) Porcentaje AEF= $30,469\%$ Porcentaje ECDF= $69,531\%$

EJERCICIOS N° 7: Resolución teórica, ejercicio conceptual.

EJERCICIO N° 8

a) Área Cuadrado= Área Trapecio= 750m^2 (Polígonos EQUIVALENTES)

$$750\text{m}^2 = \frac{(B+b)15\text{m}}{2} = \frac{750\text{m}^2 \times 2}{15\text{m}} = (B+b)100\text{m} = (B+b)$$

$$\left. \begin{array}{l} B = 2b \\ 100\text{m} = (B+b) \end{array} \right\} \text{ Sistema de Ecuaciones}$$

$$100\text{m} = (2b+b) \quad 100\text{m} = 3b \quad b = 33,3333\text{m} \quad B = 66,6666\text{m}$$

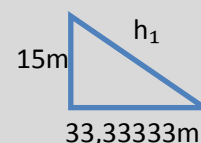
En Trapecio:

$$33,3333^2 + 15^2 = h_1^2$$

$$\sqrt{33,3333^2 + 15^2} = h_1 h_1 = NL = 36,552\text{m}$$

$$\text{Perímetro} = 66,6666\text{m} + 33,3333\text{m} + 36,552\text{m} + 15\text{m}$$

$$\text{Perímetro} = 151,5518\text{m}$$



b) $h^1 = NL = 36,552\text{m}$

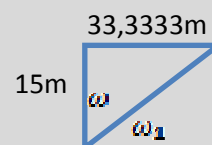
$$\text{c) } \operatorname{tg} \omega = \frac{33,3333\text{m}}{15\text{m}} \quad \omega = 65^\circ 46' 20,04''$$

$$\omega^1 = 90^\circ - \omega \quad \omega^1 = 24^\circ 13' 96'' = \beta$$

$$\alpha = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - \beta \quad \alpha = 155^\circ 46' 20''$$

$$360^\circ - - - 2\pi \text{rad}$$

$$\beta(\text{rad}) - - - - - 24^\circ 13' 96'' \quad \beta = 0,422854298 \text{rad} \quad \alpha = 2,718738353 \text{rad}$$



EJERCICIO N° 9

- a) Perímetro = $32,87\text{m}$
 b) Ap. Polígono menor= $4,129\text{m}$ Radio polígono menor= $5,10378\text{m}$
 Ap. Polígono mayor= $4,523\text{m}$ Radio polígono mayor= $5,591\text{m}$
 c) Las relaciones entre apotemas, y las relaciones entre radios, son constantes

EJERCICIOS N° 10: Resolución teórica, ejercicio conceptual.

EJERCICIO N° 11

a) Radio=1m Apot= $\frac{\sqrt{2}}{2}$ m

b) Perímetro del cuadrado = $4\sqrt{2}$ m Área del cuadrado = 2m^2

c) Perímetro del sector circular = 6,71 m Área. Sector circular = $2,356\text{m}^2$

EJERCICIO N° 12:

Resolución teórica, ejercicio conceptual.

EJERCICIO N° 13

a) Radio=1,08239m Apot=1 m

b) Perímetro del polígono = 6,627416998m Área del polígono = 3,313708499m

c) Angulo central = 0,785398163rad

EJERCICIO N° 14

a) Área Rayada = $7,94\text{ m}^2$

b) Área no rayada = $20,557\text{m}^2$

c) Perímetro ADC = 22,15m

EJERCICIO N° 15

a) En Circunf. Menor: $\phi = 20\text{m}$ $r = 10\text{m}$

$$\text{sen } 60^\circ = \frac{L/2}{10\text{m}}$$

$$\text{sen } 60^\circ \times 10\text{m} = L/2 \quad 17,3205\text{m} = L$$

$$\text{Angulo Interior } (\alpha) = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$$

$$\text{AREA ABC} = \frac{AB \times AC \times \text{sen } \alpha}{2} = \frac{17,3205\text{m} \times 17,3205\text{m} \times \text{sen } 60^\circ}{2}$$

$$\text{AREA ABC} = 129,9036\text{m}^2$$

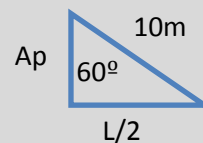
b) $\text{Area Circulo} = \pi r^2 = \pi (10\text{m})^2 = 314,15926\text{m}^2$

$$100\% - - - 314,15926\text{m}^2$$

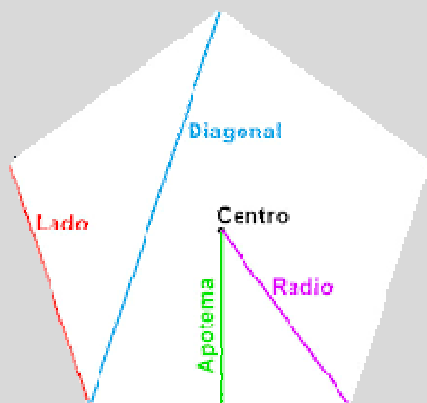
$$\times \text{-----} 129,9036\text{m}^2 \times = 41,349\%$$

c) Perímetro Corona = $2\pi r_2 + 2\pi r_1 = 2\pi (12,5\text{m} + 10\text{m})$

$$\text{Perímetro Corona} = 141,3716\text{m}$$



EJERCICIO N° 16



Polígono regular de 5 lados

Valor del lado = 8 m

$$\text{Ángulo central} = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$$

$$\text{Ángulo interior} = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$$

$$\text{Ángulo exterior} = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ \text{ (ídem ángulo central).}$$

$$\text{Radio: } R = \frac{4m}{\sin 36^\circ} = 6,80m$$

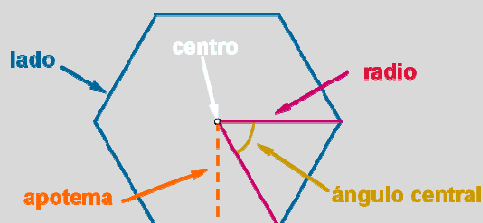
Apotema:

$$Ap = \frac{4m}{\tan 36^\circ} = 5,50m$$

Perímetro:

$$\text{Per} = 5 \times 8 \text{ m} = 40 \text{ m}$$

EJERCICIO N° 17



Polígono regular de 6 lados

Valor de la apotema = 8 m

$$\text{Ángulo central} = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$$

$$\text{Ángulo interior} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\text{Ángulo exterior} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \text{ (ídem ángulo central).}$$

Lado/radio:

$$\tan 30^\circ = \frac{L/2}{8m} \quad \tan 30^\circ \times 8m = L/2$$

$$4,6188m = L/2, \quad 2 \times 4,6188m = L$$

$$\cos 30^\circ = \frac{8m}{r} \quad r = \frac{8m}{\cos 30^\circ} \quad r = 9,2376m$$

Área:

$$\text{Área} = \frac{(L \times 6) \times Apot}{2} = \frac{(9,2376 \times 6) \times 8m}{2} = 221,7024m^2$$

EJERCICIO N° 18

a) Cada lado mide 20,6649 m

b) Área = 2061,92 m²

EJERCICIO N° 19

a) En $\triangle EDF$: Ángulo Interior (β) = 180° - Ángulo Central (θ) = 128°34'17,1"

$$EC^2 = ED^2 + DC^2 - 2 \times ED \times DC \times \cos \beta$$

$$EC = \sqrt{5^2 + 5^2 - 2 \times 5 \times 5 \times \cos 128^\circ 34' 17,1''} \quad EC = 9,009m = AC$$

En $\triangle EAC$: Angulo en vértice $C(\alpha) = (\beta/5) \times 3 = 77,14285^\circ$

$$\text{Área rayada} = \frac{EC \times AC \times \cos \alpha}{2}$$

$$\text{Área rayada} = \frac{5m \times 5m \times \cos 77,14285^\circ}{2} \quad \text{Área rayada} = 39,5635m^2$$

$$\text{Volumen tierra} = \text{Área rayada} \times 0,5m = 39,5635m^2 \times 0,5m$$

$$\text{Volumen tierra} = 19,7817m^3$$

b) En $\triangle EAC$: $EA^2 = AC^2 + EC^2 - 2 \times AC \times EC \times \cos \alpha$

$$EA = \sqrt{9,009^2 + 9,009^2 - 2 \times 9,009 \times 9,009 \times \cos 77,14285^\circ} \quad EA = 11,2340m$$

$$\text{Perímetro} = EA + EC + AC = 11,2340m + 9,009m + 9,009m$$

$$\text{Perímetro} = 29,2520m$$

$$c) \quad \frac{\theta}{2} = 25^\circ 42' 51,43''$$

$$\text{tg} 25^\circ 42' 51,43'' = \frac{5m}{Ap} \quad Ap = \frac{5m}{\text{tg} 25^\circ 42' 51,43''} \quad Ap = 5,1913m$$

$$\text{Área Heptagono} = \frac{(5m \times 7) \times 5,1913m}{2} = 90,8478m^2$$

$$100\% - - - 90,8478m^2$$

$$X \quad - - - - - 39,5635m^2 \quad x = 43,55\%$$

EJERCICIO N° 20

$$a) \quad \cos 22,5^\circ = \frac{Ap}{3m}$$

$$\cos 22,5^\circ \times 3m = Ap \quad 2,772m = Ap$$

$$\sin 22,5^\circ = \frac{L/2}{3m}$$

$$\sin 22,5^\circ \times 3m = L/2 \quad 2,2961m = L$$

$$\text{Área de } C/\text{cara de la cubierta} = \frac{2,2961m \times 3,5m}{2} = 4,025m^2$$

$$8 \text{ caras} = \text{Área CUBIERTA} = 8 \times 4,025m^2 \quad \text{Área CUBIERTA} = 32,145m^2$$

$$b) \quad \cos \alpha = \frac{2,772m}{3,5m}$$

$$\cos \alpha = 0,79189 \quad \alpha = \arccos 0,79189$$

$$37^\circ 38' 77'' = \alpha$$

$$\text{Pendiente} = \text{tg} \alpha \quad \% \text{Pendiente} = 100 \times \text{tg} \alpha \quad \text{tg} \alpha = 0,7723$$

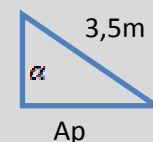
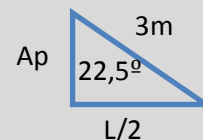
$$\text{Pendiente} = 77,23\%$$

$$c) \quad \text{Área Octogono en Planta} = \frac{(2,3m \times 8) \times 2,772m}{2} = 25,50m^2$$

$$100\% - - - 25,50m^2$$

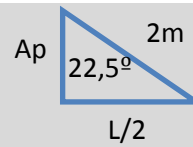
$$X \quad - - - - - 32,2m^2 \quad x = 26,36\%$$

Área de la cubierta es mayor en un 26,36%



EJERCICIO N°21

a) 1 polígono estrellado de 3ra especie



$$a) \quad \text{sen} 22,5^\circ = \frac{L/2}{2m}$$

$$\text{sen} 22,5^\circ \times 2m = \frac{L}{2} \quad L = 1,53m$$

$$\cos 22,5^\circ = \frac{Ap}{2m} \quad AP = 1,848m$$

$$\text{Área OCTOGONO} = \frac{(1,53m \times 8) \times 1,848m}{2} = 11,31m^2$$

$$\text{Angulo Interior polígono} = \frac{180^\circ \times 6}{8} = 135^\circ$$

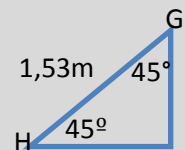
$$\frac{1,53m}{\text{sen} 90^\circ} = \frac{\text{Cat Ady}}{\text{sen} 45^\circ} \quad \text{Cat Ady} = \text{LADO ESTRELLA} = 1,08m$$

$$\text{Área triángulo} = \frac{1,08m \times 1,53m \times \text{sen} 45^\circ}{2} = 0,585m^2$$

$$0,585m^2 \times 8 (\text{son 8 triángulos iguales}) = 4,68m^2$$

$$\text{Área ESTRELLA} = 11,31m^2 - 4,68m^2$$

$$\text{Área ESTRELLA} = 6,628m^2$$



$$c) \text{PERIMETRO estrella} = 16 \times \text{LADO ESTRELLA} = 16 \times 1,08m$$

$$\text{PERIMETRO estrella} = 17,309m$$

EJERCICIO INTEGRADOR

a) Resolución teórica

b) Resolución teórica

c) Área. pentágono regular = 61,9371 m² Perímetro del pentág. reg. = 30 m

d) Radio pentágono regular = 5,1039 m Apotema = 4,129 m

e) Perímetro de la circunferencia = 16,034 m

f) Angulo interior = 108° = 1,884955592 rad

Angulo exterior = Ángulo central = 1,256637061 rad

g) Área de uno de los triángulos = 12,387 m²

h) Área de la cubierta = 69,248 m²

i) El área total del terreno es de 247,7487 m²

UNIDAD 6

RAZONES Y
PROPORCIONES

POR CLARISA
LANZILLOTTO

INTRODUCCIÓN:

El arquitecto diseña y construye respondiendo a necesidades de índole social, económica, formales, funcionales, simbólicas generadas por el hombre, con el objetivo de dar forma, proporción y escala a una porción del vacío para generar un ámbito habitable para el verdadero protagonista: el hombre, usuario de ese espacio.

Forma, Escala y Proporción están íntimamente vinculadas con la Matemática y la Geometría. Cuando hablamos de escala, aludimos al tamaño de un objeto comparado con un estándar de referencia o con el de otro objeto.

Desde la Matemática, **la Escala es la relación que existe entre las dimensiones reales de un objeto y las del dibujo que representa esa realidad.**

De este modo podemos hablar de Escala natural o real: El tamaño físico del objeto representado coincide con el tamaño



real. (Escala 1:1), Escala de reducción: El tamaño físico del objeto representado es menor que la realidad. (Escala 1:100- 1:50 – 1:50000 planos de arquitectura, mapas); Escala de ampliación: El tamaño físico del objeto representado es mayor que la realidad. (Escala 2:1 – 10:1 planos de piezas industriales, detalles constructivos). Por lo tanto, **la escala es una razón entre dos números en la que el numerador representa la medida del dibujo, y el denominador la medida del objeto real.**

La Proporción, en tanto, **es la justa y armoniosa relación de una parte en relación con otras o con el todo.**

El diseñador, el arquitecto, establece las proporciones de los objetos de acuerdo a una gama de opciones en las que intervienen:

- La naturaleza de los materiales, que poseen dimensiones racionales de acuerdo a sus propiedades: durabilidad, rigidez, resistencia, dureza.

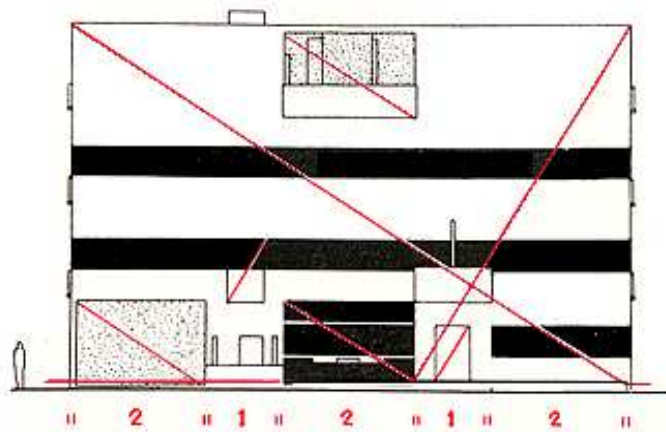
- el tamaño y proporción de los elementos estructurales

- el tamaño y proporción según el proceso de fabricación.

La fabricación en serie otorga dimensiones y proporciones normalizadas.

El arquitecto disfruta de la capacidad de controlar la proporción de las formas y espacios en una obra de arquitectura, en la obra urbanística y paisajística, en una edificación. Esto significa crear un SENTIDO DE ORDEN entre los elementos de una construcción y que es en definitiva el propósito de todas las TEORÍAS DE LA PROPORCIÓN. El orden visual que generan puede sentirse, asumirse, reconocerse a través





medida usada como **MÓDULO** se deducían las dimensiones del fuste, capitel, base, entablamento y de cada detalle de la obra. Se establecían los intercolumnios, tomando la distancia entre columnas igual a cuatro diámetros, tres diámetros. Así, todas las partes de la edificación estaban proporcionadas entre sí, definiéndose los diferentes estilos: **Dórico, Jónico, Corintio y Compuesto**.

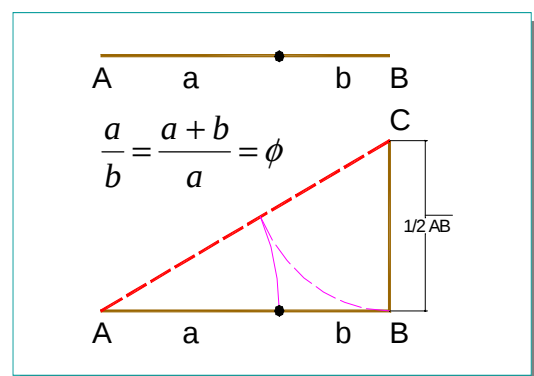
Los Renacentistas buscaron un orden más elevado, expresando que la Arquitectura era la **MATEMÁTICA TRADUCIDA EN UNIDADES ESPACIALES**. Utilizaron progresiones numéricas. Uno de los exponentes más destacados fue Andrea Palladio, que empleó, para dar dimensiones a las habitaciones y calcular las alturas, las teorías de las medias de Pitágoras: **Proporción Aritmética, Geométrica y Armónica**.

Con el propósito de “ordenar las dimensiones de aquello que contiene y de lo que es contenido”, **el Modulor**, creado por el Arq. Le Corbusier, asienta su medio de medición en la Matemática, usando **SERIES NUMÉRICAS Y LA SECCIÓN ÁUREA** acompañadas del minucioso estudio de las **PROPORCIONES DEL CUERPO HUMANO** (las dimensiones funcionales).

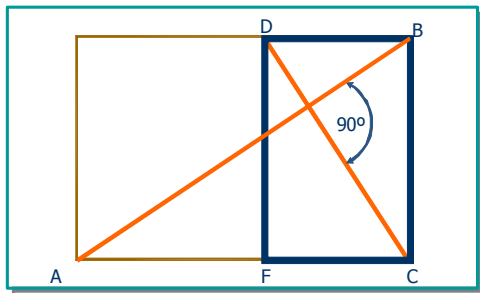
La sección áurea: Es la base del Modulor de Le Corbusier y de la arquitectura del Renacimiento. Se define como un segmento rectilíneo dividido de modo tal que la parte menor es a la mayor como ésta es al total. Algebraicamente se expresa mediante una ecuación de dos razones y tiene vigencia desde la antigüedad hasta nuestros días. Cualquier progresión que se base en la sección áurea será al mismo tiempo aritmética y geométrica.

La proporción Áurea, considerada La Divina Proporción, basada en la sección Áurea es la proporción por excelencia. El número áureo o número de oro designado con la letra griega Φ (Phi, en honor al escultor griego Fidias) es el valor numérico de esta propor-

ción. El número Φ es irracional e igual a $\frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1.61803398874989\dots$

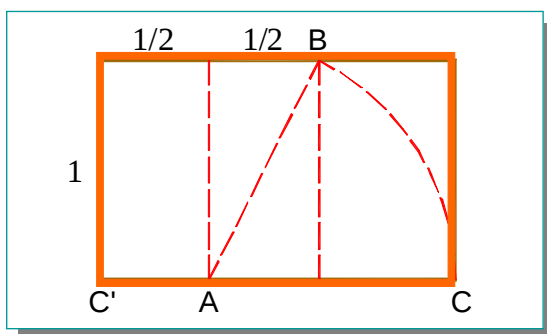


La proporción es aplicable a numerosas figuras geométricas tanto curvas como rectilíneas.
En Matemática se define a la proporción como a la igualdad de razones o divisiones.



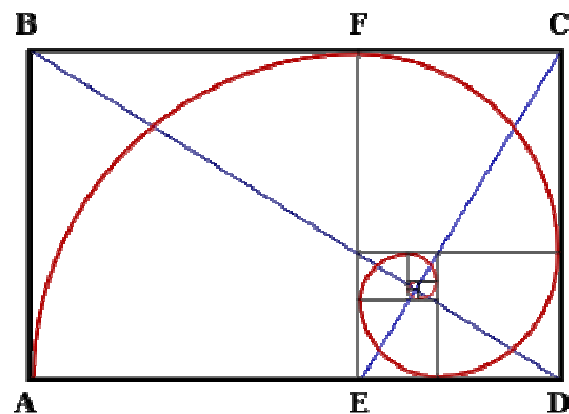
En este curso profundizaremos el estudio de una figura geométrica particular en la Arquitectura: EL RECTÁNGULO, haciendo hincapié en el concepto de **Módulo**, concebido como la razón o cociente entre su lado mayor y su lado menor y la generación de **rectángulos estáticos y dinámicos**. La construcción de rectángulos, permite obtener **nuevos rectángulos proporcionales al original**, es decir,

que tienen el mismo Módulo.

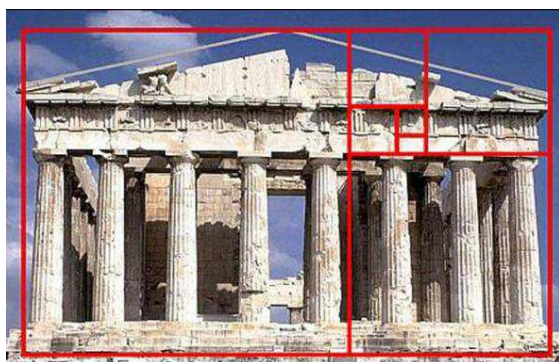
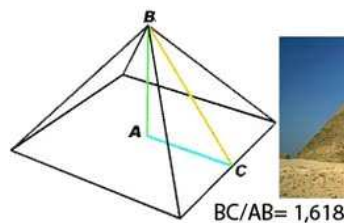


El rectángulo dinámico por excelencia es el **Rectángulo Áureo**, cuyo módulo es el **número de oro**. Puede representarse sencillamente y obtenerse rectángulos áureos internos y externos. A partir del punto de intersección de una de las diagonales del rectángulo áureo original y la perpendicular que pasa por uno de los vértices, es **factible** construir la espiral logarítmica.

mica.



El rectángulo Áureo, la espiral y la divina proporción están presentes en obras de Arquitectura significativas de todos los tiempos.

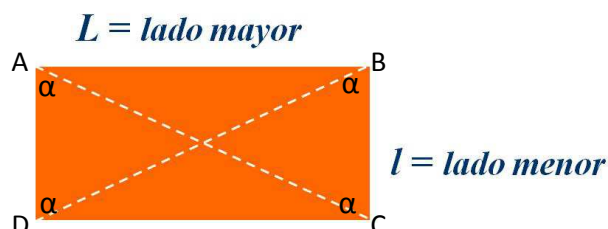


UNIDAD 6

SUSTENTO TEÓRICO- EL RECTÁNGULO

POR CLARISA
LANZILLOTTO

Se llama RECTÁNGULO a la Figura plana, cuadrilátera, cuyos lados no adyacentes son paralelos e iguales y sus lados adyacentes forman siempre un ángulo recto.



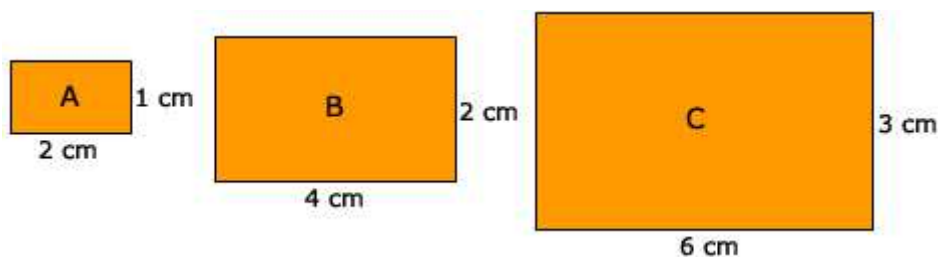
Elementos principales:

- Lado mayor (AB - DC)
- Lado menor (AD - BC)
- 4 ángulos rectos
- 4 vértices
- 2 diagonales

$$\text{Módulo} = \frac{L}{l} > 1$$

Definimos **Módulo** de un rectángulo a la razón entre su Lado mayor y su lado menor. Este cociente siempre será mayor que 1.

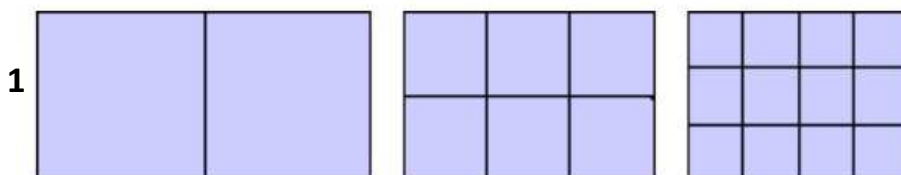
De esta manera habrá rectángulos que tengan el mismo Módulo. A ellos se los denomina **Rectángulos proporcionales**. Si observamos los tres rectángulos de la imagen que sigue, éstos son proporcionales, ya que tienen el mismo módulo. Todos tienen Módulo = 2



-Proporción Racional o Estática:

Los rectángulos cuyo Módulo es un **número racional**, pertenecen a la familia de **Rectángulos Estáticos**.

Su construcción es sencilla, basta con yuxtaponer cuadrados o porciones de los mismos, generando formatos modulares que resultan perceptivamente cómodos.



En la figura que antecede, si otorgamos el valor de 1 al lado del cuadrado mayor (en el primer rectángulo de la figura), los Módulos de los tres rectángulos estáticos que se muestran serán:

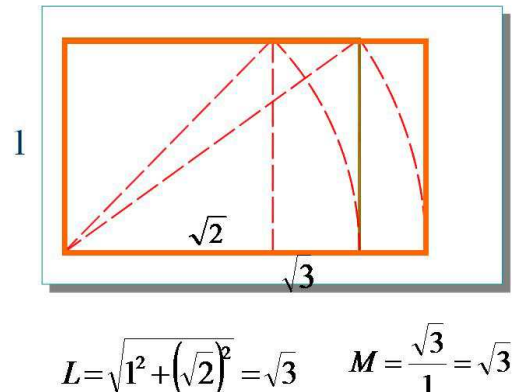
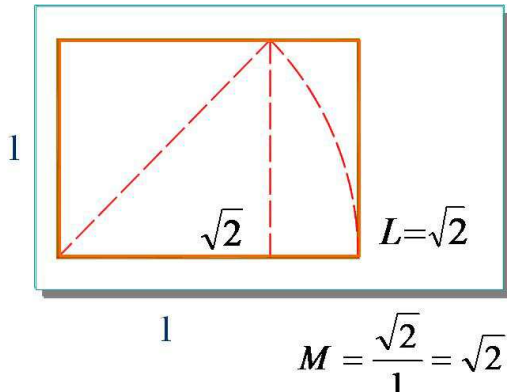
$$M_1 = L/l = 2/1 = 2$$

$$M_2 = L/l = 1,5/1 = 1,5$$

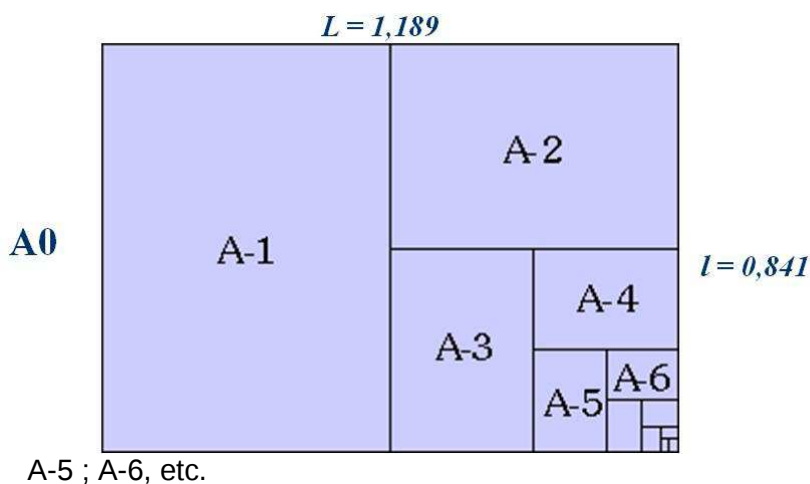
$$M_3 = L/l = 1,33/1 = 1,33$$

-Proporción Irracional o Dinámica:

Los rectángulos cuyo **Módulo** es un número irracional, pertenecen a la familia de **Rectángulos Dinámicos**.



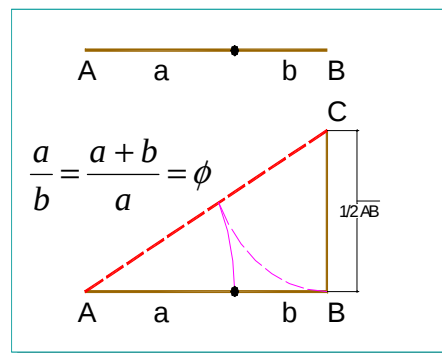
El rectángulo de **Módulo**= $\sqrt{2}$ se construye a partir de un cuadrado de lado =1, del cual se rebate una de sus diagonales, obteniendo la medida del lado mayor del rectángulo como muestra la imagen. A partir del mismo podrán construirse sucesivos rectángulos dinámicos, como por ejemplo el rectángulo de **Módulo**= $\sqrt{3}$, que se construye rebatiendo una de las diagonales del rectángulo de **Módulo**= $\sqrt{2}$. El rebatimiento dará la medida del lado mayor del nuevo rectángulo de **Módulo**= $\sqrt{3}$.



El rectángulo de **M**= $\sqrt{2}$ es muy significativo ya que la serie DIN-A normalizó los formatos de papel a partir de un rectángulo de 1m² de superficie y de **Módulo**= $\sqrt{2}$. Este rectángulo es el papel A-0. A partir de sucesivos pliegues por la mitad del mismo, se definen los demás formatos de papel: A-1; A-2 ; A-3 ; A-4 ;

El Rectángulo Áureo es el rectángulo dinámico por excelencia. En la breve Introducción de este capítulo nos referimos a **La proporción Áurea**, llamada la Divina Proporción, basada en la sección Áurea y que es la proporción por excelencia.

Los segmentos "a" y "b" de la imagen pueden considerarse como los lados Mayor y menor de un rectángulo áureo, cuya **Módulo** será el número de oro Φ .

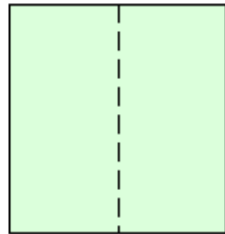


Los rectángulos áureos tienen Módulo $=\Phi=1,618...$ (número de oro).

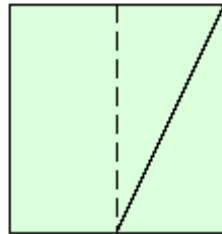
Su construcción es posible si se siguen los siguientes pasos:



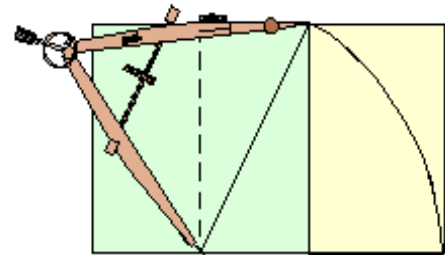
Se traza un cuadrado



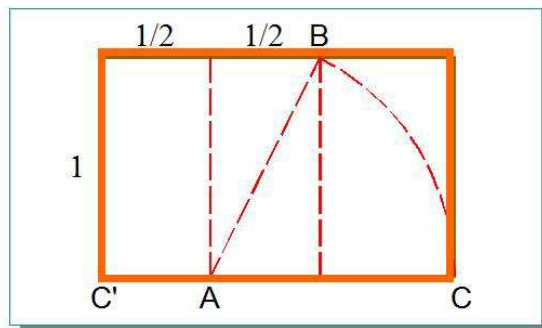
Se divide por la mitad



Se traza una diagonal en una de las mitades



Con un compás se añade la diagonal anterior a la mitad del lado del cuadrado, obteniendo un rectángulo áureo



$$l=1$$

$$L = \frac{1}{2} + \overline{AC}$$

$$\overline{AB} = \overline{AC}$$

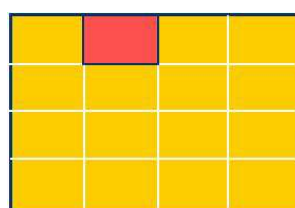
$$\overline{AB} = \sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{1 + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2} = \overline{AC}$$

$$L = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,61803398.. = \phi \quad \Rightarrow \quad M = \frac{\phi}{1} = \phi$$

Otorgamos al lado del cuadrado el valor 1 y comprobamos analíticamente el valor del Lado Mayor del rectángulo y el Módulo del rectángulo $= \Phi$

-Construcción de rectángulos internos proporcionales a un rectángulo dado

1- En caso que se trate de rectángulos estáticos, es posible construir rectángulos internos proporcionales dividiendo el lado Mayor y el lado menor en igual número de partes. Los rectángulos internos así obtenidos son proporcionales al rectángulo original. Se presenta un ejemplo en el que los lados del rectángulo estático original se dividieron en 4.



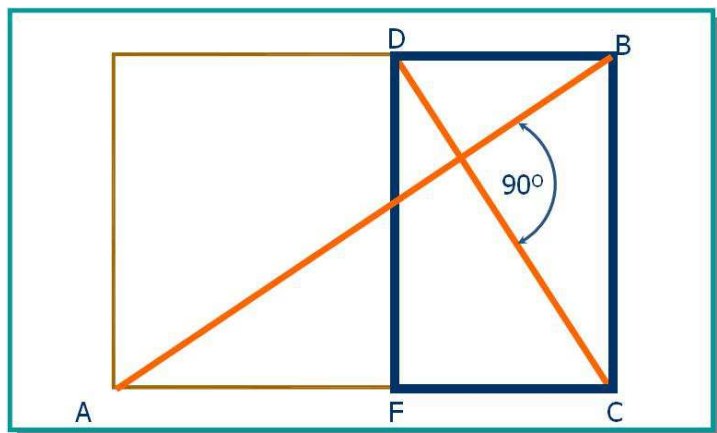
$$l = 9$$

$$L = 15$$

$$M1 = 15 / 9 = 1,67$$

$$M2 = 3,75 / 2,25 = 1,67$$

2- En todos los casos, se trate de rectángulos estáticos o dinámicos, es interesante la obtención de rectángulos internos proporcionales aplicando el método que se detalla:



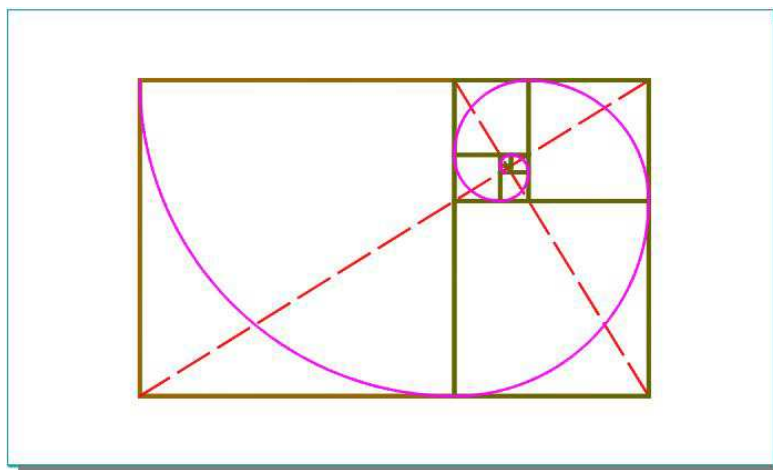
1-Se traza una de las diagonales del rectángulo(AB)

2-Se traza una perpendicular a la diagonal por el vértice (C)

3-Se traza una paralela a BC que pasa por el punto D

El rectángulo obtenido DBCF es proporcional al rectángulo original.

Si aplicamos este método a un rectángulo áureo, obtendremos **rectángulos áureos** internos como lo muestra la siguiente imagen.



El punto de intersección entre la diagonal del rectángulo y la perpendicular es el polo de la **espiral logarítmica** que puede trazarse uniendo los vértices opuestos de los cuadrados remanentes, determinados a partir de la generación de rectángulos áureos internos.

Como ya expresamos en la Introducción a este capítulo,

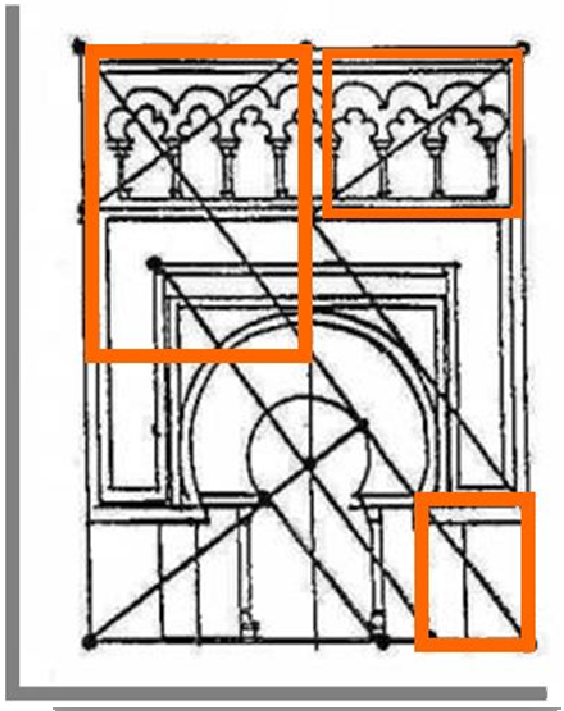
la divina proporción, el rectángulo áureo y la espiral logarítmica están presentes en la naturaleza, en las artes y en la arquitectura de todos los tiempos. La proporción áurea también se encuentra en otros polígonos, como el pentágono regular y el triángulo Sublime.

La imagen muestra el exterior de La Casa G (G House) en Ramat Hasharon, Israel. Grupo Paz Gersh Architects (2011).

El diseño de las fachadas se plantea a través del análisis preciso de las proporciones utilizando la proporción áurea, el concepto se puede apreciar en toda la vivienda.



En un rectángulo, las diagonales son líneas reguladoras que dan armonía al diseño y contribuyen a definir rectángulos internos proporcionales a un rectángulo dado. Sus propiedades establecen que **dos rectángulos son proporcionales si sus diagonales son paralelas o perpendiculares**. Aquí otro ejemplo del trazado de rectángulos internos proporcionales.



Iniciaremos la ejercitación de este capítulo recordando que:

Se llama **MÓDULO** de un rectángulo a la razón o cociente entre su lado mayor y su lado menor. $M = l/l$

Dos o más rectángulos son proporcionales si tienen el mismo MÓDULO.

LOS RECTÁNGULOS SON ESTÁTICOS si su módulo es un número RACIONAL.

LOS RECTÁNGULOS SON DINÁMICOS si su módulo es un número IRRACIONAL.

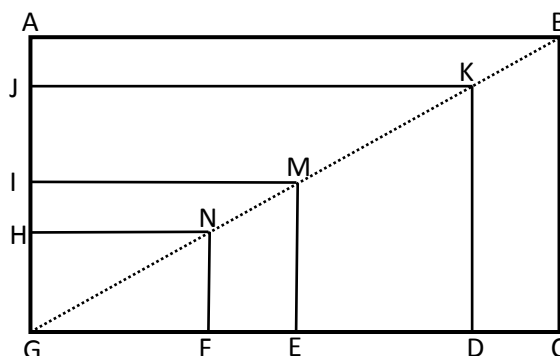
UNIDAD 6

RAZONES Y PROPORCIONES MÓDULO

POR ANDREA FARÍAS Y
PABLO ALMADA

EJERCICIO N°1:

El rectángulo ABCG posee módulo igual a 1,8. Los rectángulos menores son generados a partir de la diagonal BG y sus lados son paralelos a los lados del mayor. **Completar la tabla a partir de los datos incluidos en la misma.**



	Rectángulo	Lado mayor "L"	Lado menor "l"	Perímetro	Área
a	ABCG	30 m			
b	JKDG	$\frac{5}{6} \cdot AB$			
c	IMEG	$\frac{1}{2} \cdot AB$			
d	HNFG	$\frac{1}{3} \cdot AB$			

EJERCICIO N° 2: Completar el siguiente cuadro sabiendo que: $M=L/l$, e indicar con una cruz si se trata de **rectángulos estáticos o dinámicos**.

Rectángulos	L (lado mayor)	l (lado menor)	M (módulo)	Estático	Dinámico
R1	$2\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$			
R2		5	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$		
R3	52		1,3		
R4		10	$\sqrt{7}$		
R5	18	7,5			

EJERCICIO N° 3:

Completar la siguiente tabla a partir de los datos dados .Nota: medidas en metros.

Rectángu- los	L (lado ma- yor)	l (lado me- nor)	M (módulo)	Área
R1	12,5	3,2		
R2	$3\sqrt{5}$		$\sqrt{5}$	
R3		2,4	7	
R4	$100\sqrt{2}$			200 m^2
R5		13,1		$343,22 \text{ m}^2$

EJERCICIO N° 4:

La siguiente tabla organiza una serie de las cuales se desea saber los valores de las primeras diez posiciones. La serie se forma a partir de multiplicar el valor anterior por 1,62, partiendo de 0,40 como valor inicial para la posición 1.
Se pide:

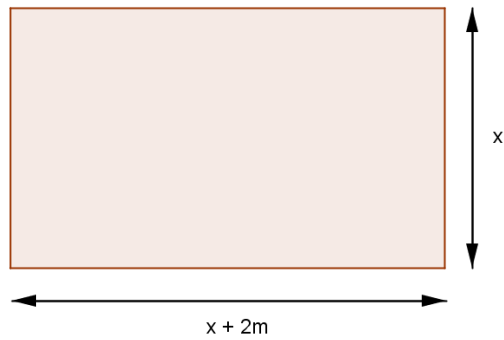
a) Completar la columna (2) de la tabla.

b) Si para la construcción de un edificio en altura se determina una altura de 2,60 metros por nivel (por piso), ¿cuántos niveles admite cada posición en la serie? Completar la columna (3)

(1) Posición en la serie	(2) Valor	(3) Cantidad de niveles que admite
1	0,4	
2		
3	1,04976	
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10	30,73938131	

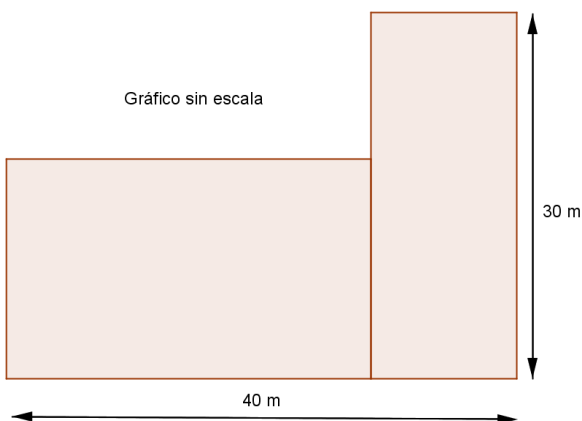
EJERCICIO N°5:

El rectángulo de la figura simboliza una pared de módulo $\frac{5}{3}$ que se desea pintar. Con un litro de pintura se cubren $2,5 \text{ m}^2$ de pared. **¿Cuántos litros de pintura se necesitan?**



EJERCICIO N°6:

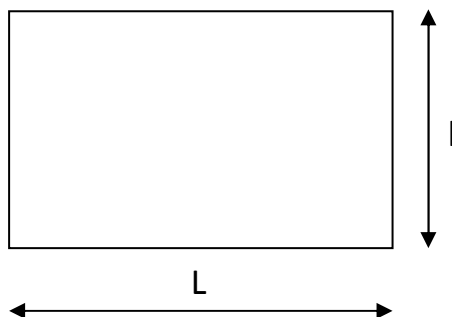
Los rectángulos de la figura representan los frentes de dos edificios; el de la izquierda es de módulo 1,7 y el de la derecha de módulo 2,5. En base a los datos proporcionados, se pide: **calcular el área total de ambas fachadas.**



EJERCICIO N° 7:

Las imágenes pertenecen a la SEDE de la ONU en NEW YORK, diseñada por el arq. Harrison Wallace Kirkman entre los años 1949-1950. El complejo edilicio incluye un buen número de importantes edificios, siendo la Torre de la Secretaría la predominante en las vistas del mismo. Esta torre tiene una altura de 168m (39 pisos). La particularidad de su fachada es que se compone de rectángulos que tienen proporción Aurea. Si el lado menor de cada rectángulo involucra a un total de 11 pisos. Se pide calcular:

- La medida del **lado mayor "L"** de cada rectángulo de la fachada.
- El **área vidriada** que corresponde a cada rectángulo áureo de la fachada.



EJERCICIO N° 8:

Las imágenes pertenecen a la Villa Berkel, una vivienda en la que, para crear la apertura y la ligereza y a su vez dar a los residentes la sensación del verde, está totalmente orientada al jardín en el sur. Cada habitación en la villa ve directamente a este jardín, porque tres de las cuatro fachadas son de vidrio.

Ficha Técnica:

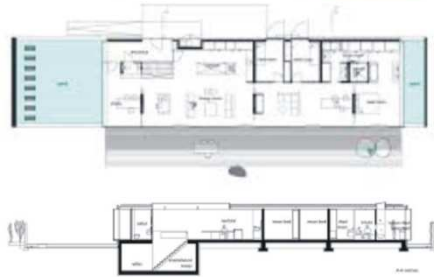
Ubicación: Veenendaal, HOLANDA

Arquitecto de Proyecto: PAUL DE RUITER

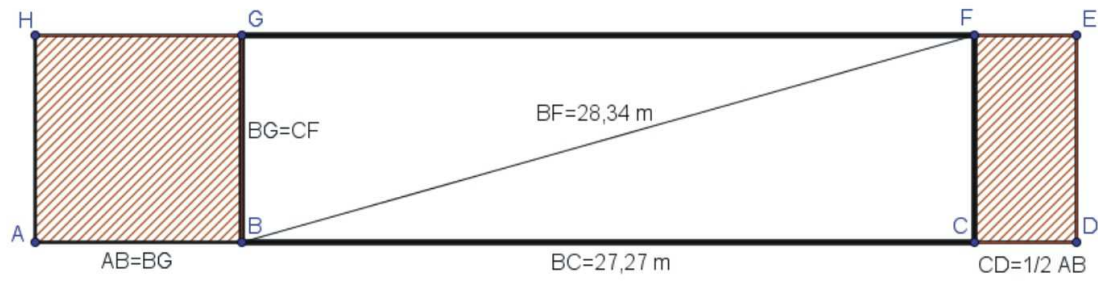
Equipo de Proyecto: Sander van Veen, Helga Traksel

Área Parcela: 1.232 m²

Área Construida: 277 m²
Año Proyecto: 2003-2004
Año Construcción: 2004-2005
Con los datos que proporciona el siguiente esquema se pide:



- Calcular la **medida del lado menor "BG=CF"** del rectángulo BGFC, y el **módulo** del mismo. Clasificar el rectángulo en ESTÁTICO ó DINÁMICO.-
- Calcular el **Área Cubierta** (rectángulo BGFC) y el **Área descubierta del Terreno**, si la parcela tiene 1232 m².
- Calcular el **Área** ocupada por los espejos de agua (**sectores rayados**).



EJERCICIO N° 9:

Un lote de forma rectangular posee proporción áurea y su lado mayor es igual a 30 metros. Se desea subdividirlo en dos lotes menores de manera tal que uno de ellos sea un cuadrado y el otro un rectángulo de proporción áurea igual que el original. Responder:

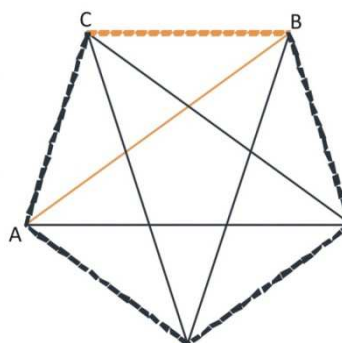
- ¿Es posible **realizar tal división**? Si lo es:
 - ¿Cuál es **el área** del terreno original?
 - ¿Cuáles son **las dimensiones de los dos terrenos** obtenidos?
 - ¿Qué **porcentaje representa cada área** obtenida respecto del área del terreno original?
- Graficar a escala** el terreno original con las subdivisiones solicitadas.

EJERCICIO N° 10:

Las imágenes pertenecen a la Catedral de Notre Dame d'Amiens en Francia, cuya construcción se iniciara hacia el 1220. Edificada bajo la influencia del estilo de las catedrales góticas de Notre-Dame de París y de Chartres, es la mayor y más alta de todas las catedrales góticas francesas, con una altura de 42,30 m bajo bóveda. En sus vitrales, posee un interesante diseño geométrico en el que se combinan figuras circulares y polígonos regulares. Para este caso, se repara en el pentágono regular convexo y en el polígono estrellado obtenido a partir de él.

A partir de la abstracción geométrica realizada y suponiendo el valor del lado del pentágono regular igual a 1 (unidad arbitraria que nos permite establecer relaciones proporcionales de manera más sencilla), se pide:

a) Determinar la **relación entre el lado del polígono estrellado AB y el lado del pentágono regular que lo contiene BC.**



Notas de UTILIDAD:

Un número RACIONAL es todo número que puede representarse como el cociente de dos enteros, con denominador distinto de cero.

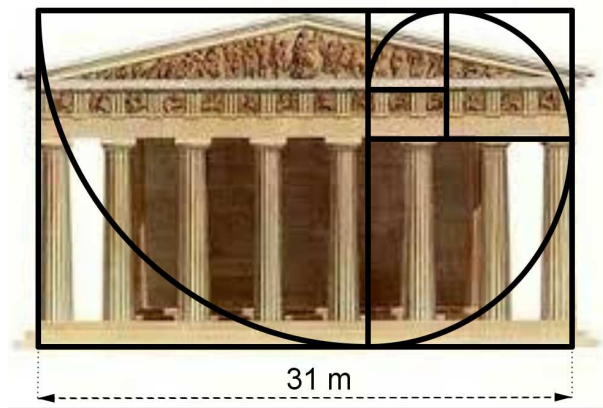
Un número IRRACIONAL es un número que no se puede escribir en forma de fracción o razón - el decimal continúa sin repetirse.

Ejemplo: π (Pi) es un número irracional. El valor de π es 3.1415926535897932384626433832795 (y más...)

EJERCICIO N° 11:

El Partenón (Atenas, S V a.C.) fue construido según la proporción áurea que se muestra en la figura. En base a los datos, se necesita saber **la altura total del edificio "h" y el área del triángulo situado en la parte superior.**

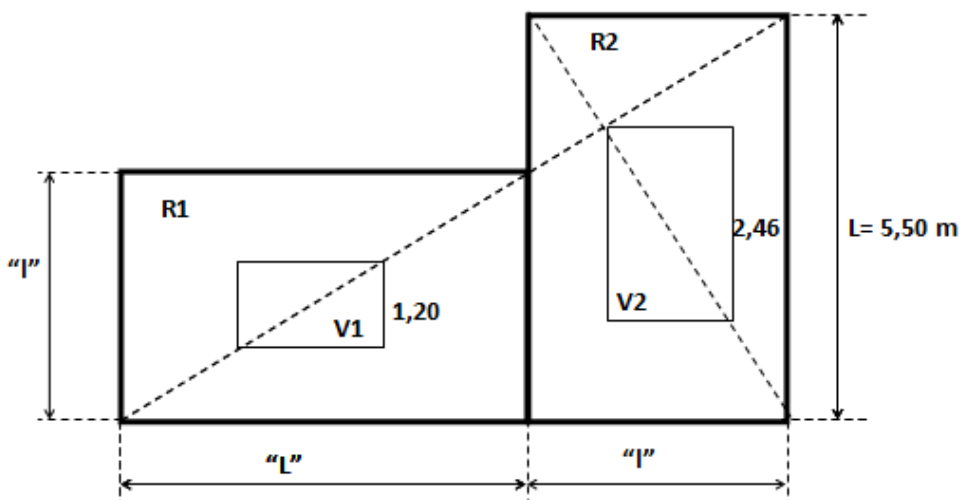
Nota: gráfico extraído de <http://roble.pntic.mec.es/~tvirgos/maticas/partenon.htm>



EJERCICIO N°12:

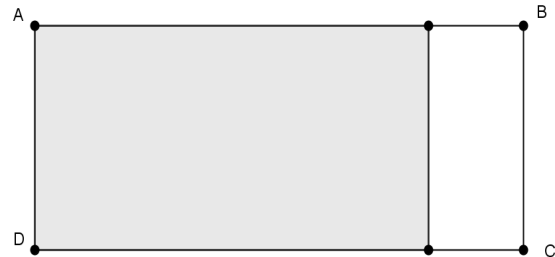
Se diseña una fachada a partir de la composición de dos rectángulos áureos (R1 y R2) de iguales dimensiones, pero distinta posición. Se trazan líneas reguladoras y propias del programa de arquitectónico para determinar posición y dimensiones de aberturas V1 y V2, también de proporción áurea. Se pide:

- Calcular **el área de la fachada (R1+R2).**
- Calcular la **medida del lado mayor de V1.**
- Calcular el **perímetro de V2.**
- ¿Qué **porcentaje** representa **el área de ventanas** respecto al **área total de la fachada**?



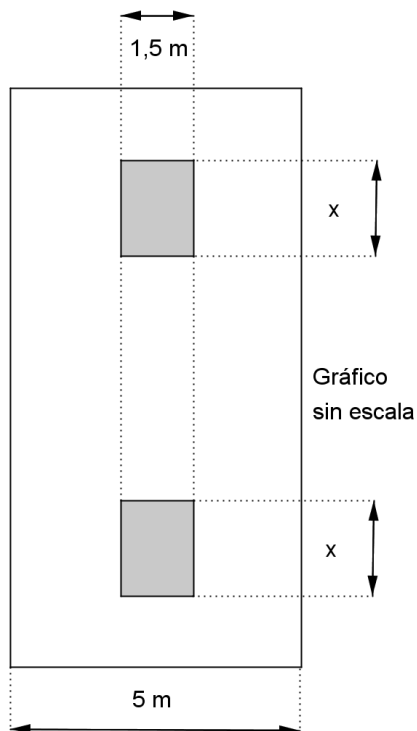
EJERCICIO N° 13:

El rectángulo ABCD representa la planta de un terreno de módulo 3 cuya área es 675 m^2 . Está dividido en una zona grisada –parte construida– y un patio. Siendo el módulo del patio igual a 1,6 **calcular el perímetro de la zona construida y su módulo.**



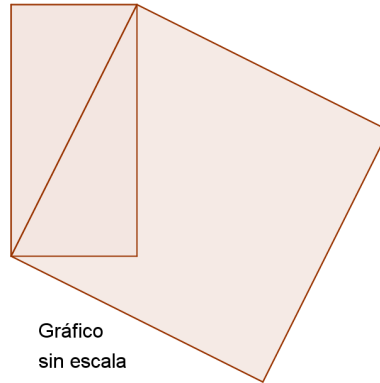
EJERCICIO N° 14:

Se utilizaron 1.850 baldosas para cubrir el patio de la figura rectangular de la figura, de $\text{Mód} = 3,2$, exceptuando los dos canteros iguales grisados. Las baldosas se colocaron a razón de 25 por cada m^2 . **Calcular el largo “x” de cada uno de los canteros y su módulo.**



EJERCICIO N°15:

Un arenero de forma rectangular se encuentra adosado a un cuadrado dentro de una zona de juegos en una plaza. La diagonal del rectángulo, cuyo módulo es 3, coincide con el lado del cuadrado, cuya área es 250 m^2 . **¿Cuál es el perímetro del rectángulo?**



UNIDAD 6

RAZONES Y
PROPORCIONES

ESCALA

EJERCICIO N°16:

Completar la siguiente tabla relativa a “escala”. Expresar en metros las medidas reales y en centímetros las medidas dibujadas.

	Medida real	Medida dibujada	Escala
a	425 cm		1 : 125
b		17,8 cm	1 : 500
c	15,5 m		1 : 75
d	38,6 m	19,3 cm	
e	19,3 m	38,6 cm	
f		72 cm	4 : 1

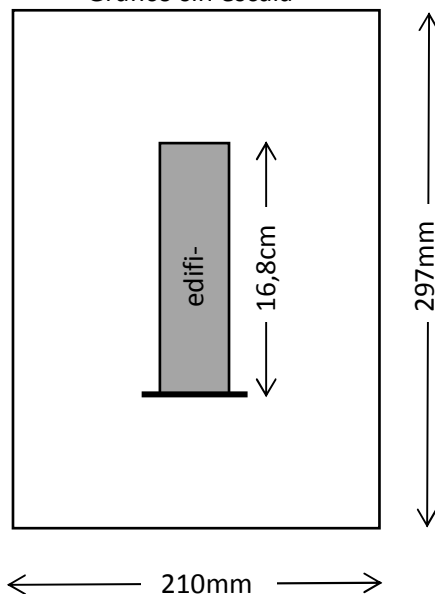
EJERCICIO N°17:

Se quiere imprimir la fachada de la obra de arquitectura presentada en el EJERCICIO N°5 en una hoja A4, de tal manera que el tamaño del objeto representado tenga las dimensiones del gráfico que se adjunta.

Se pide determinar qué **escala** deberá usarse para dicha impresión.

Nota: usar los datos de alturas reales proporcionados por el ejercicio 5.

Gráfico sin escala

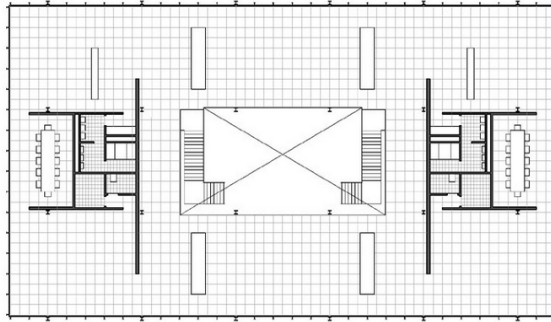


EJERCICIO N°18:

La planta de la figura corresponde a una oficina y está dibujada en escala 1:200. Sabiendo que el lado menor del rectángulo mide –en el gráfico– 2,75 cm y que la oficina tiene módulo 2, **calcular en metros sus verdaderas dimensiones.**

Nota: gráfico extraído de

<http://www.plataformaarquitectura.cl/cl/02-78306/clasicos-de-arquitectura-oficinas-bacardi-en-mexico-mies-van-der-rohe>



EJERCICIO N° 19:

Tomaremos un detalle de la fachada de la obra que se muestra en el EJERCICIO N°8. Dicha fachada presenta tres grandes portales. El Portal del Juicio Final, el más importante al centro, muestra esculturas representando la resurrección de los muertos. A unos 20 metros del suelo, una galería con 28 estatuas se levanta por encima de los portales. Cada estatua, de 3,5 metros de altura, representa los 28 reyes de Judea que precedieron la llegada de Cristo. Si debes imprimir una imagen de las estatuas mencionadas en formato A6 (105mmx148mm) de tal forma que la medida de la altura del objeto no supere los 10 cm: ¿qué **escala** deberás usar si conoces las medidas reales?

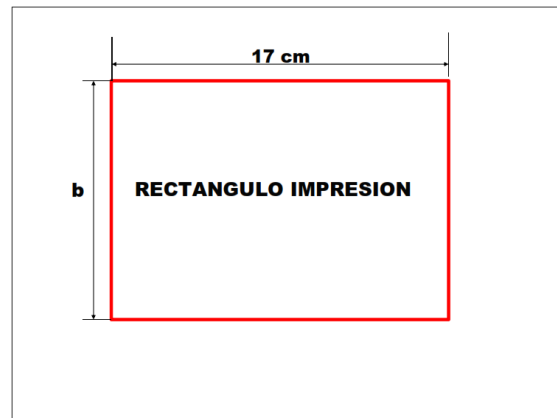
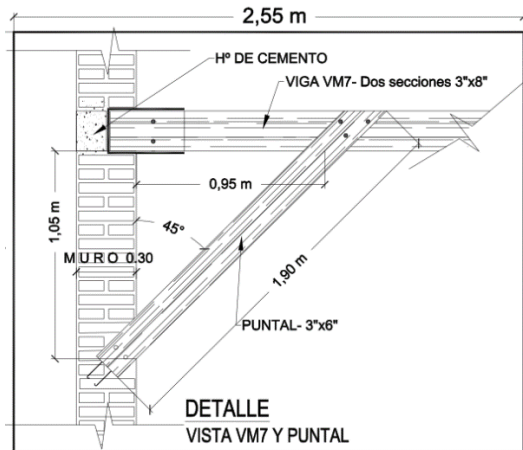


EJERCICIO N° 20:

Se desea imprimir el detalle que se muestra a continuación en una hoja tamaño A. El detalle está enmarcado por un rectángulo cuyas medidas reales se indican en el gráfico de la izquierda, y se desea imprimirlo en un área de impresión rectangular como muestra a la derecha, teniendo en cuenta que esa área de impresión es un rectángulo áureo.

Calcular:

- La **escala** de impresión de este detalle.
- Las **medidas** del rectángulo impreso **en milímetros** (mm).



UNIDAD 6

RAZONES Y PROPORCIONES

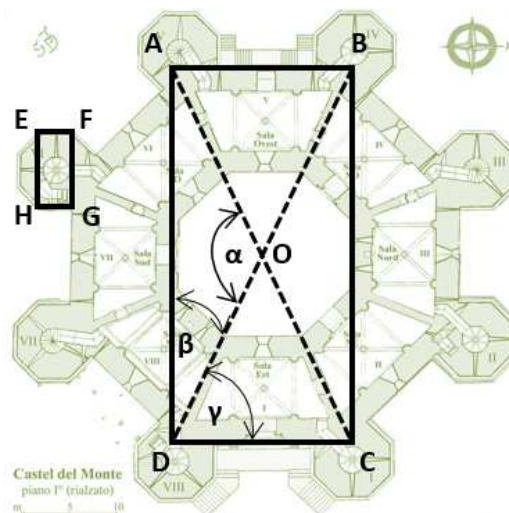
Ejercicio integrador

EJERCICIO N° 21:

Reconocido un octógono regular mayor de lado igual a 16,5 metros y octógonos regulares menores de lado igual a 3 metros, se pide:

Para el rectángulo ABCD de la figura:

- Calcular el módulo.
- Investigar si el número obtenido en el punto a) se corresponde con alguno de los números metálicos. Si es así, ¿con cuál? y ¿cómo se obtiene?
- Hallar el valor de los ángulos α , β y γ indicados en la figura en los sistemas de medición de ángulos estudiados.



Para el rectángulo EFGH:

- Calcular el módulo.

Relacionando ambos rectángulos:

- Podrías afirmar que los rectángulos ABCD y EFGH son semejantes. ¿Por qué?
- Completar el siguiente cuadro:

octógono	lado	radio	apotema	perímetro	área
mayor	16,50 m				
menor	3,00 m				

- ¿Qué porcentaje representa la superficie del menor respecto del mayor?

EJERCICIOS RESUELTOS

**RAZONES Y
PROPORCIONES**

**Andrea Farías-
Pablo Almada**

EJERCICIO N°22:

En la fachada que se presenta a continuación, se ha resaltado una parte de la misma con una figura rectangular. De la figura resaltada se conocen los siguientes datos:

$AB + BD = 14,4 \text{ m}$ y $AB = 7/2 BD$. Se pide:

- Calcular el valor del **módulo de dicha figura rectangular**.
- Calcular el valor en el que aumentará el parapeto de dicha fachada (**altura "h"**), si ahora se toma un módulo $M = \sqrt{8}$, y se mantiene el valor del lado AB.



Desarrollo:

$$\begin{aligned} \text{a) } 14,4\text{m} &= 7/2BD + BD \Rightarrow 14,4\text{m} = 9/2 BD \Rightarrow BD = 3,2\text{m} \\ AB &= 11,2\text{m}; M = 11,2/3,2; \mathbf{M=3,5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } M &= \sqrt{8}; \sqrt{8} = 11,2/BD' ; BD' = 3,959 \text{ m} \\ h &= 3,959 - 3,2; \mathbf{h=0,759\text{m}} \end{aligned}$$

EJERCICIO N°23:

En la misma fachada del ejercicio anterior, ahora se ha resaltado una de sus aberturas. Las medidas en el dibujo de dicha ventana son las que se muestran en el gráfico. Se pide:

- Si la escala de representación es 1:100, **calcule las medidas reales (en m)** de la ventana. Justifique analíticamente su respuesta
- Si se quiere representar esa misma abertura, pero en escala 1:50, **calcular las medidas en el dibujo (en cm)** de la misma.



Desarrollo:

- a) $FE = 1/100 = 0,01$; $0,01 = \text{medida dibujo} / \text{medida real}$; $0,01 = 4,00 \text{ cm} / \text{medida real}$
 Medida real = $400 \text{ cm} = 4,00 \text{ m}$
 $0,01 = 2,05 / \text{medida real}$
 Medida real = $205 \text{ cm} = 2,05 \text{ m}$
- b) $FE = 0,02$; $0,02 = \text{medida dibujo} / 400 \text{ cm}$; medida dibujo = **8 cm**
 $FE = 0,02$; $0,02 = \text{medida dibujo} / 205 \text{ cm}$; medida dibujo = **4,1 cm**

EJERCICIO N°24:

Un perfil de acero de 2 metros de longitud ha sido graficado con un segmento de 0,4 cm de largo. ¿Cuál fue la **escala** utilizada?:

Desarrollo:

0,4 cm 200 cm
 1,0 cm x
 $x = 200 / 0,4 = 500$
Esc. 1:500

UNIDAD 6

SOLUCIONES

EJERCICIO N°1:

	Rectángulo	Lado mayor "L"		Lado menor "l"	Perímetro	Área
a	ABCG	30 m		16,66...	93,33...	500
b	JKDG	5/6.AB	25	13,88...	77,77...	347,22...
c	IMEG	1/2.AB	15	8,33...	46,66...	125
d	HNFG	1/3.AB	10	5,55...	31,11...	55,55...

EJERCICIO N°2:

Rectángulos	L (lado mayor)	L (lado menor)	M (módulo)	Estático	Dinámico
R1			2	x	
R2	8,090...				x
R3		40		x	
R4	26,4575...				x
R5			2,4	x	

EJERCICIO N°3:

Rectángulos	L (lado mayor)	l (lado menor)	M (módulo)	Área
R1			3,90625	40 m ²
R2		3		20,1246...m ²
R3	16,8			40,32 m ²
R4		$\sqrt{2}$	100	
R5	26,2		2	

EJERCICIO N°4:

(1) Posición en la serie	(2) Valor	(3) Cantidad de niveles que admite
1		0
2	0,648	0
3		0
4	1,7006112	0
5	2,7549900144	1
6	4,463084033	1
7	7,230196134	2
8	11,71291774	4
9	18,97492673	7
10		11

EJERCICIO N°5:

6 litros

EJERCICIO N°6:

821,28 m²

EJERCICIO N°7:

a) $L = 76,67 \text{ m}$

AREA VIDRIADA c/rectángulo= 3632,98 m²

EJERCICIO N°8:

a) lado menor= 7,7m – MODULO=3,5352

b) AREA CUBIERTA= 209,98m² -Área Libre terreno=1021,6446m²

c) Área. Espejos de agua= 89,2540 m²

EJERCICIO N°9: Sí, es posible.

1. SUP. = 556,24 m²

2. Terreno cuadrado: 18,54 metros de lado y terreno rectangular de 18,54 metros x 11,46 metros

3. Terreno cuadrado: 61,8 % y terreno rectangular: 38,2 %

b) Solución gráfica.



EJERCICIO N°10:

a) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, número de oro

EJERCICIO N°11:

$h = 19,16 \text{ m}; S = 70,07 \text{ m}^2$

EJERCICIO N°12:

a) Área = $37,39 \text{ m}^2$

b) $L = 1,9416 \text{ m}$

c) $P = 7,9607911 \text{ m}$

d) $16,23 \%$

EJERCICIO N°13:

$P = 101,25 \text{ m}; M = 2,375$

EJERCICIO N°14:

$x = 2 \text{ m}; M = 1,33$

EJERCICIO N°15:

$P = 40 \text{ m}$

EJERCICIO N°16:

	Medida real	Medida dibujada	Escala
a		3,4 cm	
b	89 m		
c		20,66...cm	
d			1 : 200
e			1 : 50
f	0,18 m		

EJERCICIO N°17:

Escala= 1:1000

EJERCICIO N°18:

11 m de largo por 5,5 m de ancho



EJERCICIO N°19:

Esc.1:35

EJERCICIO N°20:

a) Esc.1:15

b) $b = 170\text{mm} \times 105,065\text{mm}$ $b = 105,065$

EJERCICIO N° 21: EJERCICIO INTEGRADOR:

a) $M = 2,4142$

b) Sí. Con el número de plata. Se obtiene extrayendo a un rectángulo dos cuadrados de manera tal que la figura resultante es un rectángulo de idéntica proporción que la original.

c) $\alpha = 135^\circ - 2,3562 \text{ rad}$
 $\beta = 22,5^\circ$ $\gamma = 67,5^\circ - 1,1781 \text{ rad}$

d) $M = 2,4142...$

e) Sí, porque poseen igual módulo.

f)

octógono	lado	radio	apotema	perímetro	área
mayor	16, 50 m	21,5583 m	19,9173 m	132,00 m	1314,5418 m ²
menor	3,00 m	3,9197 m	3,6213 m	24,00 m	43,4556 m ²

g) 3,3058 %

UNIDAD 6

AUTOEVALUACIÓN

- 1) Indicar V (verdadero) o F (falso) con una cruz para los casos en que las relaciones entre la medida real, la medida dibujada y la escala sea la correcta. Para los casos incorrectos indicar la verdadera escala.

	V	F	Medida real	Medida dibujada	Escala
1			1500 cm	15 cm	1:1000
2			1500 cm	0,15 m	1:100
3			15 m	7,5 cm	1:200
4			15 m	0,75 m	1:50
5			1,5 m	15 cm	1:100
6			0,15 m	15 cm	1:1

- 2) Indicar V (verdadero) o F (falso) según corresponda. Para los casos falsos reformular la afirmación de manera que se transforme en correcta.

..... En toda proporción se cumple que el producto de los antecedentes es igual al producto de los consecuentes.

..... Dos rectángulos son semejantes si poseen el mismo módulo.

..... Si un rectángulo posee proporción áurea, dicho rectángulo es dinámico o irracional.

..... En la escala de ampliación el valor de la medida real se multiplica por un factor comprendido entre 0 y 1 para obtener la medida a dibujar.

..... Un rectángulo de 18,6 de largo por 12,3 de ancho, es un rectángulo estático.

..... Un rectángulo A de 10 metros por 5 metros y un rectángulo B de 5 metros por 2,5 metros son equivalentes porque poseen el mismo módulo.

- 3) Indicar la respuesta correcta para los siguientes problemas relativos a división de una cantidad en una razón dada.

a) Si un segmento que mide 24 metros se divide en dos partes que están en la razón 2:3, las partes medirán:

..... 9,60 y 14,4

..... 10 y 14

..... 8 y 16

b) Un segmento que mide 32 centímetros se ha dividido en dos partes A y B en la razón 7:3. ¿Cuántos centímetros debe aumentar B y disminuir A para que la razón entre A y B sea 3:7?

..... aumentar 22,4 cm B y disminuir 9,6 cm A

..... aumentar 6,4 cm B y disminuir 6,4 cm A

..... aumentar 12,8 cm B y disminuir 12,8 cm A

c) La razón entre los perímetros de dos cuadrados es 5:4, por lo tanto la razón entre sus lados es:

..... 0,8

..... 1,2

..... 1,25

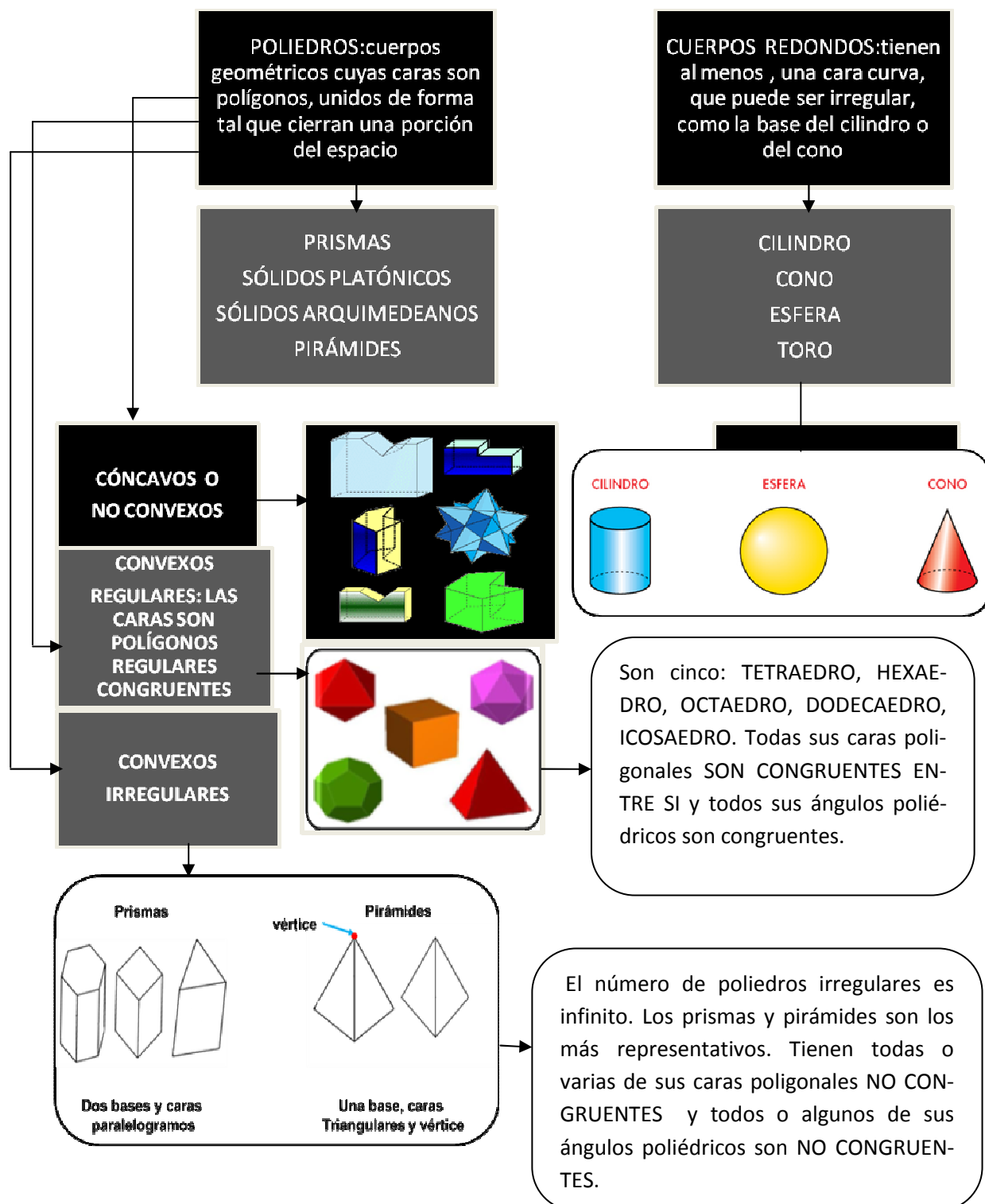
UNIDAD 7

POLIEDROS Y CUERPOS REDONDOS

POR CLARISA
LANZILOTTO

INTRODUCCIÓN:

Los **cuerpos geométricos** también llamados **sólidos** son porciones del espacio limitadas por superficies planas, curvas o combinadas llamadas caras del cuerpo. Los mismos poseen largo, ancho y altura y ocupan un lugar en el espacio. Pueden clasificarse en POLIEDROS y CUERPOS REDONDOS.

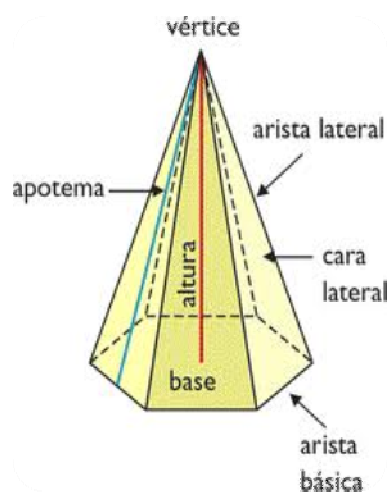
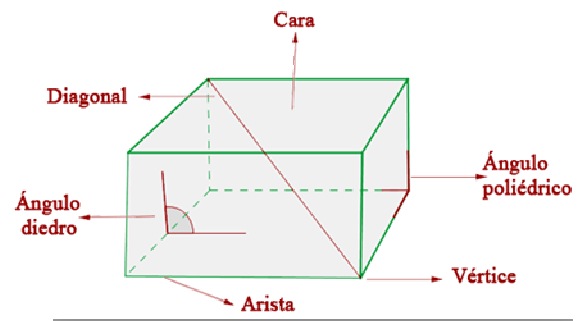


En este capítulo, abordaremos el estudio comenzando por los poliedros regulares haciendo especial énfasis en los irregulares y continuando con el estudio de los cuerpos redondos.

LOS POLIEDROS: Generalidades

Elementos:

- Caras poligonales
- Aristas
- Vértices
- Ángulos entre caras



Villa Puerto de La Cruz- Venezuela

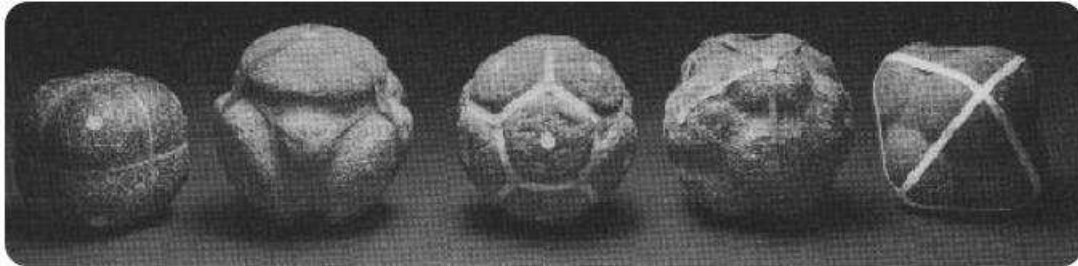
POLIEDROS REGULARES O SÓLIDOS PLATÓNICOS:

Son cinco. Están limitados por caras que son polígonos regulares. Todos son poliedros convexos.

TETRAEDRO	4 caras iguales Triángulos equiláteros	
CUBO	6 caras iguales Cuadrados	
OCTAEDRO	8 caras iguales Triángulos equiláteros	
DODECAEDRO	12 caras iguales Pentágonos regulares	
ICOSAEDRO	20 caras iguales Triángulos equiláteros	

Un poco de historia:

La primera noticia que se conoce sobre estos poliedros, procede de un yacimiento neolítico en Escocia, donde se encontraron figuras de barro de aproximadamente 2000 a.C. Se cree que se trataba de elementos decorativos o, tal vez, de algún tipo de juego. Es evidente que no había ninguna comprensión matemática de estos objetos, pero ya tenían identificados exactamente los cinco sólidos. La primera cultura que se fijó en estos poliedros como algo digno de ser estudiado, más aún estudiados matemáticamente, fue la antigua Grecia. En toda la infinita variedad de nuestro universo, y entre los cientos de poliedros que existen, sólo 5 regulares son posibles.



Los sólidos platónicos están **llenos de simetrías**. De hecho, tienen todos los tipos de simetrías que existen en el espacio, es decir, respecto a un punto, respecto a un eje y respecto a un plano.

- **Simetría puntual:** Para cada uno de los 5 sólidos existe un punto, que es siempre el punto central del poliedro que es el centro de simetría en la simetría puntual.
- **Simetría axial:** Todos los sólidos tienen además varios ejes de simetría. Para cada poliedro la cantidad varía; pero en todos ellos el eje de simetría pasa por el centro de simetría.
- **Simetría de plano:** Todos los sólidos platónicos presentan simetrías respecto a planos, en las que los planos de simetría contienen al centro de simetría, y a combinaciones de los ejes de simetría.

En los sólidos platónicos como en cualquier poliedro existen una serie de dimensiones que es importante conocer. Éstas son **el área y el volumen del sólido**. Además, en estos cinco sólidos **se cumple la Fórmula o Teorema de Euler**. En 1750, Leonhard Euler publicó su teorema para poliedros, el cual establece la relación entre el número de caras, aristas y vértices de un poliedro convexo. La fórmula expresa una constante que no se altera en caso de rotaciones y traslaciones de dichos poliedros.

CONSTRUCCIÓN Y CÁLCULOS: Como admiten un desarrollo plano formando parte del grupo de superficies desarrollables, los cinco sólidos pueden construirse de manera sencilla utilizando plantillas como se muestra a continuación.

La intención es que, como estudiante de Arquitectura, te animes a utilizar estos poliedros en diseños y proyectos. Se agregan las expresiones que permiten calcular sus volúmenes. Recuerda que las unidades, en este caso, serán metros cúbicos, centímetros cúbicos etc. (m^3 , cm^3)

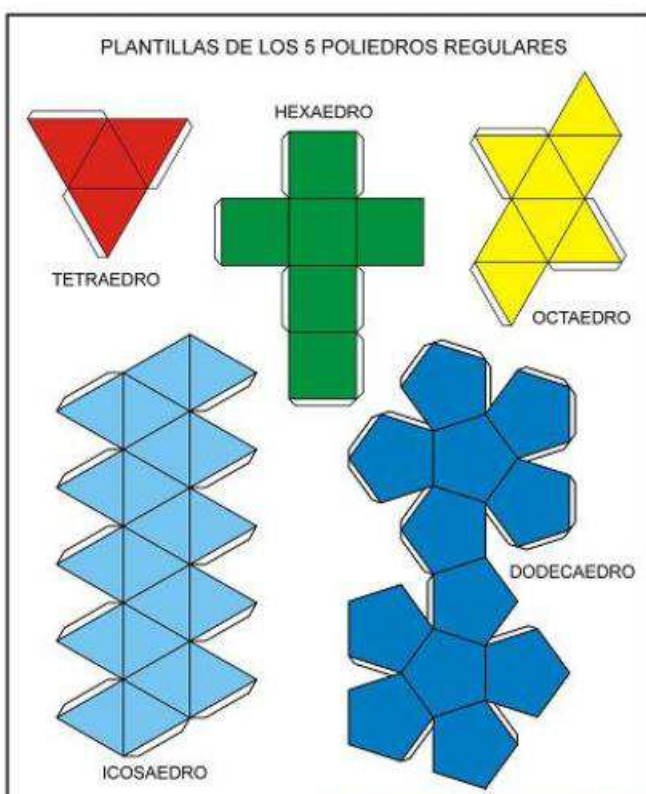


Tabla de volúmenes:

TETRAEDRO:

Volumen = $(\sqrt{2})/12 \cdot (\text{Longitud de la arista})^3$

CUBO O HEXAEDRO:

Volumen = $(\text{Longitud de la arista})^3$

OCTAEDRO:

Volumen = $(\sqrt{2})/3 \cdot (\text{Longitud de la arista})^3$

DODECAEDRO:

Volumen = $(15+7\sqrt{5})/4 \cdot (\text{Longitud de la arista})^3$

ICOSAEDRO:

Volumen = $5 \cdot (3+\sqrt{5})/12 \cdot (\text{Longitud de la arista})^3$

Fórmula de Euler : $F + V - E = 2$

F = número de caras

V = número de vértices

E = número de aristas

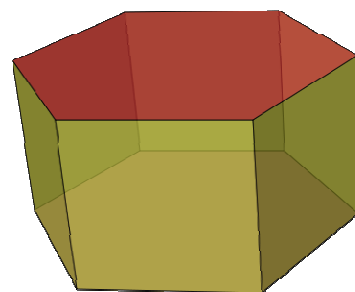
POLIEDROS IRREGULARES: PRISMAS Y PIRÁMIDES

Un **prisma** es un poliedro que verifica estas condiciones:

Posee dos caras congruentes sobre planos paralelos, llamadas bases.

Todas las demás caras son paralelogramos.

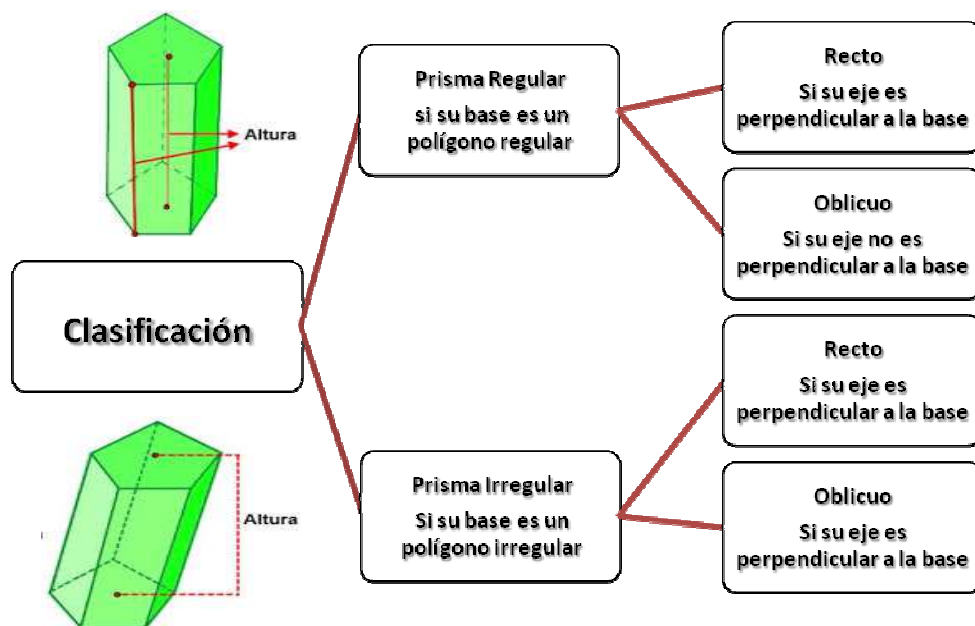
Los prismas se nombran por la forma de su base, por lo que un prisma de base pentagonal se llama prisma pentagonal, el de base rectangular, prisma rectangular, etc. **El eje del prisma** es la recta que contiene a los puntos centrales de las bases del poliedro.



Torre del Oro- Sevilla

Torres flotantes - Singapur

Edificio Flatiron o Fuller-
Manhattan



CONSTRUCCIÓN Y CÁLCULOS:

Como los sólidos platónicos, los prismas son superficies desarrollables ya que pueden extenderse en un solo plano. Su construcción es sencilla a partir de plantillas con las dimensiones correspondientes.

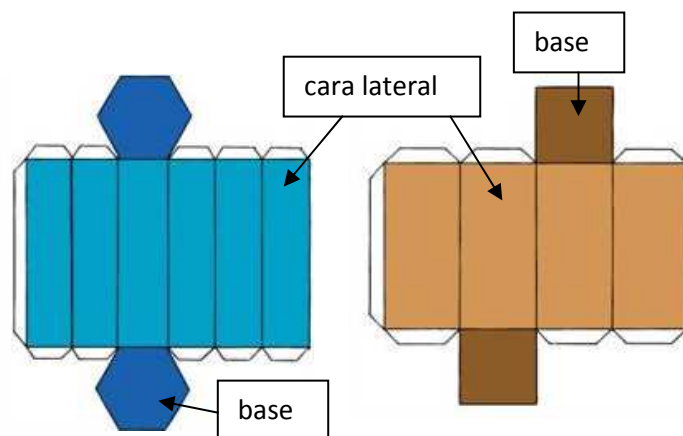
De ellos podrán calcularse:

altura

área lateral del prisma

área total del prisma

volumen del prisma



En el cuadro que sigue están las expresiones para realizar los cálculos:

- **ÁREA LATERAL DEL PRISMA=Perímetro de la Base x altura**
- **ÁREA TOTAL PRISMA=Área Lateral + 2 x Área de la base**
- **VOLUMEN DEL PRISMA=Área de la base x altura**

No olvides , en cada caso, utilizar las unidades correspondientes.

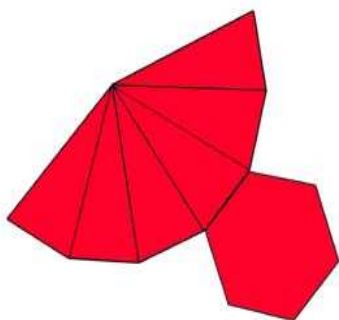
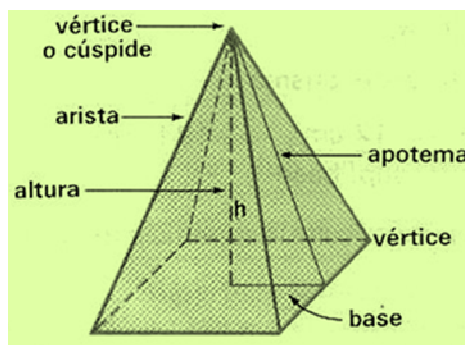
Una **pirámide**, es el poliedro limitado por una **base poligonal** y por **caras triangulares** que convergen en un punto no coplanar con la base llamado **vértice o cúspide**.

Al igual que los prismas, las pirámides se clasifican según el tipo de polígono de la base. Así podrán ser pirámides rectangulares, pirámides triangulares, pentagonales etc.

También podrán ser **oblicuas o rectas** según que el eje de la pirámide sea oblicuo o perpendicular a la base.

Elementos:

- Caras poligonales
- Aristas
- Vértices
- Ángulos entre caras
- Cúspide o vértice superior

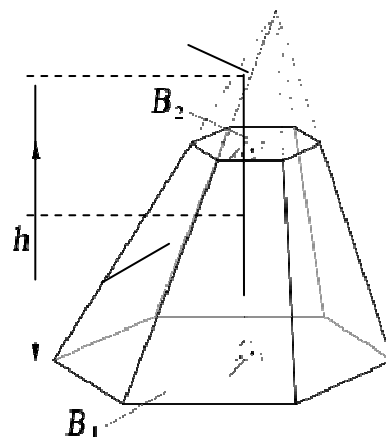


Las pirámides admiten un desarrollo plano y de las mismas podrán calcularse los mismos elementos que en los prismas. El cuadro siguiente muestra las expresiones que permiten realizar los cálculos

- **ÁREA LATERAL DE LA PIRÁMIDE = suma de las superficies de las caras laterales**
- **ÁREA TOTAL DE LA PIRÁMIDE = Área Lateral + Área de la base**
- **VOLUMEN DE LA PIRÁMIDE = $\frac{1}{3}$ Área de la base x altura del cuerpo**

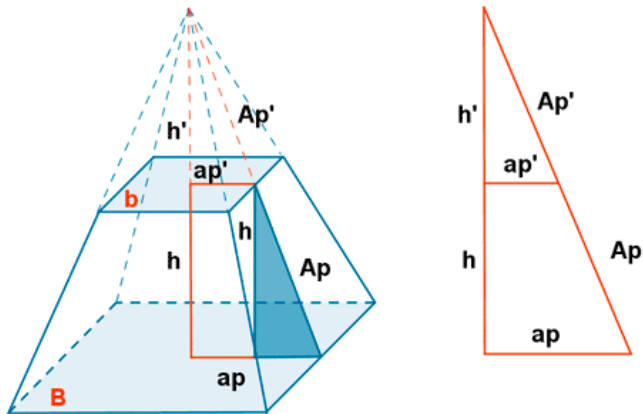
Un caso particular es la **pirámide trunca o tronco de pirámide**, que es aquella pirámide cortada por un plano paralelo a su base.

- Si el plano secante es paralelo al plano de la base se dice que el tronco es de bases paralelas.
- La distancia entre las bases es la altura del tronco.
- La altura del cuerpo es el segmento perpendicular a la base que pasa por su centro.



En el cuadro siguiente se presentan las expresiones que permiten el cálculo para este tipo de pirámides:

- **ÁREA LATERAL PIRÁMIDE TRUNCA = suma de las áreas de las caras laterales**
- **ÁREA TOTAL PIRÁMIDE TRUNCA = Área Lateral + Área de las bases**
- **VOLUMEN DE LA PIRÁMIDE TRUNCA = una forma práctica de calcularlo es restar el volumen de la pirámide grande menos el volumen de la pirámide pequeña.**



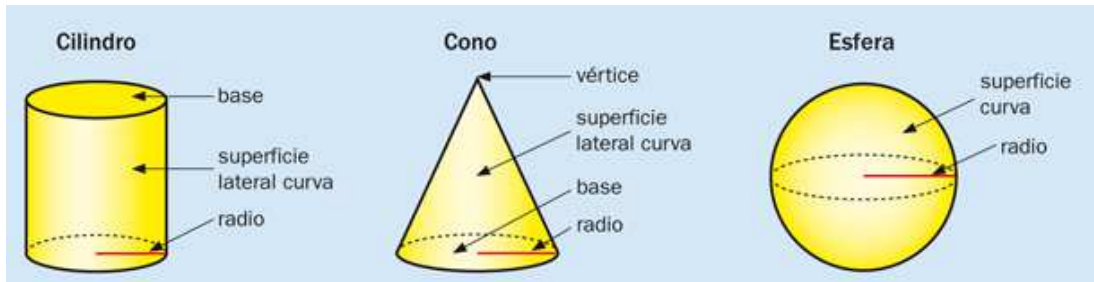
Algunos ejemplos en la Arquitectura:



Pirámide ingreso museo del Louvre, París- Pirámides truncas- Indianápolis

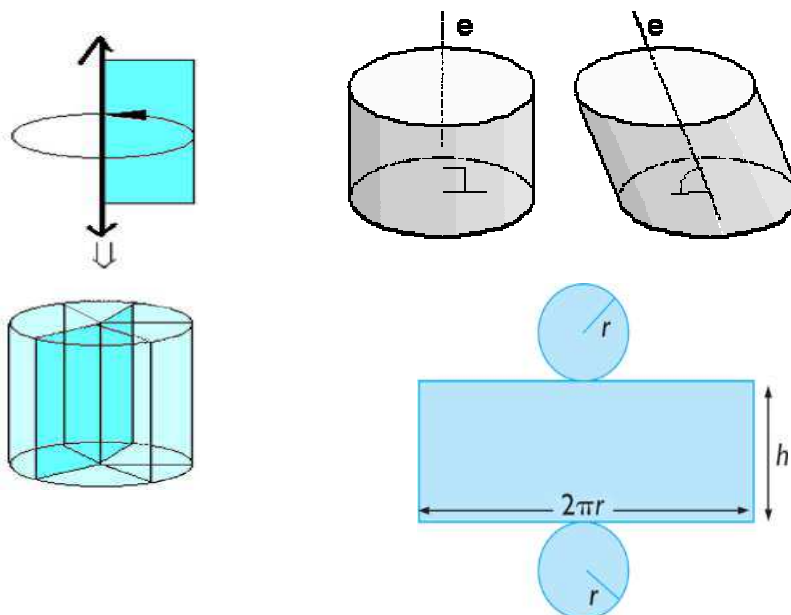
LOS CUERPOS REDONDOS: Generalidades

Tienen al menos una cara curvada. **Estudiaremos cilindros, conos y esferas** en los que se reconocen diversos elementos como lo muestra la figura.



Un cilindro es un cuerpo engendrado por un rectángulo que gira alrededor de uno de sus lados, el cual se toma como eje de rotación.

Admite un desarrollo plano por lo cual es sencilla su construcción. Puede ser **recto u obli-**
cuo. En cuanto a su base, podrá ser circular, también elíptica.



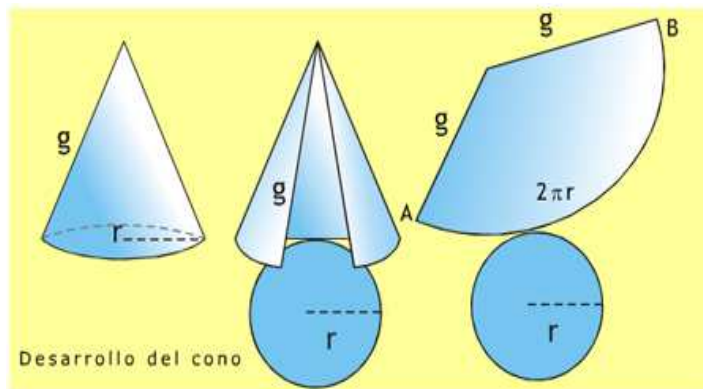
De los cilindros, podrá calcularse:

- **ÁREA LATERAL DEL CILINDRO = $2 \times \pi \times \text{radio} \times \text{altura del cilindro}$.**
- **ÁREA TOTAL DEL CILINDRO = Área Lateral + $2 \times \pi \times \text{radio}^2$**
- **VOLUMEN DEL CILINDRO = $\pi \times \text{radio}^2 \times \text{altura del cuerpo}$**



BMW Cuatro Cilindros tower, Munich- Dublin Convention Center- Irlanda

Un cono es un sólido geométrico formado por dos superficies, una lateral que tiene forma de sector circular y otra en forma de círculo llamada base del cono.



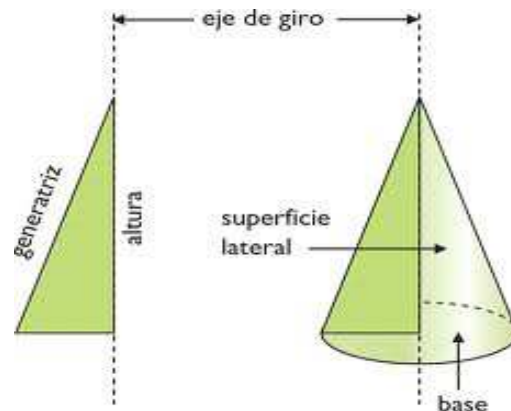
Puede obtenerse al hacer girar un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos que es el eje de rotación de la figura.

Elementos:

r = radio

h = altura

g = generatriz



En la Arquitectura encontramos algunos ejemplos:

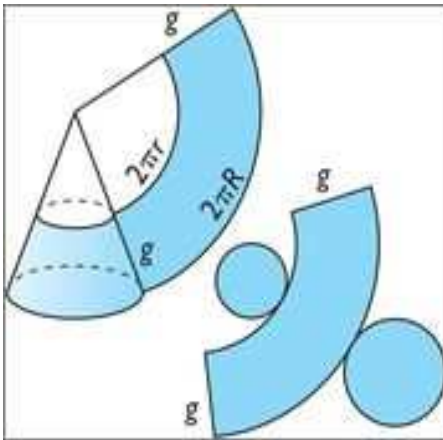


Catedral de Maringá, Brasil - Cono, Ciudad de las Artes y de las Ciencias, España

De los conos, podrá calcularse:

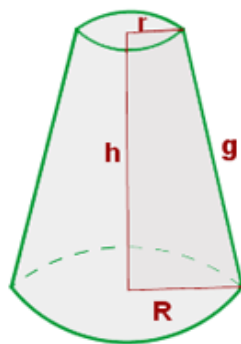
- **ÁREA LATERAL DEL CONO = $\pi \times \text{radio} \times \text{generatriz}$**
- **ÁREA TOTAL DEL CONO = Área Lateral + Área de la base**
- **VOLUMEN DEL CONO = $\frac{1}{3}$ Área de la base x altura**

El tronco de cono o cono truncado es un caso particular. Es la porción de cono limitado por su base y un plano que lo corta paralelo a ella.



Está formado por una superficie lateral que tiene forma de trapecio circular y otras dos superficies en forma de círculo.

Se genera por la rotación un trapecio rectángulo, al tomar como eje de giro el lado del trapecio que es perpendicular a las bases



Elementos:

r = radio menor

R = Radio mayor

g = generatriz

h = altura

De los conos truncados o troncos de cono, podrá calcularse:

- ÁREA LATERAL DEL CONO TRUNCADO =

$$= \pi \times (\text{Radio mayor} + \text{radio menor}) \times \text{generatriz}$$
- ÁREA TOTAL DEL CONO TRUNCADO =

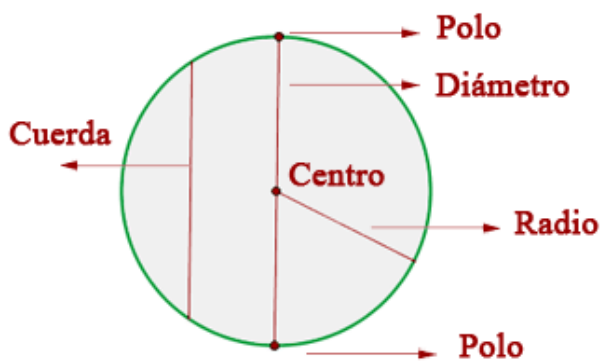
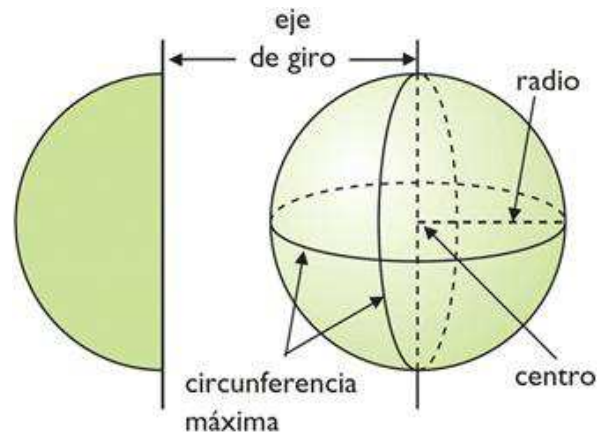
$$= \text{Área Lateral} + \text{Área de las bases}$$
- VOLUMEN DEL CONO =

$$= \pi \times \text{altura} (\text{Radio mayor}^2 + \text{radio menor}^2 + \text{Radio mayor} \times \text{radio menor}) / 3$$



Invernadero Lucille Halsell- EEUU

Una esfera es un cuerpo geométrico unilátero. Se genera al girar una semicircunferencia alrededor de su diámetro.



Elementos de la esfera:

C = centro

r = radio

D = diámetro

P = polo

c = cuerda



Ericsson Globe Arena, Estocolmo -Technosphere, Dubai

De las esferas podrá calcularse:

- **ÁREA DE LA ESFERA**
 $A = 4 \times \pi \times \text{radio}^2$
- **VOLUMEN DE LA ESFERA =**
 $V = \frac{4}{3} \times \pi \times \text{radio}^3$



**Cúpula
Geodésica-
Richard Buck-
minster Fuller-
Montréal**



**Biosferas Amazon- Oficinas
Seattle**

La ejercitación abrirá un camino para que te animes a utilizar estos cuerpos en tus proyectos.

UNIDAD 7

POLIEDROS Y CUERPOS REDONDOS

 POR MIRIAM
AGOSTO

EJERCICIO N°1:

Designa los siguientes poliedros y cuerpos redondos según la clasificación estudiada:

a	b	c	d
e	f	g	h

EJERCICIO N°2:

 De acuerdo a lo que has estudiado, completa el siguiente cuadro referido a poliedros. Emplea la Fórmula de Euler para encontrar los datos faltantes. (Recuerda que $F = \text{Número de lados}$, $V = \text{Número de vértices}$ y $E = \text{Número de aristas}$).

NOMBRE DEL POLIEDRO	NÚMERO DE CARAS	GRÁFICO	CANTIDAD DE ARISTAS/VÉRTICES	APLICACIÓN TEOREMA DE EULER ($F + V - E = 2$)
TETRAEDRO			6 aristas	
	6 caras iguales Cuadrados		8 vértices	
	8 caras iguales Triángulos equiláteros		6 vértices	
DODECAEDRO			30 aristas	
ICOSAEDRO			30 aristas	

EJERCICIO N°3:

Indica verdadero o falso en las siguientes afirmaciones. Justifica en caso de que sea falso.

a-Los sólidos platónicos son poliedros irregulares.	V	F
b-Una pirámide triangular regular posee 6 vértices.	V	F
c-En cada vértice de un poliedro concurren como mínimo tres caras de un polígono.	V	F
d-Un cubo es un poliedro cóncavo.	V	F
e-Un cuerpo redondo posee al menos una cara curva.	V	F
f-El tronco de cono circular tiene por área lateral la forma de un sector circular.	V	F

EJERCICIO N°4:

Busca en el cuadernillo de fórmulas y en el sustento teórico del tema en este libro, las expresiones que te permitan resolver para cada cuerpo/poliedro representado en el cuadro, el **área total** y el **volumen** de cada uno.

Gráfico	Datos	Cálculo total	Cálculo volumen
	Prisma cuadrangular h(altura)=2,70m lado de la base= 1,30m		
	Prisma triangular(isósceles) h(altura)=1,80m lado menor del triángulo isósceles= 0,60m $\alpha = 70^\circ$ (dos ángulos de igual valor)		
	Prisma hexagonal h(altura)=3,40m radio del hexágono= 2,40m		

	Pirámide de base cuadrada h(altura de la pirámide)=3,20m lado de la base= $\frac{2}{3} h$		
	Cilindro h(altura)=2,3 r radio= 0,80m		

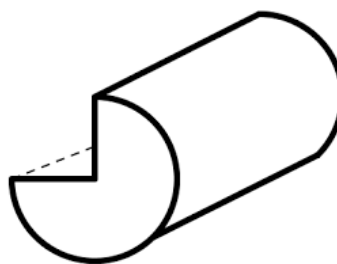
EJERCICIO N°5:

Los bancos de una plaza han sido resueltos según la estructura que se observa en la imagen. Tienen un largo de 2 m y un diámetro de 1,20 m. Se necesita conocer:

a-Área total del objeto representado.

(cara curva + extremos o bases del banco + asiento +respaldo).

b- Volumen del banco.



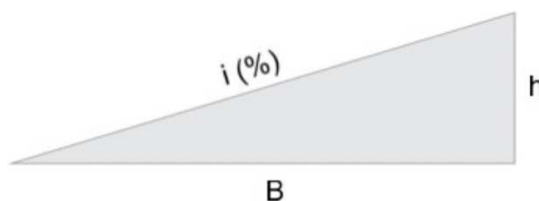
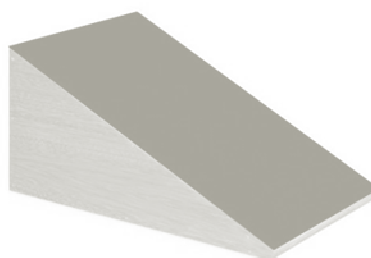
EJERCICIO N°6:

La rampa que muestra la imagen es un volumen poliédrico en forma de prisma irregular. Si se necesita subir una altura de 80 cm y la rampa debe tener una pendiente del 20 %, se pide calcular:

a-Longitud o desarrollo de la rampa (hipotenusa del triángulo).

b-Si se sabe además que el ancho de la rampa es de 1,20 m, ¿cuál es el volumen de hormigón necesario para su construcción?

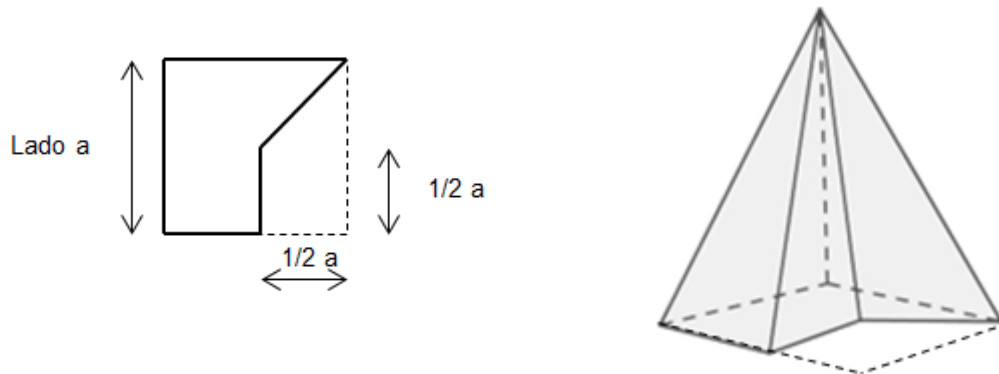
c-Si se cubre el plano inclinado con material antideslizante ¿Qué cantidad de m² de dicho material se debe comprar?



EJERCICIO N°7:

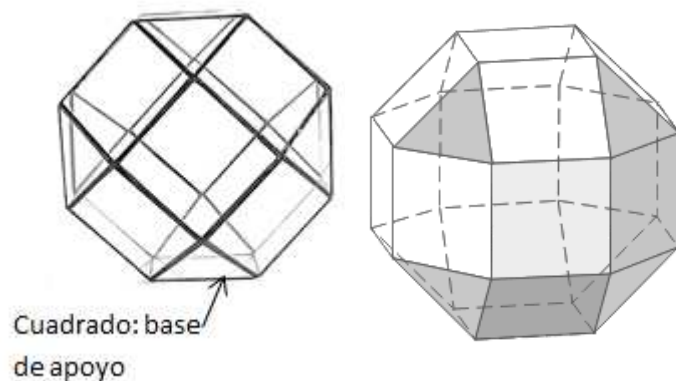
La pirámide cóncava que se observa en la figura, se origina en una planta de base cuadrada. Dicha planta está graficada adjunta a la imagen de la pirámide (ver gráficos esquemáticos). Se pide:

-Calcular el área de las caras de la estructura diseñada (no incluir la base), a los fines de conocer los m^2 de chapa que se necesitan. Nota: lado $a=2,20$ m. Altura de la pirámide $h = 3,30$ m



EJERCICIO N°8:

La estructura vidriada que se observa en la imagen fue construida para destacar el ingreso a un centro de exposiciones. Se desea saber cuántos metros cuadrados de vidrio serán necesarios para su construcción, descontando el cuadrado de base donde se apoya el poliedro. Cada arista de este poliedro mide $1,20$ m.



Nota: Es importante saber que el poliedro se llama rombicuboctaedro

EJERCICIO N°9:

El dodecaedro Carbonera de Torroja en Madrid es un poliedro regular construido en hormigón. Cada arista de este poliedro mide 2,50 m y el espesor de las caras es de 12 cm. Se pide calcular las toneladas de material que serán necesarias para la construcción del dodecaedro.

Recordar: $1 \text{ m}^3 = 1 \text{ T}$

Nota: no considerar la cara donde se apoya el dodecaedro.



EJERCICIO N°10:

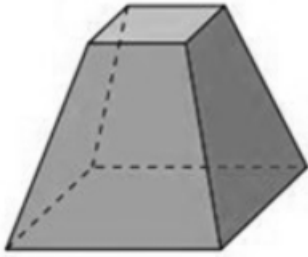
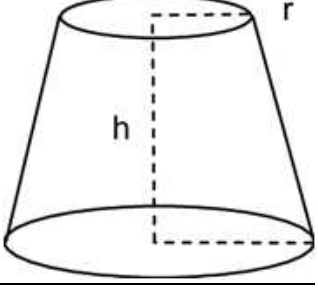
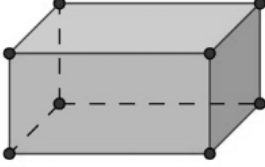
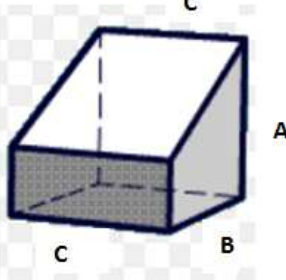
Las Torres Kio (Puerta de Europa) en Madrid España, cuyas dimensiones son 35m x 35m x 115m de altura cada una, poseen una estructura metálica perimetral tal como se observa en las imágenes. Se pide:

-Determinar los metros de perfilería metálica necesarios para la realización de la totalidad de la obra. Nota: Observar que en cada poliedro hay dos caras cruzadas por una diagonal y dos caras cruzadas por dos diagonales.



EJERCICIO N°11:

Recorriendo el Parque Sarmiento de nuestra ciudad, se relevaron numerosos objetos definidos como **poliedros y cuerpos redondos**. Para cada uno de las siguientes imágenes y de acuerdo a los datos, se pide:

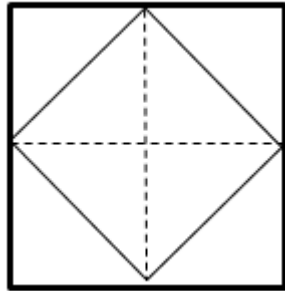
a) Base de monumento/busto 	 Volumen $= \frac{1}{3}h (S1 + S2 + \sqrt{S1 \times S2})$ $S1$ (área base mayor) $S2$ (área base menor)	-Las bases (mayor y menor) del tronco son cuadrados. -base mayor: 0,90 m de lado -base menor: 70 cm de lado. -altura del tronco: 1,60 m. Calcular volumen y área lateral del tronco de pirámide.
b) Tanque de agua /depósito 		-Las bases mayor y menor del tronco son circunferencias. -base mayor: 5,00 m de diámetro. -base menor: diámetro = $\frac{2}{3}$ del diámetro de la base mayor. -altura del tronco: 4,50m. Calcular volumen y área lateral del tronco de cono.
c) Asiento-macetero 		Prisma de base rectangular de 70 cm de ancho x 1,50 m de largo x 50 cm de alto. La cazuela o espacio para plantas se corresponde con el volumen de un cubo de 50 cm de arista. Calcular el volumen de piedra empleado en la construcción del asiento-macetero. (Descontar el espacio destinado a la cazuela).
d) Kiosco 		Lado A= 2,60m Lado B= 2,40m Lado C= 3,20m Calcular el área total de las caras del poliedro (base incluida), sabiendo que la pendiente del techo inclinado es del 25%.

EJERCICIO N°12:

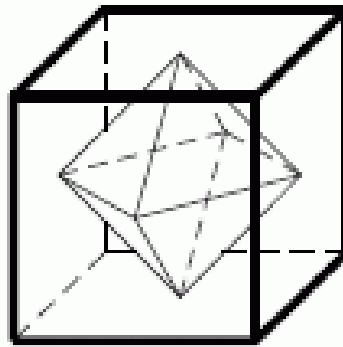
Una estructura en forma de cubo o hexaedro de 2 m de lado, aloja una escultura poliédrica denominada **octaedro regular**.

Se sabe que el octaedro está rotado y cada uno de sus vértices toca los lados del cubo (octaedro inscripto en el cubo - ver imagen en planta). Con esos datos se pide:

-Determinar el área total de vidrio necesario para la construcción del octaedro.



Vista superior



UNIDAD 7

EJERCICIO RESUELTO

 POR CLARISA
LANZILLOTTO

EJERCICIO N°13:

El Palacio de la Paz y la Reconciliación es uno de los símbolos de la arquitectura moderna en Astana, Kazajistán.

Se trata de una pirámide de **52 metros de altura** diseñada por el arquitecto británico Norman Foster.

La base es cuadrada, de **60 m de lado**.

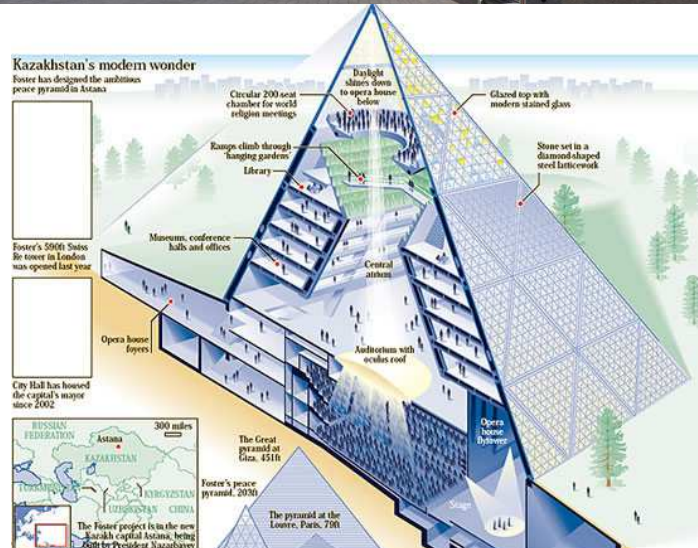
Cada una de las caras de la pirámide está compuesta a su vez de **cinco filas de triángulos equiláteros de 12 m de lado**.

El edificio cuenta con una estructura de metal, que sostiene el recubrimiento de cristal en el exterior. Actualmente es una sala de exposiciones donde se presentan los estilos de vida de cada una de las distintas nacionalidades que conviven dentro del territorio de Kazajistán.

En las imágenes de la derecha se presentan algunas piezas gráficas de esta obra de arquitectura.

Se pide calcular:

- El área total de la pirámide, en m^2
- La cantidad de vidrio necesaria, en m^2 para revestir el 12 % del área lateral.
- El volumen que encierra la pirámide, en m^3



wwwminube.com

<https://es.wikiarquitectura.com/edificio/palacio-de-la-paz-y-la-reconciliacion/>

a) **ÁREA TOTAL DE LA PIRÁMIDE = Área Lateral + Área de la base**

$$"h" \text{ de la cara} = \sqrt{52^2 + 30^2} = \sqrt{3604} = 60,033m$$

$$\text{Área lateral} = 1800 m^2 \times 3 = 7204 m^2 - \text{Área base} = 3600 m^2 -$$

$$\text{ÁREA TOTAL} = \underline{10804 m^2}$$

b) **ÁREA LATERAL DE LA PIRÁMIDE = 7204 m²**

$$12\% = \underline{864,48 m^2 \text{ de vidrio}}$$

$$\text{VOLUMEN} = \underline{62400 m^3}$$

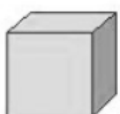
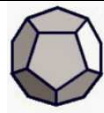
UNIDAD 7

SOLUCIONES

EJERCICIO N°1:

- a-Poliedro convexo irregular
- b-Pirámide (poliedro convexo irregular)
- c-Prisma cóncavo irregular
- d-Cono (cuerpo redondo)
- e-Prisma convexo irregular
- f-Cilindro (cuerpo redondo)
- f-Icosaedro(polígono regular)
- g-Prisma cóncavo irregular

EJERCICIO N°2:

NOMBRE DEL POLIEDRO	NÚMERO DE CARAS	GRÁFICO	CANTIDAD DE ARISTAS/VÉRTICES	APLICACIÓN TEOREMA DE EULER ($F + V - E = 2$)
TETRAEDRO	<u>4 caras iguales – triángulos regulares</u>		6 aristas	<u>4 vértices</u>
<u>CUBO O HEXAEDRO</u>	6 caras iguales Cuadrados		8 vértices	<u>12 aristas</u>
<u>OCTAEDRO</u>	8 caras iguales Triángulos equiláteros		6 vértices	<u>12 aristas</u>
DODECAEDRO	<u>12 caras iguales- Pentágonos regulares</u>		30 aristas	<u>20 vértices</u>
ICOSAEDRO	<u>20 caras iguales Triángulos regulares</u>		30 aristas	<u>12 vértices</u>

EJERCICIO N°3:

a-Los sólidos platónicos son poliedros irregulares.		F
b-Una pirámide triangular regular posee 6 vértices.		F
c-En cada vértice de un poliedro concurren como mínimo tres caras de un polígono.	V	
d-Un cubo es un poliedro cóncavo.		F
e-Un cuerpo redondo posee al menos una cara curva.	V	
f-El tronco de cono circular tiene por área lateral la forma de un sector circular.		F

EJERCICIO N°4:

Gráfico	Datos	Cálculo área total	Cálculo volumen
	Prisma cuadrangular h(altura)=2,70m lado de la base= 1,30m	A=17,42 m²	V = 4,563 m³
	Prisma triangular(isósceles) h(altura)=1,80m lado menor del triangulo isósceles= 0,60m	A=4,7320 m²	V = 0,445 m³
	Prisma hexagonal h(altura)=3,40m radiodel hexágono= 2,40m	A=78,88 m²	V = 50,864 m³
	Pirámide de base cuadrada h(altura de la pirámide)=3,20m lado de la base= 2/3 h	A=18,9392 m²	V = 4,8529 m³
	Cilindro h(altura)=2,3 r radio= 0,80m	A=13,27 m²	V =3,70 m³

EJERCICIO N°5:

a) 9,7494 m²

b) 1,696 m³

EJERCICIO N°6:

a) 4,079 m

b) 1,92 m³

c) 4,894 m²

EJERCICIO N°7:

Rta: 13,9475 m²

EJERCICIO N°8:

Rta: 29,468 m²



EJERCICIO N°9:

Rta: 14,19 T

EJERCICIO N°10:

Rta: 3823,13 m

EJERCICIO N°11:

a) Área= $5,129 \text{ m}^2$ Volumen = $1,029 \text{ m}^3$

b) Area= $59,89 \text{ m}^2$ Volumen = $62,1749 \text{ m}^3$

c) Volumen = $0,4 \text{ m}^3$

d) Superficie= $41,356 \text{ m}^2$

EJERCICIO N°12:

Rta: $6,928 \text{ m}^2$

UNIDAD 8

GEOMETRÍA ANALÍTICA PLANA

POR CLARISA
LANZILLOTTO

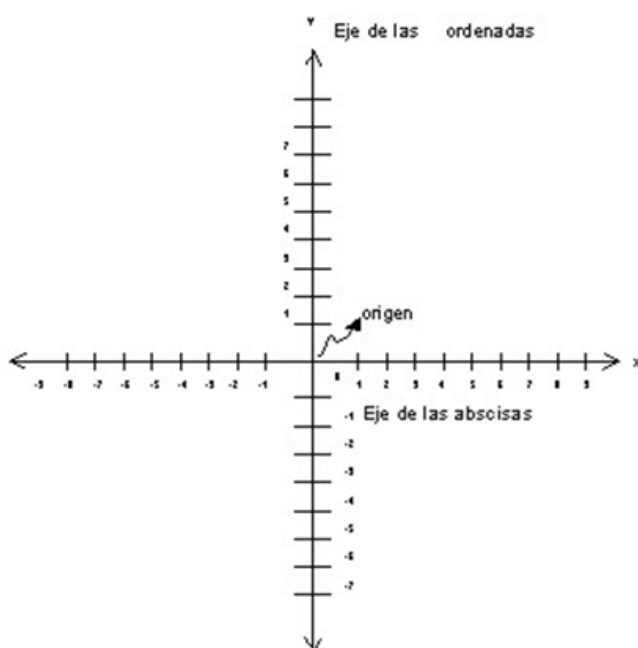
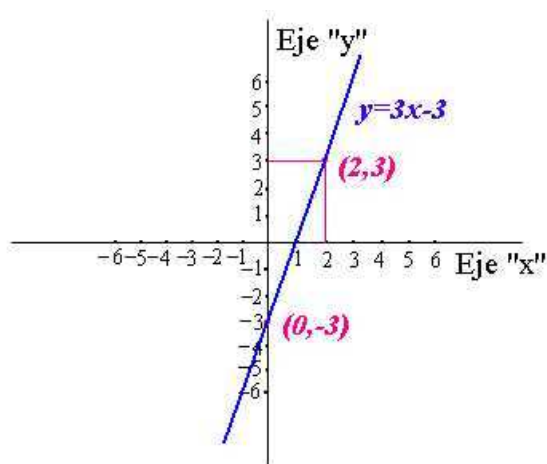
INTRODUCCIÓN:

Cuando hablamos de **Geometría Analítica**, nos referimos a la rama de la Geometría que utiliza el análisis matemático y el álgebra para el estudio de las figuras geométricas. Se vale de **sistemas de referencia** para establecer el nexo entre el álgebra, parte científica, pura de la Matemática, en la que se trabaja con números y letras y la Geometría, basada en gráficos y cálculos de gráficos. (**geometría**: del latín geometría, y este del griego γεωμετρία de γεω gēo, 'tierra', y μετρία metría, 'medida').

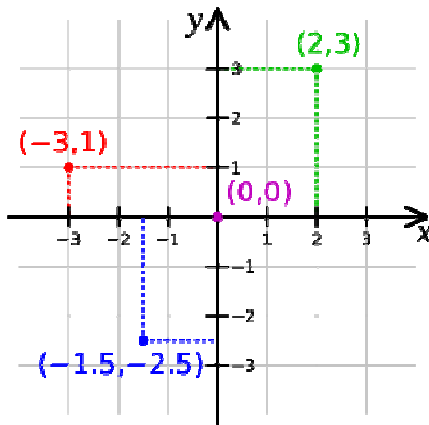
Para introducirnos en el estudio de la Geometría Analítica es necesario comprender el concepto de **lugar geométrico**: es la **gráfica de una ecuación**. Es el lugar que contiene todos los puntos y sólo aquellos cuyas coordenadas satisfacen la ecuación dada. Es el conjunto de puntos en el plano o en el espacio, que cumplen con una determinada condición.

La Geometría Analítica, sea Plana (dos dimensiones) o Espacial (tres dimensiones) se ocupa de:

- 1-Dada una ecuación hallar el lugar geométrico que representa.
- 2- Dado el lugar geométrico, definido por ciertas condiciones, hallar su ecuación matemática.



En este curso estudiaremos la Geometría Analítica Plana. Los puntos de estudio se sitúan en un solo plano, el plano cartesiano. El plano cartesiano tiene como finalidad describir la posición de puntos, los cuales se representan por **sus coordenadas o pares ordenados**. Está formado por dos rectas numéricas perpendiculares, una horizontal y otra vertical que se cortan en un punto. La recta horizontal es llamada eje de las abscisas (x), y la vertical, eje de las ordenadas (y); el punto donde se cortan recibe el nombre de origen.



Las coordenadas se forman asociando un valor del eje de las “x” a uno de las “y”, respectivamente, esto indica que un punto (P) se puede ubicar en el plano cartesiano tomando como base sus coordenadas, lo cual se representa como: **P (x, y)**

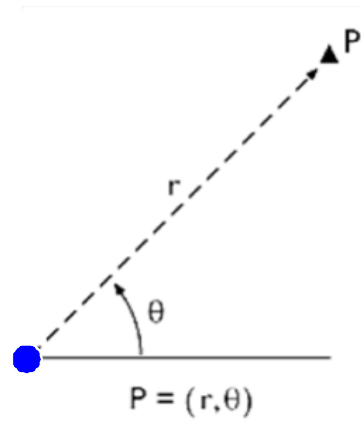
Ese par de números, **las coordenadas**, quedará expresado por un par ordenado (x, y), siendo **x** un número positivo o negativo y el valor (en absoluto) que indica la distancia a uno de los ejes (por convenio será la distancia al eje vertical) y siendo **y** un número positivo o negativo y el valor que indica la distancia al otro eje (al horizontal).

zontal).

Situados los puntos en el Plano Cartesiano, podremos determinar distancia entre dos puntos, Distancia de un Punto al origen del Sistema cartesiano o las Coordenadas cartesianas del Punto Medio de un segmento.

En Geometría Analítica Plana, los puntos también pueden posicionarse según otro Sistema de referencia que es el Sistema Polar. En este sistema se necesitan un ángulo (θ) y una distancia (**r**). Para medir θ , es necesaria una semirrecta dirigida llamada **eje polar** y para medir **r**, un punto fijo llamado **polo**. Un Punto cualquiera queda definido por dos coordenadas: **r** (radio vector) que es la distancia del Punto al polo y θ que es el ángulo que forma el radio vector con el eje polar.

Si se superponen ambos sistemas de referencia, el Cartesiano y el Polar, será sencillo establecer relaciones (funciones trigonométricas) y efectuar el paso de un Sistema a otro.



La Geometría Analítica tiene aplicaciones directas en la Arquitectura, por ejemplo en las tareas de Replanteo: ubicación de los límites de la obra, los ejes desde los cuales se miden los elementos (muros, pilares...): Eje horizontal, Eje vertical, Eje de cotas, Eje de rotación; establecimiento de los niveles o alturas de referencia. Ubicando puntos en un sitio, por más irregular que este sea, podremos calcular su perímetro, su superficie, calcular el costo del vallado perimetral, calcular el costo del área que deseamos parquizar, estudiar la geometría según las ecuaciones de los distintos lugares geométricos o figuras que definen el proyecto, etc. Es fiel aliada de la topografía, para la medición y relevamiento de puntos y demás tareas topográficas.



RENÉ DESCARTES (1596-1650), también llamado Renatus Cartesius, fue un filósofo, matemático y físico francés, considerado como el padre de la **Geometría Analítica** y de la filosofía moderna, así como uno de los nombres más destacados de la revolución científica

UNIDAD 8

Sustento teórico

SISTEMAS DE COORDENADAS EN EL PLANO

Como anticipamos, una de las aplicaciones de la Geometría Analítica en la Arquitectura es en el Replanteo de obra. Replantear es VOLVER A PLANTEAR, esta vez sobre el terreno, todos los elementos que previamente hemos planteado y dibujado en los planos. Un replanteo es una medición práctica en el sitio. En ella dejamos marcadas todas las medidas de interés de nuestro proyecto. Situamos los ejes de aberturas, los espesores de muros, la ubicación de los sanitarios, etc.; es decir, se toma posición de todo, de esa manera visualizamos problemas que en el tablero o la pc pasamos por alto.

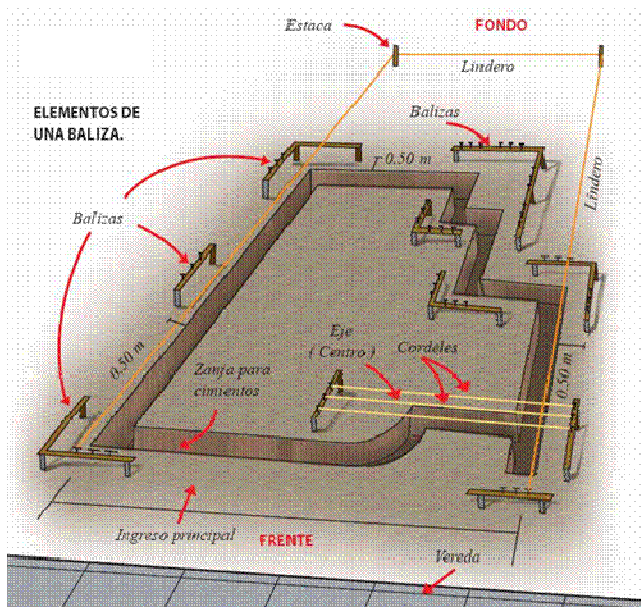
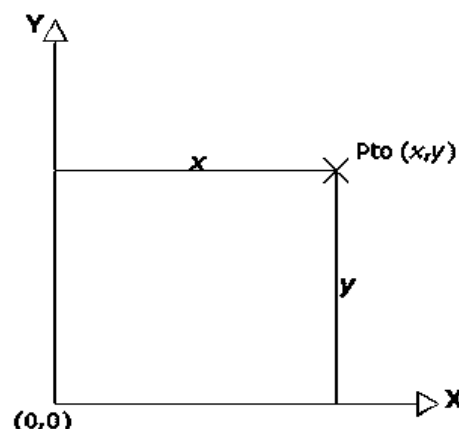


Imagen extraída de: <https://www.monografias.com/trabajos-pdf5/manual-basico-construccion/manual-basico-construccion2.shtml>

Ya referenciamos que **el Sistema de Coordenadas cartesianas** está formado por dos ejes perpendiculares entre sí que se intersectan en un punto llamado Origen del Sistema y que dividen el plano cartesiano en 4 cuadrantes ordenados en sentido anti horario. Para representar puntos de coordenadas conocidas, es conveniente adoptar una ESCALA adecuada sobre cada uno de los ejes coordenados. Los sistemas gráficos (CAD), utilizan diferentes sistemas de coordenadas para la representación de los puntos en la pantalla.



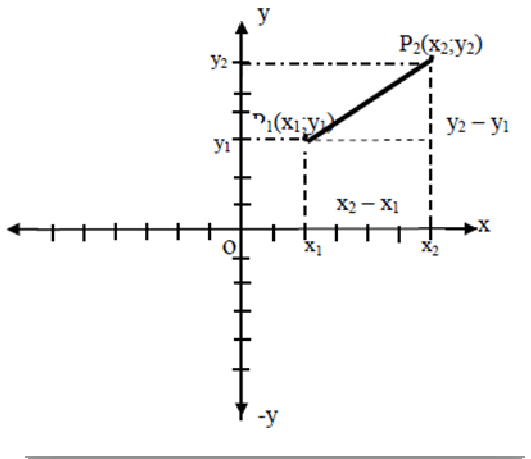
Las abscisas son positivas cuando el punto está situado a la derecha del eje "y", y negativas en caso contrario. Las ordenadas son positivas cuando el punto está por encima del eje "x", y negativas en caso contrario.

Los puntos sobre el eje "x" tienen **ordenada 0** ($x;0$).

Los puntos sobre el eje "y" tienen **abscisa 0** ($0; y$)

Distancia entre dos puntos:

Cuando calculamos la distancia entre dos puntos en el plano, obtenemos la longitud del segmento aplicando el teorema de Pitágoras.



Dados en el plano los puntos $P_1(x_1; y_1)$ y $P_2(x_2; y_2)$ posicionados según sus correspondientes coordenadas cartesianas, se pide determinar la distancia P_1P_2 .

Según el teorema de Pitágoras:

$$|P_1P_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

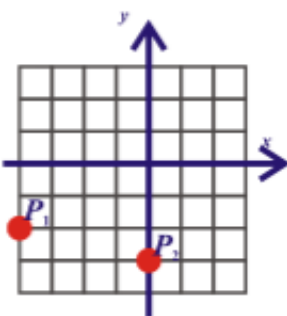
Esta es la expresión que utilizaremos para encontrar la distancia entre dos puntos en el plano posicionados según sus coordenadas cartesianas. Debemos prestar atención a los

signos de las coordenadas para no cometer errores.

Ejemplo: Dado el gráfico siguiente, se pide:

a) Determinar las coordenadas cartesianas de los puntos rojos.

b) Calcular la distancia entre esos dos puntos, en metros.



a) De acuerdo al gráfico los puntos tienen las siguientes coordenadas cartesianas:

$$P_1(-4; -2)$$

$$P_2(0; -3)$$

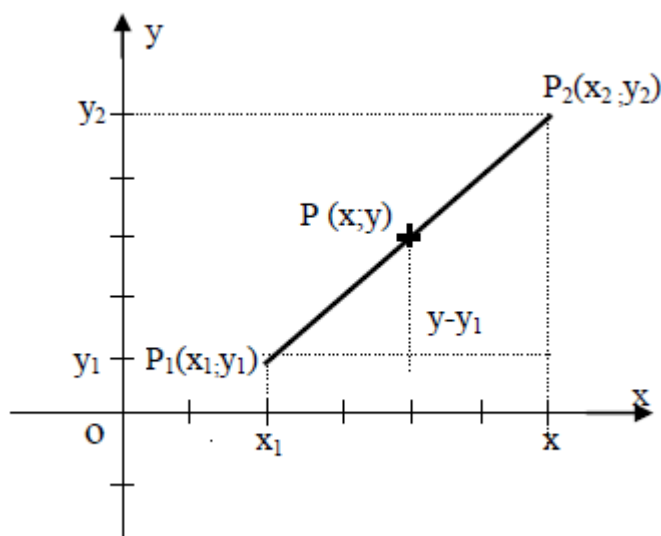
b) Aplicando Pitágoras:

$$P_1P_2 = \sqrt{(-4 - 0)^2 + (-2 + 3)^2} = 4,1231$$

La distancia $P_1P_2 = 4,1231$ metros

Punto medio de un segmento:

Para calcular las coordenadas cartesianas del punto medio de un segmento, trabajamos con triángulos semejantes.



Podremos así deducir **la abcisa** del punto P que es punto medio del segmento P_1P_2

$$\frac{x_2 - x_1}{P_1P_2} = \frac{x - x_1}{P_1P}$$

Como $P_1P_2 = 2 P_1P$

Por lo tanto

$$\frac{x_2 - x_1}{2} = \frac{x - x_1}{1}$$

de donde resulta :

$$2x - 2x_1 = x_2 - x_1$$

$$2x = x_1 + x_2$$

despejando x

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

Por tanto **la ordenada** de P punto medio del segmento será:

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Si se tratase de calcular la posición del punto medio entre $P_1(-4; -2)$ y $P_2(0; -3)$, procederemos a reemplazar los datos en las expresiones correspondientes:

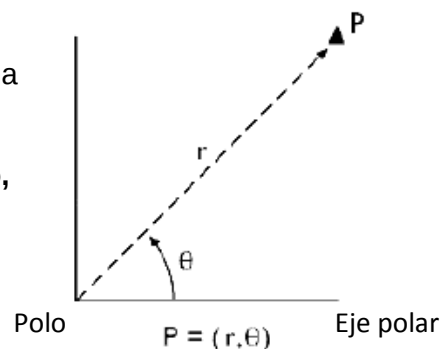
$$x = \frac{-4+0}{2} = -2$$

$$y = \frac{-2-3}{2} = -2.5$$

Luego la posición del punto medio será $P(-2; -2.5)$ y podremos graficarlo en un Sistema cartesiano.

En el Sistema de Coordenadas Polares un punto se determina especificando su posición relativa con respecto a una recta fija y a un punto fijo de esa recta.

La recta se denomina **Eje polar** y el punto fijo se llama **Polo**, como muestra la figura.



La posición del punto P con relación al eje polar y al polo es determinada cuando se conocen r y θ . Estas dos cantidades **son las coordenadas polares del punto P**; en particular r se llama **radio vector** y θ es el **ángulo polar o argumento de P**.

El ángulo θ es positivo cuando se mide en sentido contrario a las agujas del reloj.

También puede mencionarse al radio vector como ρ y al ángulo como α .

La notación es: $P(r; \theta)$ o $P(\rho; \alpha)$

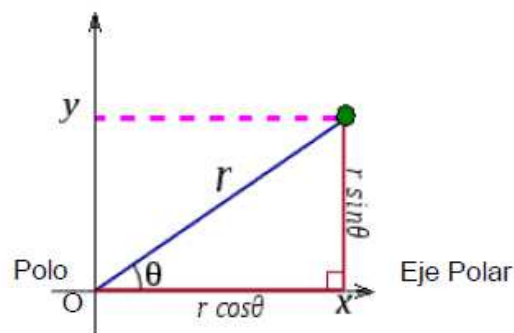
Dado el punto **$P(4; 120^\circ)$** , es indudable que su posición está expresada en coordenadas polares y podremos graficarlo en el **Sistema polar**, definiendo el Eje polar y el Polo.

Si los puntos en el plano están posicionados en coordenadas polares, no podremos calcular distancias entre los mismos. Debemos conocer las coordenadas cartesianas de los puntos. Para ello es necesario relacionar los dos sistemas de referencia estudiados.

Relación entre las coordenadas rectangulares y polares.

Para efectuar el paso de un sistema de coordenadas a otro es necesario conocer las relaciones que existen entre las coordenadas polares y las rectangulares. Se obtienen relaciones muy simples cuando el Polo y el Eje Polar del sistema Polar se hacen coincidir con el Origen y la porción positiva del eje "x" del sistema Rectangular.

Aplicando el teorema de Pitágoras y funciones trigonométricas, se deducen las relaciones siguientes:



$$\begin{aligned} x &= r \cos \theta \\ y &= r \sin \theta \end{aligned}$$

Ello permitirá encontrar **la coordenadas cartesianas de un punto** cuando éste está posicionado en coordenadas polares.

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ \theta &= \arctg \frac{y}{x} \end{aligned}$$

Estas expresiones permitirán encontrar **la coordenadas polares de un punto** cuando éste está posicionado en coordenadas cartesianas.

Recuerda que cada cálculo será correspondido con su lugar geométrico (gráfica) y cada lugar geométrico será correspondido con los cálculos pertinentes.

PARA AMPLIAR LA TEORÍA Y EJEMPLOS SOBRE SISTEMAS DE COORDENADAS RECURRE AL APUNTE QUE ENCONTRARÁS EN EL AULA VIRTUAL DE LA CÁTEDRA.

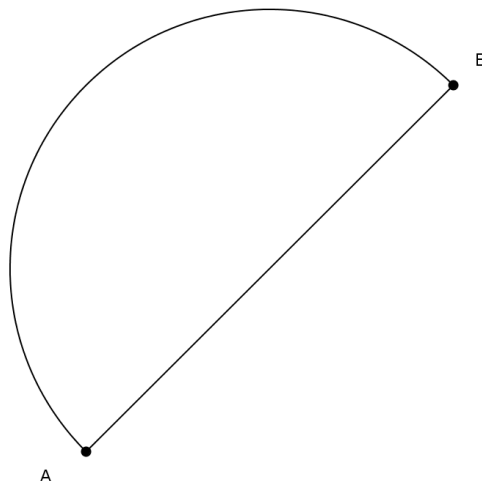
UNIDAD 8

SISTEMAS DE COORDENADAS EN EL PLANO

POR PATRICIA CRIVELLO Y
GERARDO GNAVI

EJERCICIO RESUELTO:

Los puntos $A = (3,16; 251,57^\circ)$ y $B = (4,47; 26,57^\circ)$ son los extremos del diámetro de la pileta semicircular cuya planta se muestra en la figura, donde las distancias se expresan en metros. Siendo la profundidad de la pileta de 1,70 m Calcular:



- Los litros de agua** necesarios para llenarla.
- El Perímetro** de la pileta.
- Graficar** a Escala.

Organizamos la resolución en los siguientes pasos:

- Realizamos el paso de coordenadas polares a rectangulares.
- Calculamos distancia AB (diámetro de la pileta) y el radio.
- Calculamos el volumen de la pileta (área del semicírculo multiplicado por la profundidad).
- Expresamos el volumen en litros.
- Calculamos el perímetro.

DESARROLLO:

- Paso de coordenadas polares a rectangulares:**

$$A_x = 3,16 \cdot \cos 251,57^\circ = -1$$

$$A_y = 3,16 \cdot \sin 251,57^\circ = -3 \quad \text{es decir } A = (-1; -3)$$

$$B_x = 4,47 \cdot \cos 26,57^\circ = 4$$

$$B_y = 4,47 \cdot \sin 26,57^\circ = 2 \quad \text{entonces } B = (4; 2)$$

- Cálculo de distancia AB:**

$$d_{AB} = \sqrt{(4 - (-1))^2 + (2 - (-3))^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 7,07 \text{ m (diámetro);}$$

$$\text{radio } r = 3,53 \text{ m}$$

- Cálculo del volumen:**

$$V = \frac{\pi r^2 \cdot 1,70 \text{ m}}{2} = \frac{\pi (3,53 \text{ m})^2 \cdot 1,70 \text{ m}}{2} = 33,3794 \text{ m}^3$$

- Conversión a litros:**

Como 1 m^3 equivale a 1000 litros, son 33379,4 litros.

- Cálculo del perímetro:** El perímetro o contorno de la pileta se calcula sumando su diámetro con la mitad del perímetro de la circunferencia, es decir:

$$P = 7,07 \text{ m} + \frac{2 \cdot \pi \cdot 3,53 \text{ m}}{2} = 7,07 \text{ m} + 11,107 \text{ m} = 18,177 \text{ m}$$

EJERCICIO N°1:

a) Graficar en un **SCC** los siguientes puntos, indicando en qué cuadrante o eje se encuentran:

$$A = (-3 ; 0)$$

$$B = (6 ; 4)$$

$$C = (5/2 ; 7/2)$$

$$D = (0 ; 5)$$

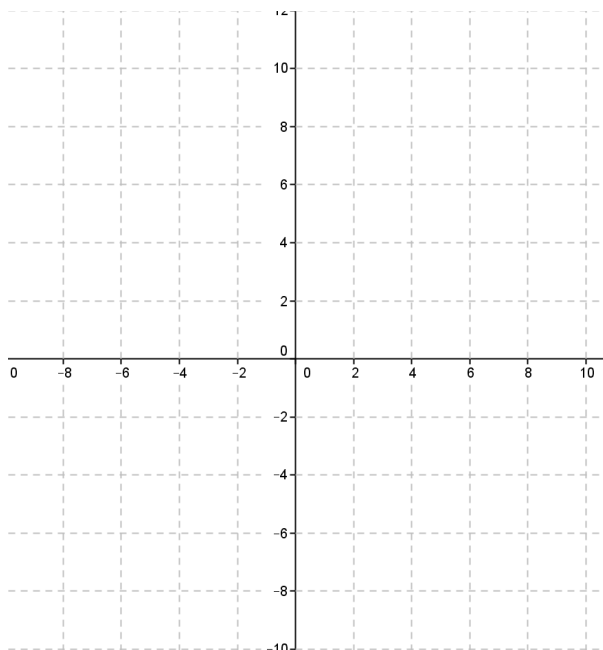
$$E = (4 ; -2)$$

$$F = (-1 ; 3)$$

$$G = (-5/3 ; -3)$$

$$H = (4 ; -8/5)$$

b) Determinar las **coordenadas polares** de los puntos dados.



EJERCICIO N°2:

a) Graficar en gráfico polar los siguientes puntos:

$$A = (4 ; 150^\circ)$$

$$B = (6 ; 300^\circ)$$

$$C = (\sqrt{52} ; 303,69^\circ)$$

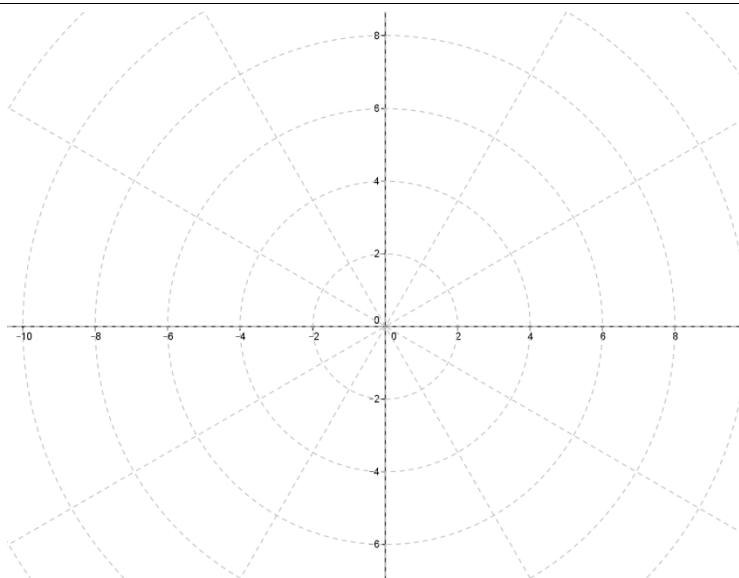
$$D = (2 ; 60^\circ)$$

$$E = (8 ; 210^\circ)$$

$$F = (\sqrt{29} ; 111,8^\circ)$$

$$G = (5 ; 15^\circ)$$

b) Determinar las **coordenadas cartesianas** de los puntos dados.



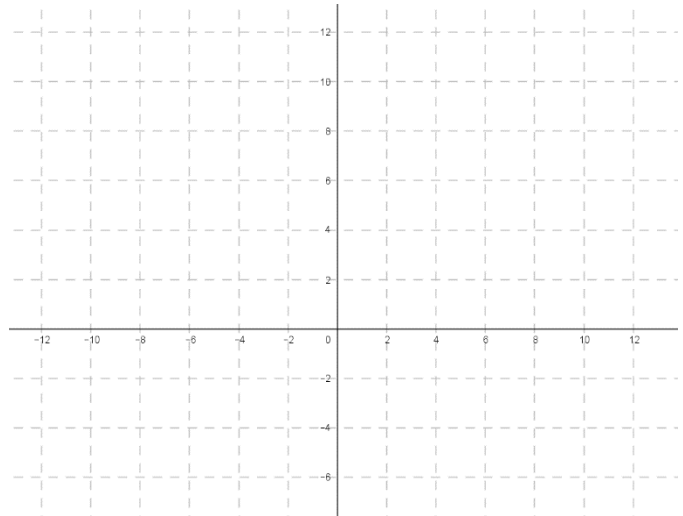
EJERCICIO N°3:

Dados: $A = (3; -5)$ $B = (-6; 7)$ y $C = (8; 4)$

a) Calcular el **perímetro** en metros del triángulo definido por esos puntos.

b) Determinar las **coordenadas** de los puntos medios de cada lado.

c) Graficar.

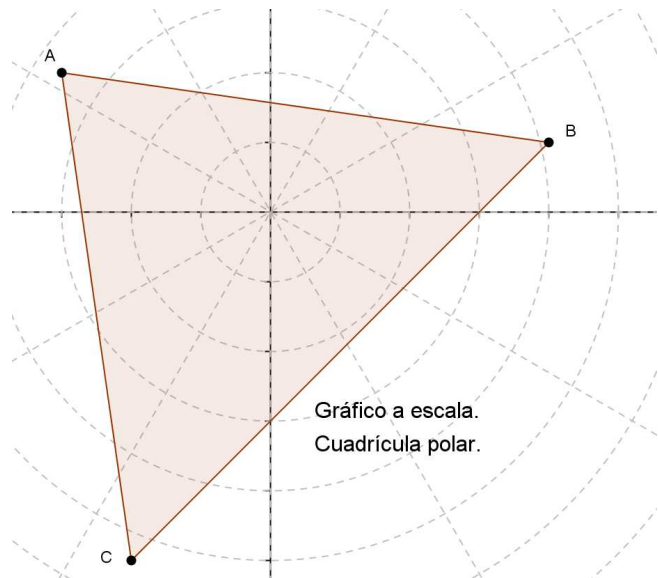


EJERCICIO N°4:

Los puntos $A = (3,61; 146,31^\circ)$; $B = (4; 1)$ y $C = (5,39; 248,2^\circ)$ son vértices del triángulo de la figura. La unidad de medida es el metro. Calcular:

a) El **perímetro** y el **área** del triángulo.

b) Las **coordenadas cartesianas** del punto medio entre **B** y **C**.



EJERCICIO N°5:

Un local de forma rectangular de módulo $M= 2,5$ y lado mayor = 15 m, está posicionado en un SCC, como se muestra en el gráfico.

Determinar:

- Las **Coordenadas cartesianas y coordenadas polares** de los vértices del local.
- El **Perímetro y el área** del mismo.



EJERCICIO N°6:

En el terreno rectangular de módulo $M= 3$ que se muestra en el gráfico, se debe ubicar una piscina también rectangular, proporcional al terreno y con su lado mayor paralelo al eje de las abscisas.

Calcular las **coordenadas rectangulares de los vértices** de la piscina y la **medida de la diagonal del rectángulo** teniendo en cuenta los siguientes datos:



Lado mayor del terreno = 36 m.

Lado menor de la piscina = 3 m.

Vértice inferior izquierdo de la piscina: (20; 5)

EJERCICIO N°7:

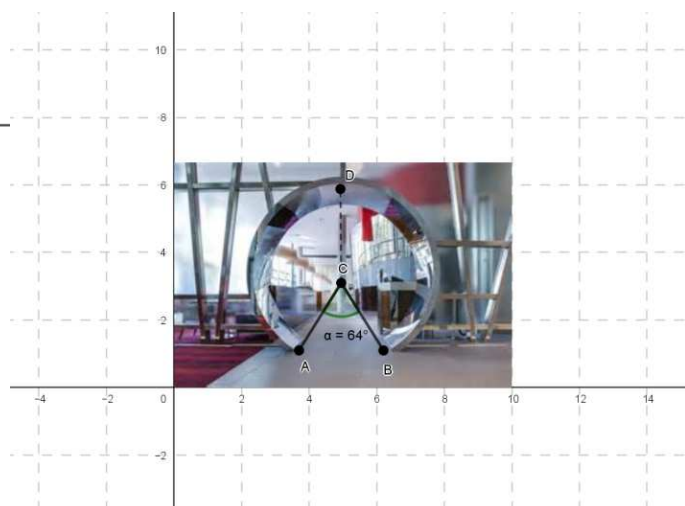
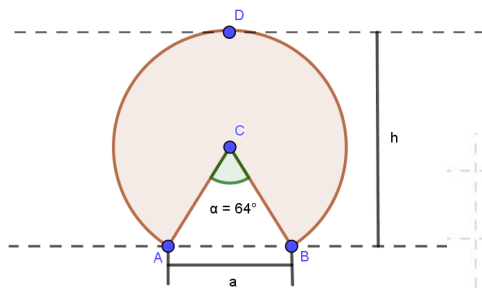
La imagen corresponde a un elemento decorativo en el Hotel Radisson Blu de Frankfurt, Alemania. Sabiendo que:

$A=(3,7; 1,1)$, $B=(6,2; 1,1)$; C es el centro de la circunferencia, D está en la misma vertical que C y que el ángulo $ACB = 64^\circ$, determina r:

- La Altura total “h” y el ancho “a” de la base del mismo.
- Las Coordenadas cartesianas y polares de los puntos C y D.
- La Longitud del arco de circunferencia ADB
- Graficar.

Nota: gráfico extraído de

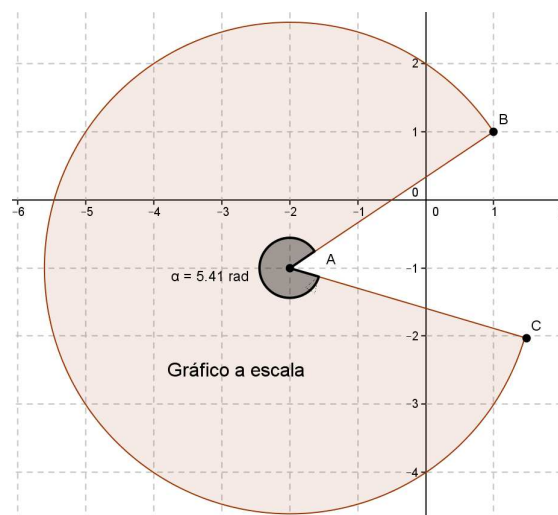
<http://fr.hotels.com/ho236069/radisson-blu-hotel-frankfurt-francfort-allemanne/>



EJERCICIO N°8:

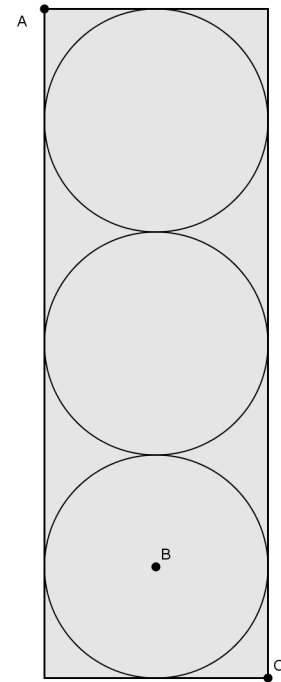
Los puntos $A = (-2; -1)$ y $B = (1; 1)$ determinan respectivamente el centro y el radio de una fuente con forma de sector circular cuyo ángulo central es $\alpha = 5,41$ rad. Las distancias están expresadas en metros. Con esta información se necesita calcular:

- El área de dicha fuente.
- La distancia BC, donde se hará un cierre.



EJERCICIO N°9:

La figura muestra la planta rectangular de un centro comercial donde se encuentran inscriptos 3 locales circulares iguales, tangentes entre sí. La superficie de cada local es de $28,274 \text{ m}^2$ y los lados del rectángulo son paralelos a los ejes cartesianos. Siendo $A = (7,43; 132,24^\circ)$ se pide calcular:



- a) Las **coordenadas cartesianas** del vértice **C**
- a) Las **coordenadas polares** del punto **B** centro de la circunferencia inferior.

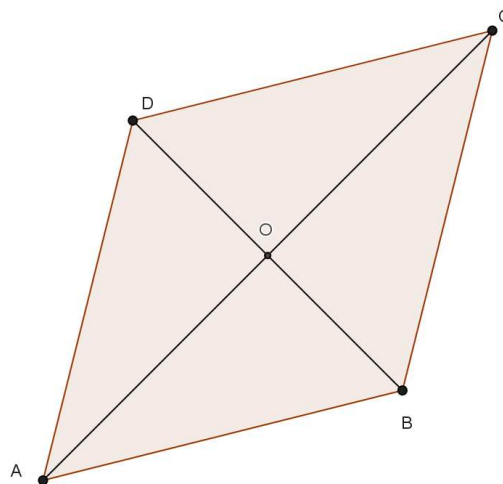
- b) La **medida de la diagonal AC**.

Graficar el conjunto en un SCC.

EJERCICIO N°10:

El cuadrilátero de la figura representa una plazoleta de forma romboidal. Se conocen las coordenadas de los vértices $A = (5; 126.869^\circ)$; $B = (5,09; 78,69^\circ)$; y las del punto $O = (-0,5; 6,5)$ intersección de las diagonales. La unidad de medida es el dam. Se pide:

- a) Coordenadas cartesianas de los vértices **C** y **D**;
- b) El **área** de la plazoleta y
- c) **Graficar** el sistema en un SCC.



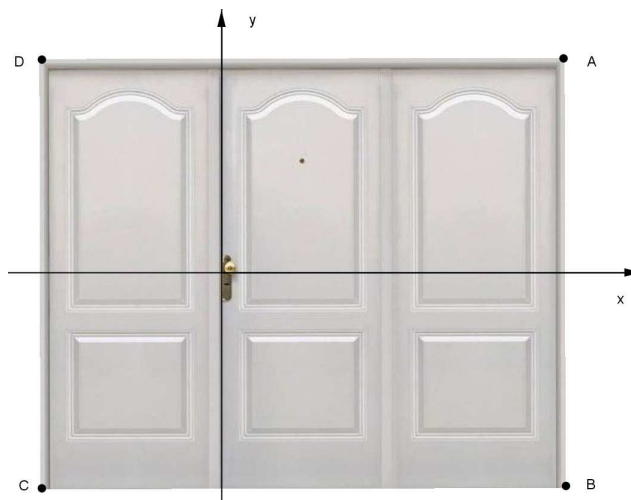
NOTA: Considerar las propiedades de las diagonales del rombo.

EJERCICIO N°11:

Un portón de 3 puertas iguales se replantea según un SCC estableciendo el origen en un punto situado entre las dos primeras hojas, a mitad de altura del portón. Las coordenadas polares del extremo superior son $A = (183,57; 29,3577^\circ)$, medidas en cm.

Calcular:

a) Las coordenadas rectangulares y polares de los vértices B, C y D.



Nota: gráfico extraído de www.articulo.mercadolibre.com.ar

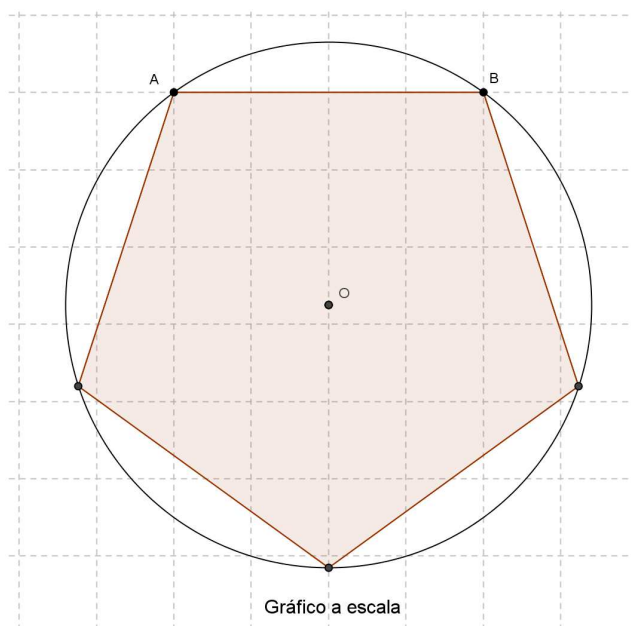
EJERCICIO N°12:

El pentágono regular de la figura representa la planta de un centro de convenciones. Dadas las coordenadas de dos de sus vértices: $A = (5; 4)$ y $B = (7; 4)$ –distancias en decámetros– se necesita saber:

a) Las coordenadas del centro “O”.

b) El área de la circunferencia que lo inscribe. Expresar en m^2 .

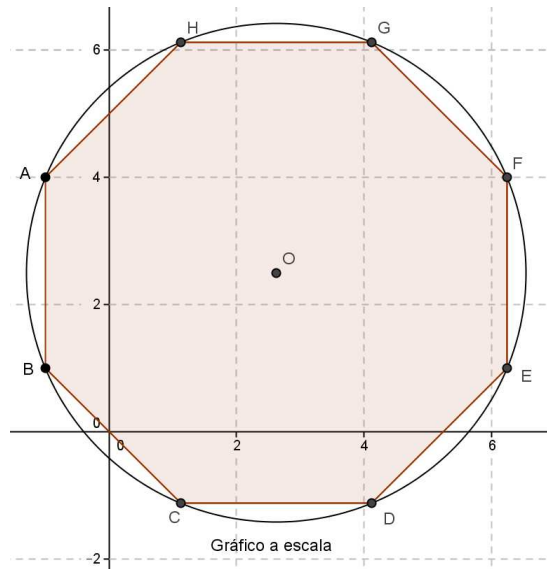
c) El área del polígono inscripto.



EJERCICIO N°13:

Una plazoleta con forma de octógono regular de lado $AB = 3$ m se plantea en base a un SCC. Siendo las coordenadas del vértice $A = (-1; 4)$ y sabiendo que el lado AB es paralelo al eje de las ordenadas, **calcular:**

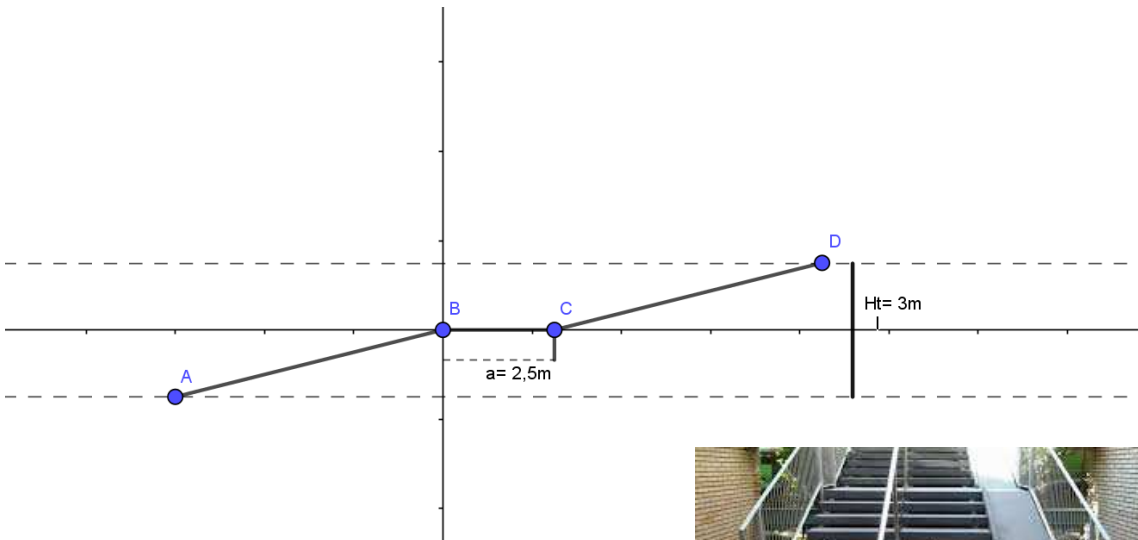
- las coordenadas polares del vértice G .
- el radio de la circunferencia que lo inscribe
- el área del octógono.



EJERCICIO N°14:

La rampa de la figura tiene dos tramos iguales, con la misma pendiente $i = 25\%$. Con los datos adjuntados en el gráfico donde B coincide con el origen de un SCC, determinar:

- Las **coordenadas cartesianas y polares** de los puntos A , B , C y D .



UNIDAD 8

SOLUCIONES

EJERCICIO N°1 :

a) Resolución gráfica.

b) $A = (3; 180^\circ)$, $B = (\sqrt{52}; 33^\circ 41' 24,24'')$, $C = (4,301; 54^\circ 27' 44,36'')$, $D = (5; 90^\circ)$
 $E = (\sqrt{20}; 333^\circ 26' 5,82'')$, $F = (3,162; 108^\circ 26' 5,82'')$, $G = (3, 432; 240^\circ 56' 43,43'')$
 $H = (\sqrt{18,56}; 338,1985833^\circ)$

EJERCICIO N° 2:

a) Resolución gráfica.

b) $A = (-3,46; 2)$, $B = (3; -5,20)$, $C = (4; -6)$, $D = (1; 1,73)$, $E = (-6,93; -4)$, $F = (-2; 5)$,
 $G = (4,83; 1,29)$

EJERCICIO N°3:

a) $P = 39,6134$ m.

b) Ptos Medios: Entre A y B: $(-1,5; 1)$; entre A y C: $(5,5; -0,5)$; entre B y C: $(1; 5,5)$

EJERCICIO N°4:

a) $P = 22,627$ m Área = 24 m^2

b) Pto Medio entre B y C: $(1; -2)$.

EJERCICIO N°5:

a) $A = (-4; -3)$, $B = (11; -3)$, $C = (11; 3)$, $D = (-4; 3)$. $A = (5; 216^\circ 52' 11,6'')$,

$B = (11,402; 344^\circ 44' 41,5'')$, $C = (11,402; 15^\circ 15' 18,43'')$, $D = (5; 143^\circ 07' 48,37'')$

b) $P = 42$ m Área = 90 m^2

EJERCICIO N°6:

Vértices: $(20; 5)$; $(29; 5)$; $(20; 8)$; $(29; 8)$. Diagonal $\sqrt{90} = 9,4868$

EJERCICIO N°7:

a) $h = 4,3585$ m $a = 2,5$ m

b) $C = (4,95; 3,1)$ $D = (4,95; 5,46)$

$C = (5,84; 32,05738^\circ)$, $D = (7,37; 47,80476^\circ)$

c) ARCO = $12,1195$ m

EJERCICIO N°8:

Área = $35,165 \text{ m}^2$; $BC = 3,05$ m

EJERCICIO N°9:

a) $C = (1; -12,5)$

b) $B = (9,71; 258,11^\circ)$

c) $AC = 18,97$ m



EJERCICIO N°10:

$C = (2; 9)$ $D = (-2; 8)$. Área = $15 \text{ dam}^2 = 1500 \text{ m}^2$

EJERCICIO N°11:

a) $B = (160; -90)$, $C = (-80; -90)$, $D = (-80; 90)$. En polares:

$B = (183,57; 330,643^\circ)$; $C = (120,416; 228,367^\circ)$; $D = (120,416; 131,633^\circ)$

EJERCICIO N°12:

$O = (6; 2,62)$; Área circ. = $909,31 \text{ m}^2$ Área del Polígono inscripto = $688,191 \text{ m}^2$

EJERCICIO N°13:

a) $G = (7,37; 56,05^\circ)$

b) $r = 3,92 \text{ m}$

c) Área = $43,46 \text{ m}^2$

EJERCICIO N°14:

$A = (-6; -1,5)$; $B = (0; 0)$; $C = (2,5; 0)$ $D = (8,5; 1,5)$. En polares:

$A = (6,184; 194,0363^\circ)$; $B = (0; 0^\circ)$; $C = (2,5; 0^\circ)$; $D = (8,6313; 10,0079^\circ)$

UNIDAD 8

AUTOEVALUACIÓN

Decidir si las siguientes afirmaciones son V (verdaderas) o F (falsas). Justificar.

- 1- En coordenadas polares, el radio vector “ ρ ” puede ser un número positivo, negativo o nulo.....
- 2- Si dos puntos están situados sobre la misma línea horizontal paralela al eje de las abscisas, la distancia entre ellos es un número entero.....
- 3- Los puntos $A = (-4; 7)$, $B = (2; 1)$ y $C = (3; -2)$ se encuentran respectivamente en el 2º, 1º y 4º cuadrante.....
- 4- Los puntos $A = (0; 0)$, $B = (-5; -3)$ y $C = (30; 50)$ se encuentran alineados.....
- 5- Los puntos situados sobre el eje vertical “ y ” tienen ordenada nula.....
- 6- En el SCC, la abscisa de un punto es la distancia del punto al eje de las abscisas.....
- 7- La distancia de un punto a una recta es la longitud del segmento perpendicular trazado entre el punto y la recta.....
- 8- Dados dos puntos $A = (x_1; y_1)$ $B = (x_2; y_2)$ la distancia entre ellos se calcula con la fórmula $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- 9- Si un punto del 4º cuadrante se expresa en coordenadas polares ($\rho; \alpha$), será $270^\circ < \alpha < 360^\circ$
- 10- Las coordenadas polares de $P = (0; -9)$ son $P = (-9; 270^\circ)$
- 11- Los puntos $A = (3; 3)$, $B = (3; -3)$, $C = (-3; -3)$ Y $D = (-3; 3)$ determinan un cuadrado cuya diagonal mide $3\sqrt{2}$
- 12- Los puntos $A = (-4; 2)$, $B = (1; 1)$ y $C = (6; 0)$ pertenecen a una misma circunferencia.....
- 13- Los puntos $A = (0; 0)$, $B = (8; 45^\circ)$ y $C = (2; 135^\circ)$ se encuentran alineados.....
- 14- Los puntos $A = (0; 0)$, $B = (-4; 0)$ y $C = (8; 240^\circ)$ son los vértices de un triángulo rectángulo.....
- 15- Los puntos $A = (2; 75^\circ)$, $B = (6; 75^\circ)$ y $C = (2; 245^\circ)$ están alineados.....
- 16- Los puntos $A = (3; 8)$, $B = (13; 8)$, $C = (13; 12)$ y $D = (3; 12)$ son los vértices de un rectángulo de $M = 2,5$
- 17- Un pentágono de lado 3m y cuyo centro coincide con el origen del SCC, tiene dos vértices de coordenadas $A = (1,5; -3)$ y $B = (-1,5; -3)$
- 18- Una rampa de longitud 5m, pendiente $i = 100\%$ y el origen del SCC coincide con el comienzo de la misma, el punto $P = (5; 45^\circ)$ es donde termina la rampa.....
- 19- La distancia entre los puntos $A = (0; 2)$ y $B = (12; 10)$ se calcula de las dos formas:
 $d = \sqrt{(12-0)^2 + (10-2)^2}$ y $d = \sqrt{(0-12)^2 + (2-10)^2}$

MATEMÁTICA Y ARQUITECTURA

Análisis de obra

Por Miriam
Agosto

OBRA: Pabellón del Bicentenario Córdoba

Autores: Arqs. Iván Castañeda, Alejandro Cohen, Cristián Nanzer, Inés Saal, Juan Sallasa, Santiago Tissot

Ubicación: Córdoba, Argentina

Concurso Público: Marzo de 2010

Ingeniería: Carlos Larsson **Asesor Ingeniería:** Arq. Rosendo Dantas **Paisaje:** Arq. Virginia Piñero **Empresa Constructora:** AMG **Promotor:** Gobierno de la Provincia de Córdoba

Área de Proyecto: 6170 m².

Fotografías: Cortesía Arq. Cristián Nanzer

INTRODUCCION:

Dice Miguel de Guzmán²: “el quehacer matemático es por naturaleza eminentemente comunicativo. Es arte, productor de belleza de la que hacemos a otros partícipes; es ciencia, que explora la realidad en colaboración con otros; es herramienta, con la que se puede dominar algunos aspectos de este mundo que compartimos; es juego, del que se disfruta en compañía...”

Para comprender el amplio y fascinante mundo de la Matemática y sobre todo, para relacionarla con la Arquitectura como tema central de nuestro interés, necesitamos trabajar sobre algunas prácticas muy habituales en nuestra carrera como es el análisis de la obra de arquitectura. En verdad, ninguna obra de arquitectura sería posible de comprender sin el aporte de la Matemática y dentro de esta disciplina, la Geometría y el Análisis Matemático en particular.

DESARROLLO:

La idea de proyecto

La obra elegida es el **Pabellón del Bicentenario Córdoba y Archivo Histórico – Centro de Interpretación de la Provincia**, implantado en el Parque Sarmiento y conectado con otros edificios emblemáticos de la ciudad como es el MEC-Museo de Arte Contemporáneo Emilio Caraffa (GGMPU Arquitectos), que se despliega en la esquina del Parque, abriéndose hacia Plaza España proyecto del Arq. Miguel Ángel Roca y el museo de Ciencias Naturales de la Provincia.



A decir de sus autores, el objetivo fue crear un “edificio paisaje” en el que se diera “el flujo y el encuentro múltiple y diverso” sin perder de vista el objetivo de edificio – monumento.

² Nació en el seno de una familia con gran interés en la ciencia. Ya de muy joven demostró una gran curiosidad por las matemáticas, en especial por los temas más abstractos. Finalizó el bachillerato en 1952 y a pesar de ese interés por las matemáticas, inició estudios de ingeniería industrial en Bilbao, decisión probablemente influenciada por la situación laboral de la época y lugar.

Dada las características del terreno (con un desnivel de 6,50 m entre el Parque y la Avenida Poeta Lugones) se pensó en la idea de concebir "una placa de hormigón ondulado de 67m x 69 m, la que se despliega en un gesto líquido petrificado, la plaza que captura el movimiento de un mar pétreo y congela en el aire su impulso para oficial el encuentro entre la ciudad y su parque más antiguo".

Debajo de la plaza se ubica la sala de exposiciones del Centro de Interpretación y el Archivo Histórico de la Provincia de Córdoba, con auditorio y demás dependencias de servicio. El edificio se confunde con la naturaleza a modo de caverna ya que no existen volúmenes emergiendo a la superficie, siendo éste el objetivo de no competir con el resto de los edificios emblemáticos.

La planta se organiza en módulos estructurales de 9m x 9m de luz, o múltiplos de este, lo que otorga total flexibilidad al programa de actividades. El resto de la estructura de sostén del edificio se completa perimetralmente con columnas inclinadas en forma de "V" que trabajan como planos resistentes tanto para cargas gravitatorias como para esfuerzos sísmicos horizontales.



La Matemática y la obra

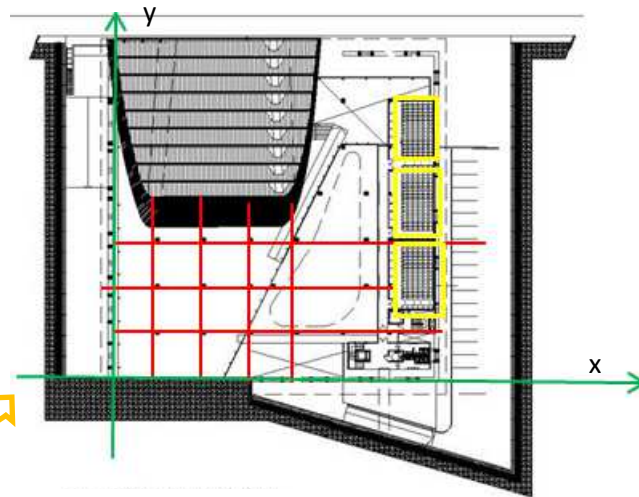
Sería bueno preguntarnos en este momento ¿dónde está presente la Matemática en esta obra de arquitectura? o pensar que Si la Matemática se compone de conceptos en apariencia tan abstractos, cómo se aplica de manera concreta en las obras de Arquitectura?

La Matemática nos permite desde su abstracción, comprender la estructura geométrica del objeto de manera sencilla o simplificada para lograr su cuantificación. También nos permite posicionar figuras en el plano y en el espacio, dimensionarlas y cuantificarlas a los fines de tener una visión previa e integral de las obras de arquitectura que luego han de ser construidas y habitadas por el hombre.

Así es que reconocemos figuras planas y nos encontramos con la posibilidad de calcular superficies y perímetros de las mismas así como también calcular volúmenes de los cuerpos y superficies espaciales.

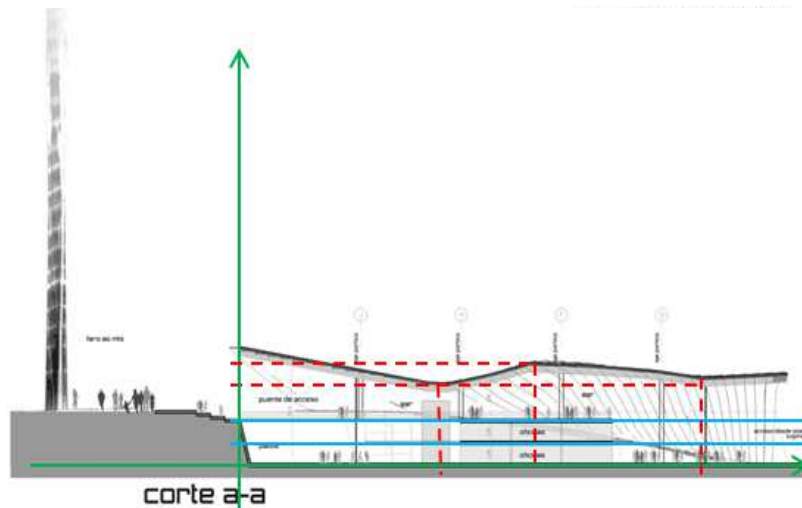
El trabajo con puntos, líneas y porciones de planos y sus infinitas combinaciones, facilita la tarea del diseño arquitectónico al permitir el desarrollo de tramas planas y espaciales y el empleo de simetrías y ordenes, elementos claves cuando se proyecta una obra de Arquitectura.

En la planta del Archivo se reconocen las figuras simples del rectángulo en los locales de trabajo y la trama cuadrangular que define la estructura del edificio, elementos asociados a un sistema de coordenadas en el plano que permite definir la posición de los mismos.



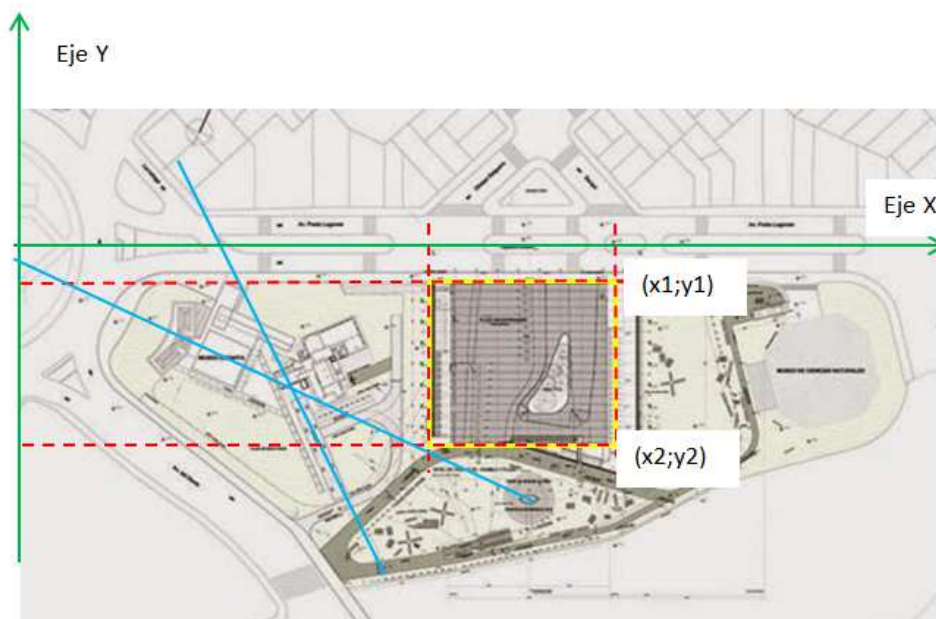
En el corte o sección vertical, al

igual que en la planta o sección horizontal los Sistemas Coordenados permiten posicionar con exactitud cada uno de los puntos de inflexión de la losa curva y definir de esa manera la ubicación de columnas y fundaciones para garantizar la estabilidad del edificio.



Podemos considerar la situa-

ción de la obra a escala urbana y referirla a Sistemas Coordenados relativos a otros puntos significativos asociando ejes a rectas destacadas.



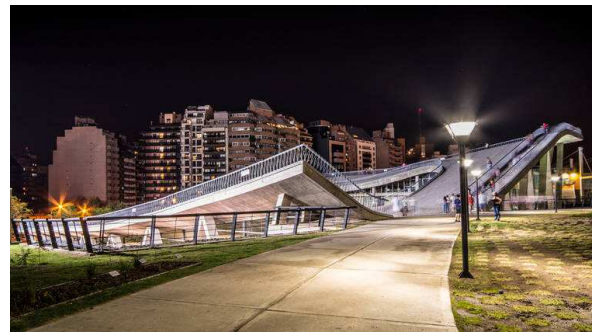
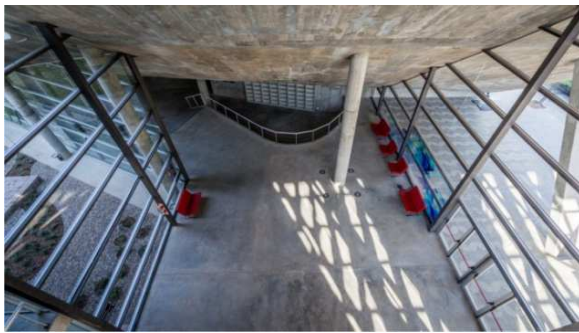
Conclusiones:

El aporte de la Matemática como herramienta para el diseño, proyecto y cálculo de una obra de arquitectura es ilimitado.

Las imágenes de la obra del Archivo histórico de Córdoba nos muestran una geometría múltiple y compleja, difícil de comprender a simple vista. Las herramientas matemáticas nos demuestran que esa complejidad es posible de simplificar con el conocimiento de las entidades geométricas, la trigonometría y el estudio de la geometría analítica. El manejo de estas herramientas permite abrir caminos para resolver hasta lo más complejo y hacer sencillo lo más complicado. Sólo queda animarse a recorrer el camino y descubrirlo.

La Matemática muestra un universo enorme que se abre a tu disposición, el resto solo tiene como límite tu propia imaginación y creatividad.

Vistas interiores y exteriores del edificio



Bibliografía:

1) <http://www.plataformaarquitectura.cl/cl/02-122583/en-construccion-pabellon-del-bicentenario-cordoba-ivan-castaneda-alejandro-cohen-cristian-nanzer-ines-saal-juan-salassa-santiago-tissot>

2) https://www.google.com.ar/search?q=arquitectura+pabellon+del+bicentenario+cordoba&biw=1920&bih=947&tbm=isch&tbo=u&source=univ&sa=X&ei=d3LfVPO4Nbb7sASN_ILwDA&ved=0CCQQAQ#tbn=isch&q=arquitectura+pabellon+del+bicentenario+cordoba-archivo+historico&imgdii

GLOSARIO

Definición de conceptos

Para que puedas darle utilidad a este elemento de trabajo, antes que nada definiremos qué es un **glosario**.

Un **glosario** es un anexo que se agrega al final de libros, investigaciones, tesis o enciclopedias. En él, se incluyen todos aquellos términos poco conocidos, de difícil interpretación, o que no sean comúnmente utilizados en el contexto en que aparecen. Cada uno de estos términos viene acompañado de su respectiva definición o explicación. De esta forma, un glosario no es lo mismo que un diccionario, aunque en ambos se encuentran palabras de significado quizás desconocido y tienen la característica de dar conceptos. Hay una ligera diferencia: en el glosario sólo podemos encontrar términos desconocidos de un texto en un libro específico, mientras que en el diccionario podemos encontrar cualquier término. Son todas aquellas palabras desconocidas o las más importantes de dicho texto. (<http://es.wikipedia.org/wiki/>).

Este **glosario** no contendrá términos referidos a la Matemática sino a la Arquitectura, con el objetivo que te ayude a comprender el enunciado de los ejercicios que resolverás y además te familiarices con el lenguaje propio de tu futura profesión. Esperamos te sea de mucha utilidad!

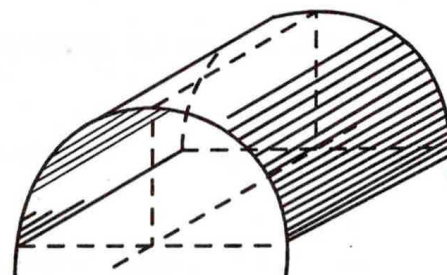
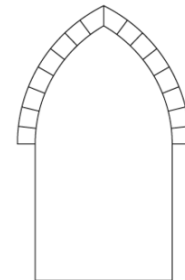
Arco apuntado: Elemento constructivo lineal de forma curvada.

Auditorio: (del latín *auditorium*, una serie de asientos puestos de manera semicircular en el anfiteatro romano) es el espacio dentro de un teatro, de un cine, de una sala de conciertos, de una escuela o de cualquier otro espacio público (incluso al aire libre) al que asiste una audiencia (público) a escuchar y/u observar un evento o presentación cultural, educativo, político o social (espectáculo, concierto, película, obra de teatro, examen, recital, coloquio, lectura pública, performance, happening, fiesta, mitin, debate, conferencia, asamblea, etcétera)

Bóveda de cañón. La formada por un semicilindro. También se denomina de medio cañón.

Columna: es un soporte vertical de gran altura respecto a su sección transversal.

Cimbra: Estructura auxiliar que sirve para sostener el peso de un arco o de otras obras de cantería, durante la fase de construcción. También, curvatura interior de un arco o de una bóveda.



BÓVEDA DE CAÑÓN SEGUIDO



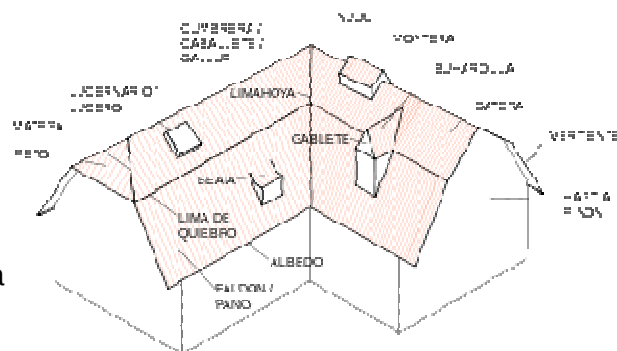
Cercha: es una celosía de canto variable a dos aguas. Una **celosía** es una estructura reticular de barras rectas interconectadas en nodos formando triángulos planos (en celosías planas) o pirámides tridimensionales (en celosías espaciales). En muchos países se les conoce como armaduras o reticulados.



Cordón: cada una de las barras inferior y superior que componen la estructura principal de una viga reticulada.



Cumbrera: es el remate de un tejado que suele solapar a la última teja de la limatesa. Se emplea para unir dos líneas de elevada cota, es decir que se encuentre en la cumbre. Por ejemplo en las casas con tejados cubiertos de tejas de dos aguas (techo).¹ La cumbrera, de esta forma, ocupa las aristas de la cubierta.



Carpintería: Conjunto de puertas y ventanas diseñadas para una obra. Debido a la aparición de nuevos materiales para la elaboración de puertas y ventanas, la de madera se ha ido sustituyendo por el aluminio o PVC, y los antiguos carpinteros que trabajaban con madera se especializaron en la realización de estas manufacturas conocidas también como **carpintería**: «Carpintería de aluminio» y «Carpintería de PVC».

Contrahuella: Es la parte vertical del peldaño, por oposición a la huella, que es la zona del escalón que se pisa. Por lo tanto cada escalón cuenta con una porción horizontal o huella y otra vertical o contrahuella.



Cubierta: Elemento constructivo que protege a los edificios en la parte superior y, por extensión, a la estructura que la sostiene. En ciertos casos, también se llama techumbre.

Dintel: Elemento estructural horizontal que salva un espacio libre entre dos apoyos. Es el elemento superior que permite abrir huecos en los muros para conformar puertas, ventanas o pórticos.

Escalón: Peldaño de piedra, madera u otra materia que sirve para subir o bajar. Grada de una escalera, es decir, la parte horizontal sobre la que se coloca el pie.

Estanque: pequeña cavidad de agua, natural o artificial, utilizado cotidianamente para proveer el riego, criar peces, nadar, etcétera, o con fines meramente ornamentales.

Emplazamiento: el termino indica la relación del objeto de estudio con el contexto geográfico local (junto al vado de un río, en una bahía, en la cima de un cerro...)

Entablonado: hace referencia tanto al pavimento de madera o material tabla, así como su instalación.



Entorno: Se asocia la concepto de medio ambiente y comprende el conjunto de valores naturales, sociales y culturales existentes en un lugar y en un momento determinado, que influyen en la vida del ser humano .Es decir, no se trata sólo del espacio en el que se desarrolla la vida, sino que también comprende otros factores así como elementos tan intangibles como la cultura

Fachada: Cualquier paramento exterior de un edificio; aunque por defecto, hace alusión a la delantera o principal, indicándose más datos en caso contrario (fachada trasera, fachada norte, etc.)

Faldón: En las cubiertas de los edificios con cuatro vertientes se llama **faldón** a cada uno de los que caen sobre las paredes.

Galería: es el espacio cubierto que, en algunos edificios o manzanas de casas, se dispone ante las entradas y bajo la parte más adelantada hacia la calle de los pisos superiores, permitiendo el tránsito cubierto de peatones a través de él, paralelamente a la propia calle.



Huella: es la profundidad de los peldaños en una escalera.

Luminaria: utensilios que proporcionan luz artificialmente. Desde un punto de vista más técnico, se distingue entre dos objetos y se llama **lámpara** al dispositivo soportado, al que produce la luz, también llamado bombilla o foco, siendo la **luminaria** el utensilio o aparato que le sirve de soporte.

Lucernario: Un **tragaluz**, **claraboya**, **lucerna** o **lucernario** es una ventana situada en el techo o la parte superior de una pared utilizada para proporcionar luz a una habitación.



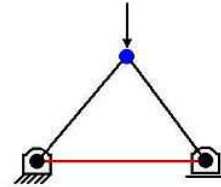
Muro: construcción lineal y vertical que forma parte de un edificio.

Mampostería: sistema tradicional de construcción que consiste en erigir muros y paramentos mediante la colocación manual de los elementos o los materiales que los componen (denominados *mampuestos*).

Mortero: Mezcla de cal, arena y agua, que sirve para trabar las piedras y ladrillos con que se fabrican las paredes.

Mosaico: es una obra pictórica elaborada con pequeñas piezas de piedra, cerámica, vidrio u otros materiales similares de diversas formas y colores, llamadas teselas, unidas mediante yeso, u otro aglomerante, para formar composiciones decorativas geométricas o figurativas.

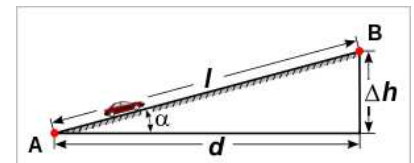
Nudo: punto de unión o vínculo entre barras en una estructura metálica.



Nicho. Cualquier cavidad practicada en el muro. También se le denomina hornacina.



Pendiente: inclinación de un elemento ideal, natural o constructivo respecto de la horizontal.



Piso flotante: pavimentos de madera que no están pegados ni clavados al soporte.

Parquización: diseño de paisaje .Se asocia a la arquitectura paisajista y toma en cuenta el terreno, el drenaje, el clima y otros aspectos para la propuesta de vegetación en un determinado sector.

Policarbonato: (PC) es un grupo de termoplásticos fácil de trabajar, moldear y termoformar, y es utilizado ampliamente en la manufactura moderna. El nombre "policarbonato" se basa en que se trata de polímeros que presentan grupos funcionales unidos por grupos carbonato en una larga cadena molecular.

Pérgola: es un elemento arquitectónico y estructural, conformado por un corredor flanqueado por columnas verticales (denominadas pilares) que soportan vigas longitudinales (durmientes) que unen las columnas de cada lado, y otras transversales apoyadas en las anteriores (cabios) a una altura igual o superior uniendo ambos lados y que conforman un enrejado abierto, donde usualmente se desarrollan plantas trepadoras.



Parcela: pequeña porción de terreno (proveniente de otro más grande) que puede ser utilizada para diferentes motivos. Se usa frecuentemente en las construcciones urbanísticas.

Peldaño: cada uno de los escalones de una escalera.

Portal: un tipo de puerta, en general de jerarquía por sus dimensiones y materialidad, que destaca el ingreso a una villa, a un barrio o parcela.

Perfil: es un producto fabricado en acero empleado usualmente en estructuras de edificación y obra civil.

Piscina: es un estanque artificial destinado al baño y deportes como la natación.

Plazoleta: espacio urbano público, amplio y descubierto, en el que se suelen realizar gran variedad de actividades. Su nombre hace referencia a una superficie de menor tamaño que una plaza y donde se realizan actividades de menor jerarquía o importancia dentro de una ciudad o poblado.

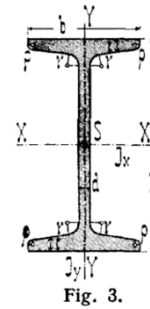


Fig. 3.

Rampa: son elementos constructivos similares a planos inclinados, que permiten a través de su recorrido salvar distintas alturas. Pueden ser utilizadas, tanto en la construcción de aceras, accesos a edificios o incluso medios de transporte público, como una alternativa a las escaleras para facilitar la locomoción de personas discapacitadas o con movilidad reducida. En general, también sirven para subir o bajar cargas disminuyendo los esfuerzos.

Teja: es una pieza con la que se forman cubiertas en los edificios, para recibir y canalizar el agua de lluvia, la nieve, o el granizo. Hay otros modos de formar las cubiertas, pero cuando se hacen con tejas, reciben el nombre de **tejados**.

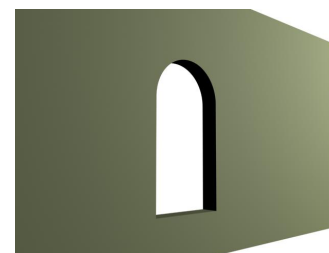


Urbanización: conjunto de viviendas y edificios que incluyen el diseño de otras estructuras similares y que cuenta con la dotación de todos los servicios básicos para el desarrollo de las actividades humanas.



Viga: elemento estructural lineal que trabaja principalmente a flexión. En las vigas, la longitud predomina sobre las otras dos dimensiones y suele ser horizontal.

Vano. Es cualquier apertura en un muro o pared como son los huecos de ventanas o puertas, y se utiliza también para referirse a la distancia entre apoyos en una estructura (también denominada "luz").



Zócalo. Parte inferior de un edificio u obra, que sirve para adornar el edificio y proteger la pared de los agentes atmosféricos.

Bibliografía:

http://es.wikipedia.org/wiki/Anexo:Glosario_de_arquitectura#A

<http://www.oficad.com/diccionario/diccionariob.htm>

[http://es.wikisource.org/wiki/Mezcla_\(DAC\)](http://es.wikisource.org/wiki/Mezcla_(DAC))

<https://www.google.com.ar>



MODELOS DE EXÁMENES

PARA REPASAR: Modelos con respuesta y modelos con desarrollo y respuestas

los exámenes parciales y finales son instancias que permiten evaluar el conocimiento adquirido.

Además, existe una evaluación continua del proceso de aprendizaje donde interesan los resultados tras el camino recorrido. Importa la participación activa en las clases, la asistencia, la colaboración y realización de los prácticos integradores.

Como verdaderos protagonistas del proceso de enseñanza y aprendizaje, será interesante que observen su camino en la asignatura con una mirada crítica y optimista. Poder autoevaluarse implica reconocer fortalezas y debilidades y superar los obstáculos de la mano del docente.

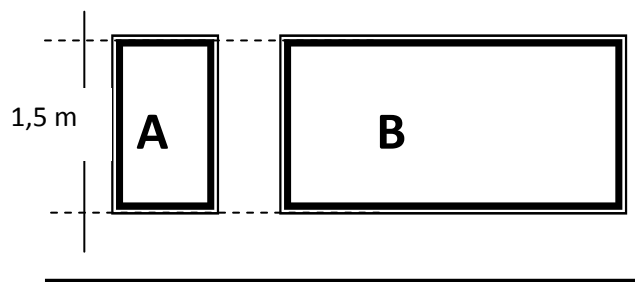
Colab.: Patricia Crivello

RECUERDA QUE EN EL AULA VIRTUAL DE LA CÁTEDRA ENCONTRARÁS APUNTES TEÓRICOS QUE AMPLÍAN CADA TEMA. MÁS EJERCICIOS, MÁS AUTOEVALUACIONES Y TODAS LAS NOVEDADES A MEDIDA QUE TRANSCURRE EL CURSADO DE MATEMÁTICA IA

FAC. URB y DIS UNC	APELLIDO Y NOMBRE	Tema
CATEDRA MATEMATICA IA	MATRICULA: Fecha:	Calif:

- 1- En una Planilla de Carpintería, dos aberturas tienen la misma altura de 1,5 m. El módulo de la ventana A es 1,6667; y el módulo de la ventana B es 3,3333. **¿Cuál es la suma de sus superficies destinadas a iluminación?** Graficar a escala.

Respuesta: $8,85\text{m}^2$



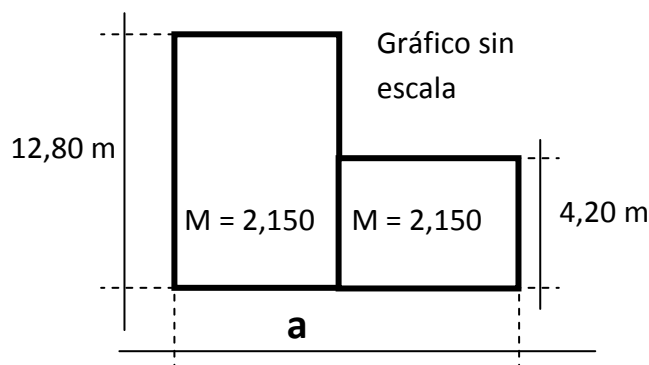
- 2 - Si se conocen las Coordenadas Polares en el plano de los puntos A y B que determinan el diámetro de una pista circular, se pide en base los datos **calcular el perímetro** de la misma. Datos: A ($\sqrt{5}$; $206^\circ 33' 54,1''$) y B (5 ; $323^\circ 7' 48,37''$)

Graficar en un Sistema Coordenado Cartesiano.

Respuesta: $p = 19,87 \text{ m}$

- 3-Los dos Rectángulos que se grafican representa la fachada de un Edificio. Ambos Rectángulos deben tener el mismo Módulo = 2,150. En base a los datos conocidos, **calcule el ancho "a"** de la fachada.

Respuesta: $a = 14,983 \text{ m}$



4-

- Expresa los conceptos de seno, coseno y tangente de un ángulo
- Para qué es útil el teorema de Pitágoras?
- ¿Qué es el Módulo de un rectángulo? Ejemplifica para qué es necesario conocer el módulo de este polígono.

5-Una abertura como la que se muestra tiene una altura de 1,50 m. La misma está dividida en tres paños de anchos diferentes. La superficie de iluminación fija (área texturada) es igual a $2,70 \text{ m}^2$. En base a los datos, responder cuál es el **Módulo del rectángulo** que corresponde a toda la abertura.

Respuesta: $M = 2,82$

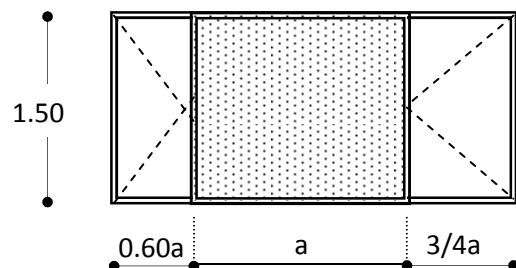


Grafico sin escala

6-

- ¿Qué significa **resolver** un triángulo?
- Para qué es útil el teorema del seno?
- ¿Cuáles son los rectángulos estáticos? Ejemplifica y grafica.

FAC. URB y DIS UNC	APELLIDO Y NOMBRE	Tema
CATEDRA MATEMÁTICA IA	MATRÍCULA:	Fecha:
		Calif:

1) Marque la **respuesta correcta y justifique**

V	F	Dos rectángulos son semejantes cuando tienen la misma superficie
V	F	Un rectángulo puede subdividirse en rectángulos internos proporcionales al rectángulo dado.
V	F	Las funciones trigonométricas y el teorema de Pitágoras se utilizan para resolver triángulos rectángulos
V	F	La pendiente se expresa en porcentaje y la tangente de un ángulo en metros

2) El cordón de vereda de una plazoleta de planta circular, tiene un tramo de piedra para alcantarilla de 4 m, corresponde al arco que abarca un ángulo de 0,8726646 rad. ¿Cuál es la longitud del **arco de circunferencia del cordón de vereda restante**?

Respuesta: Long. = 24,8 m

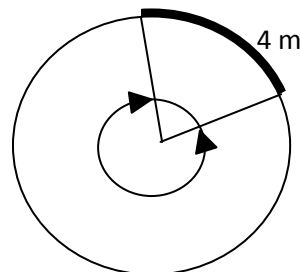
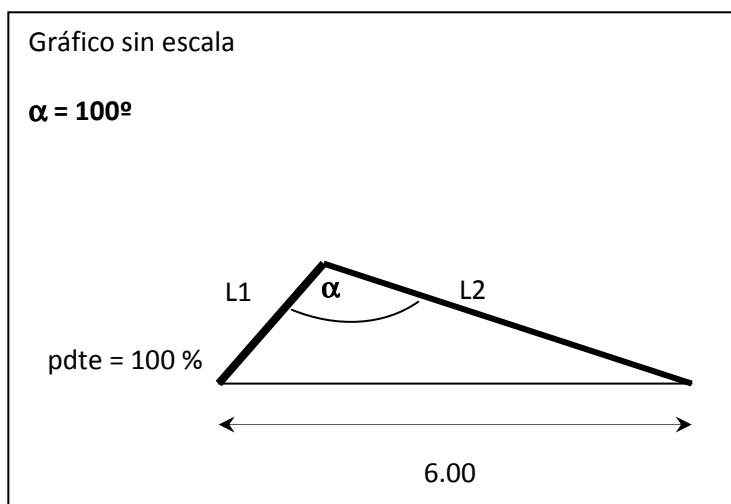


Gráfico sin escala

3) Calcular la **longitud (L1 + L2)** del perfil que se representa. Los datos están indicados en el gráfico.

Respuesta:

Long. = 7,8026 m

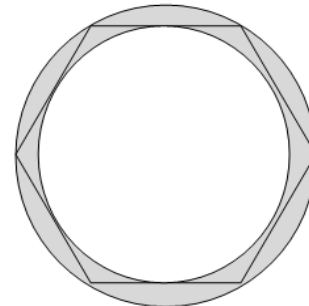


4) A un hexágono regular de 4 cm de lado se le inscribe una circunferencia y se le circunscribe otra. Hallar el área de la **corona circular** así formada (superficie grisada en el gráfico)

Gráfico sin escala

Respuesta:

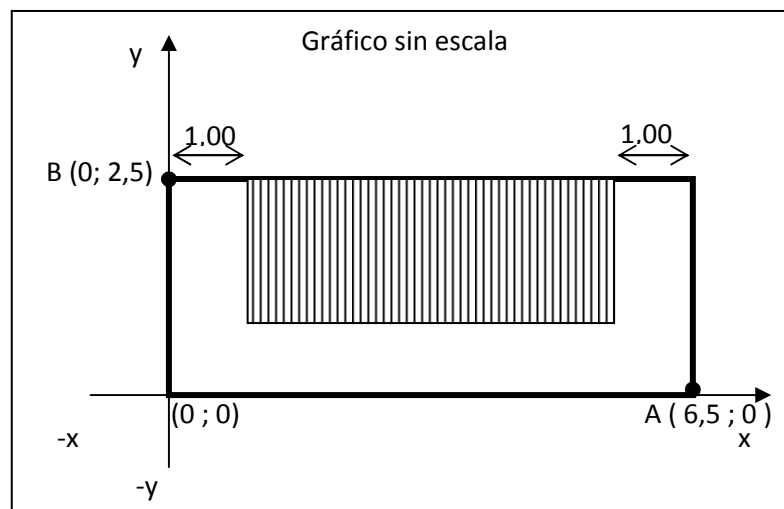
Área. corona = 12,599 m²



5) El corte de un local está definido por un rectángulo. Calcular **el área** de una pantalla rectangular (área rayada) que cuelga del techo y es proporcional al perfil del local.

Respuestas:

Área= 7,79 m²



6) El módulo de un terreno rectangular es $\sqrt{5}$. La planta circular del edificio allí construido tiene una superficie de 230 m².

Calcular **el área libre** (área grisada).

Respuesta:

Área Libre = 424,82 m²

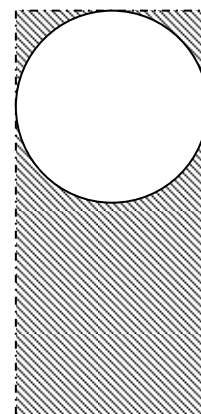
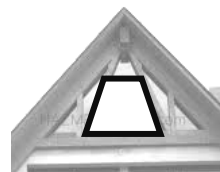
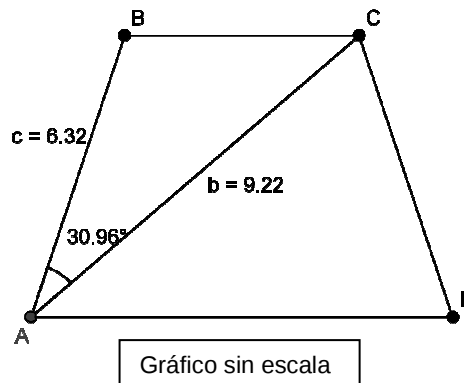


Gráfico sin escala

FAC. URB y DIS UNC	APELLIDO Y NOMBRE	Tema
CATEDRA MATEMÁTICA IA	MATRÍCULA: Fecha:	Calif:

1- Determine **el perímetro ABCD en metros de parte de una ventana** de forma de trapecio isósceles de la que se conocen los datos que figuran en el gráfico. Las medidas lineales están dadas en dm y las angulares de manera incompleja.



Respuesta: perímetro = 26,65 m

Foto ejemplo

2- La proyección de un cielorraso suspendido(de forma circular) sobre la planta cuadrada de una pista de baile es tal como se ve en la figura. Se pide **determinar el área rayada sabiendo que el centro de la circunferencia y su diámetro coinciden con el lado del cuadrado**. Se conoce como dato que la diagonal del cuadrado mide 5m.

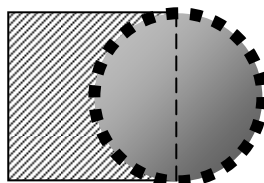


Gráfico sin escala



Foto ejemplo

Respuesta: Área = 7,593 m²

3- La siguiente imagen nos muestra la **planta hexagonal regular de un local comercial de 5m de apotema** ¿Cuántos metros cuadrados cubre el área rayada en la figura donde se piensa colocar una alfombra?

Dato: El contorno de la circunferencia que representa a la alfombra pasa por los puntos medios de los lados de los triángulos graficados.

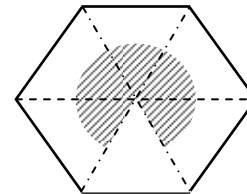


Gráfico sin escala

Respuesta: Área = 21,82 m²

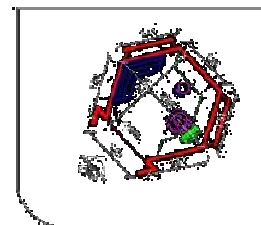
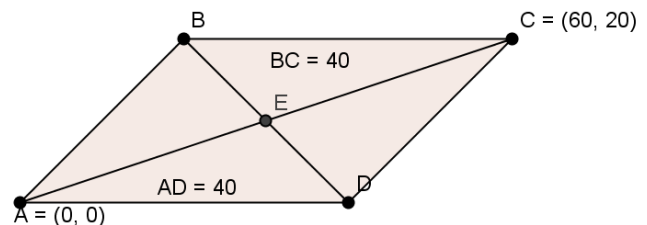


Foto ejemplo

4- Determinar de manera analítica **las coordenadas polares del punto señalado como E**, que resulta de la intersección de las diagonales del paralelogramo.



Respuesta:
E ($\sqrt{1000}$; 18° 26' 5,82")

5- Marque la **respuesta correcta**

V	F	En una escala de reducción el numerador es menor que el denominador
V	F	Dos rectángulos son proporcionales si tienen el mismo módulo.
V	F	Los valores de la función coseno de un ángulo pueden ser infinitos.
V	F	Un ángulo de 450° se encuentra en el 1er cuadrante del plano.

UNC FAUD Cátedra de Matemática I A	APELLIDO, Nombre:	Tema A Calif:
	Matrícula: Fecha:	

Nota: Se deben realizar todos los procedimientos en forma correcta y clara. Las operaciones deben ser realizadas con máxima precisión; sólo se puede redondear el resultado final del ejercicio. Los gráficos que se presentan no han sido realizados a escala y son solo esquemáticos. Trabajar en metros. El símbolo $\sqrt{}$ representa Raíz Cuadrada.

- 1) La fachada de un local comercial tiene letreros de diferentes dimensiones pero de iguales proporciones entre sí y con la fachada. Se desea saber qué **superficie** tiene el letrero remarcado en **negrita**?

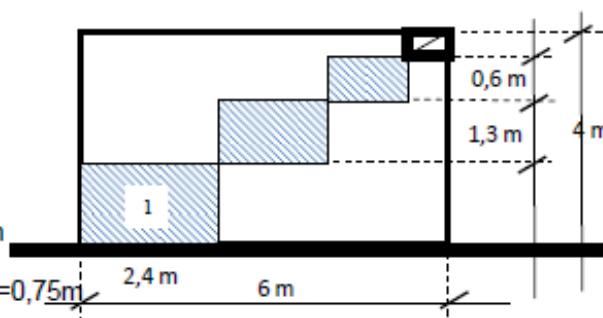
$$M_{\text{fachada}} = \frac{L_{\text{mayor}}}{l_{\text{menor}}} = \frac{6 \text{ m}}{4 \text{ m}} = 1,5$$

$$M_1 = \frac{2,4 \text{ m}}{l_{\text{menor}}} \Rightarrow l_{\text{menor}} = \frac{2,4 \text{ m}}{1,5} = 1,6 \text{ m}$$

$$l_{\text{menor}} = (4 - 0,6 - 1,3 - 1,6) \text{ m} = 0,5 \text{ m}$$

$$L_{\text{mayor}} = M \times l_{\text{menor}} = 1,5 \times 0,5 \text{ m} = 0,75 \text{ m}$$

$$\text{Sup} = L_{\text{mayor}} \times l_{\text{menor}} = 0,75 \text{ m} \times 0,5 \text{ m} = 0,375 \text{ m}^2$$



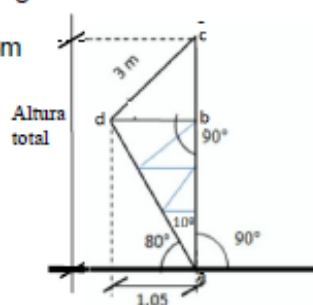
Rta: **Superficie = 0,375 m²**

- 3) ¿Cuál es la altura máxima o total del reticulado graficado a continuación?

$$\text{Tg} 10^\circ = \frac{c.\text{op}}{c.\text{ady}} = \frac{1,05 \text{ m}}{ab} \Rightarrow ab = \frac{1,05}{\text{tg} 10^\circ} = 5,9548 \text{ m}$$

$$bc = \sqrt{cd^2 - db^2} = \sqrt{3^2 - 1,05^2} = 2,8102 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \text{Altura Total} &= ab + bc = 5,9548 \text{ m} + 2,8102 \text{ m} \\ &= 8,7650 \text{ m} \end{aligned}$$



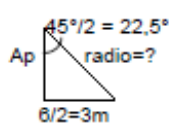
Rta: **Altura Total = 8,7650 m**

4) Responder si es Verdadero o Falso.

50 son las diagonales totales del decágono.	Falso
Los teoremas del seno y coseno permiten resolver todo tipo de triángulos.	Verdadero
La función Seno varía entre los valores de 1 y -1.	Verdadero
La proporción de los Rectángulos dinámicos siempre es igual a ϕ .	Falso

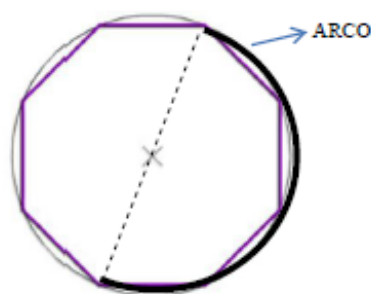
5) ¿Cuánto mide la **longitud del arco de circunferencia** destacado en **negrita** en la figura, sabiendo que la circunferencia circunscribe a un octógono regular de 6 m de lado?
Nota: El ángulo central de polígono mide 50° .

$$\frac{\alpha^\circ}{360^\circ} = \frac{50^\circ}{400^\circ} \Rightarrow \alpha^\circ = 360^\circ \times \frac{50^\circ}{400^\circ} = 45^\circ$$



$$\text{sen } 22,5^\circ = \frac{\text{c.op}}{\text{Hip}} = \frac{3\text{m}}{\text{radio}}$$

$$\Rightarrow \text{radio} = \frac{3\text{m}}{\text{tg} 22,5^\circ} = 7,8393\text{m} = R. \text{ circunf.}$$



$$L. \text{ circunf.} = 2 \times \pi \times \text{radio} = 2 \times \pi \times 7,8393\text{m} = 49,2558\text{m}$$

$$\text{Longitud del arco semicircunf.} = 49,2558 \text{ m} / 2 = 24,6279\text{m}$$

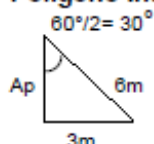
Rta: **L = 24,6279 m**

6) ¿Cuál es la **superficie sombreada** (ver gráfico inferior), si se sabe que la misma corresponde a un tipo particular de pavimento dentro de una plaza hexagonal regular?

Nota: Los vértices del hexágono regular interior, coinciden con los puntos medios de los lados del polígono mayor.

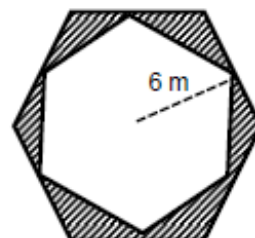
Datos: Apotema políg. Exterior= Radio políg. Interior= 6m

Polígono Interior: $\text{Sup} = \frac{P \times \text{ap}}{2}$

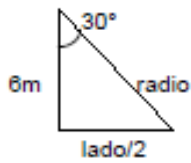


$$\text{ap} = \sqrt{\text{hip}^2 - \text{cateto}^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 5,1962\text{m}$$

$$\text{Sup} = \frac{6 \times 6\text{m} \times 5,1962\text{m}}{2} = 93,5316\text{m}^2$$



Polígono Exterior: $\text{Sup} = \frac{P \times ap}{2}$



$$\text{tg}30^\circ = \frac{\text{c.op}}{\text{c.ady}} = \frac{\text{Lado}/2}{6\text{m}} \implies \text{Lado} = 2 \times \text{tg}30^\circ \times 6\text{m} = 6,9282\text{m}$$

$$\text{Sup} = \frac{6 \times 6,9282\text{m} \times 6\text{m}}{2} = 124,7076\text{m}^2$$

$$\begin{aligned} \text{Sup sombreada} &= \text{Sup. Polígono Exterior} - \text{Sup. Polígono Interior} \\ &= 124,7076\text{m}^2 - 93,5316\text{m}^2 = 31,176\text{m}^2 \end{aligned}$$

Rta: **Sup. Sombreada = 31,176 m²**

UNC FAUD Cátedra de Matemática I A	APELLIDO, Nombre:	Tema B Calif:
	Matrícula: Fecha:	

Nota: Se deben realizar todos los procedimientos en forma correcta y clara. Las operaciones deben ser realizadas con máxima precisión; sólo se puede redondear el resultado final del ejercicio. Los gráficos que se presentan no han sido realizados a escala y son solo esquemáticos. Trabajar en metros. El símbolo $\sqrt{}$ representa Raíz Cuadrada.

1) La fachada de un local comercial tiene letreros rectangulares de diferentes dimensiones pero de igual proporción entre ellos. Se desea saber qué superficie tiene el letrero remarcado en negrita?

$$M_{\text{cartel mayor}} = \frac{L_{\text{mayor}}}{l_{\text{menor}}} = \frac{4 \text{ m}}{2,4 \text{ m}} = 1,6667$$

$$M_{\text{cartel mayor}} = M_{\text{cartel}} \quad \square$$

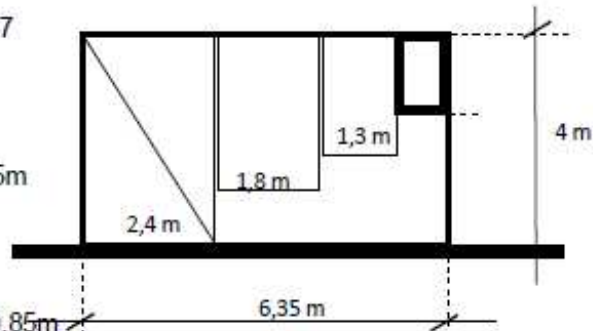
$$l_{\text{menor}} = 6,35 \text{ m} - 2,4 \text{ m} - 1,8 \text{ m} - 1,3 \text{ m} = 0,85 \text{ m}$$

$$M = \frac{L_{\text{mayor}}}{l_{\text{menor}}} = \frac{L_{\text{mayor}}}{0,85 \text{ m}}$$

$$\Rightarrow L_{\text{mayor}} = M \times l_{\text{menor}} = 1,6667 \times 0,85 \text{ m} = 1,4167 \text{ m}$$

$$\text{Sup} = L_{\text{mayor}} \times l_{\text{menor}} = 1,4167 \text{ m} \times 0,85 \text{ m} = 1,2042 \text{ m}^2$$

$$\text{Rta: Sup. } \square = 1,2042 \text{ m}^2$$



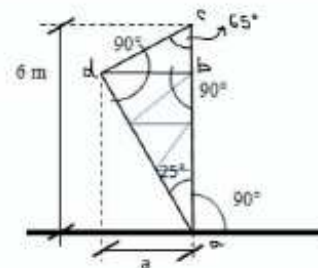
3)Cuál es el ancho máximo (a) del reticulado graficado a continuación?

$$\text{sen } 65^\circ = \frac{c_{\text{op}}}{\text{hip}} = \frac{ad}{ac} \Rightarrow ad = \text{sen } 65^\circ \times 6 \text{ m} = 5,4378 \text{ m}$$

$$\text{sen } 25^\circ = \frac{c_{\text{op}}}{\text{hip}} = \frac{bd}{ad} \Rightarrow bd = a = \text{sen } 25^\circ \times 5,4378 \text{ m}$$

$$a = 2,2981 \text{ m}$$

$$\text{Rta: Ancho máximo } a = 2,2981 \text{ m}$$

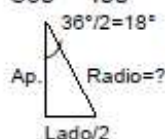


4) Responder si es Verdadero o Falso.

18 son las diagonales totales del decágono.	FALSO
La fórmula de Herón permite calcular el perímetro de los triángulos.	FALSO
La función Coseno varía entre los valores de 1 y -1.	VERDADERO
La proporción de los Rectángulos estáticos siempre es un número Irracional.	FALSO

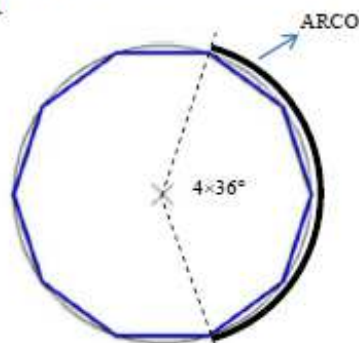
5) ¿Cuánto mide la longitud del arco de circunferencia que inscribe a un polígono regular de 10 lados y que abarca sólo a 4 de sus lados (ver gráfico adjunto).
Nota: La longitud de cada lado es de 4 m y el ángulo central del polígono es de 40° .

$$\frac{\alpha^\circ}{360^\circ} = \frac{\alpha^G}{400^G} \Rightarrow \alpha^\circ = \frac{\alpha^G}{400^G} \times 360^\circ = 36^\circ$$



Radio Polígono= Radio Circunferencia.

$$\text{Sen } 18^\circ = \frac{\text{c.op}}{\text{hip}} = \frac{l/2}{\text{radio}} \Rightarrow \text{radio} = \frac{2m}{\text{sen } 18^\circ} = 6,4721m$$



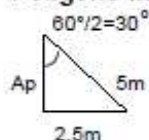
$$\text{Long. Arco} = \frac{2 \times \pi \times \text{radio} \times \alpha^\circ}{360^\circ} = \frac{2 \times \pi \times 6,4721m \times (4 \times 36^\circ)}{360^\circ} = 16,2662m$$

Rta: **Longitud Arco= 16,2662 m**

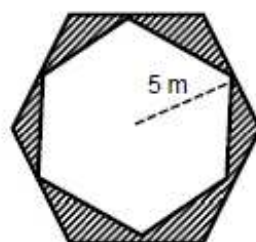
6)Cuál es el área de la superficie sombreada (ver gráfico inferior)si se sabe que la misma corresponde a un tipo particular de pavimento dentro de una plaza hexagonal regular.
Nota: Los vértices del hexágono regular interior, coinciden con los puntos medios de los lados del polígono mayor.

Datos: Apotema políg. Exterior= Radio políg. Interior= 5m

$$\text{Polígono Interior: Sup} = \frac{P \times ap}{2}$$

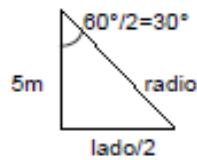


$$ap = \sqrt{\text{hip}^2 - \text{cateto}^2} = \sqrt{5^2 - 2,5^2} = 4,3301m$$



$$\text{Sup} = \frac{6 \times 5\text{m} \times 4,3301\text{m}}{2} = 64,9515\text{m}^2$$

Polígono Exterior: $\text{Sup} = \frac{P \times ap}{2}$



$$\text{tg}30^\circ = \frac{\text{c.op}}{\text{c.ady}} = \frac{\text{Lado}/2}{5\text{m}} \implies \text{Lado} = 2 \times \text{tg}30^\circ \times 5\text{m} = 5,7735\text{m}$$

$$\text{Sup} = \frac{6 \times 5,7735\text{m} \times 5\text{m}}{2} = 86,6025\text{m}^2$$

$$\begin{aligned} \text{Sup sombreada} &= \text{Sup. Polígono Exterior} - \text{Sup. Polígono Interior} \\ &= 86,6025\text{m}^2 - 64,9515\text{m}^2 = 21,651\text{m}^2 \end{aligned}$$

Rta: **Sup. Sombreada = 21,651 m²**

UNC FAUD Cátedra de Matemática I A LIBRE	APELLIDO, Nombre:	Tema A Calif:
	Matrícula: Fecha:	

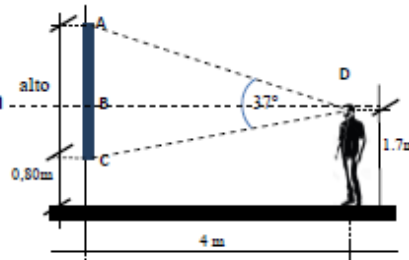
Nota: Debe tener resuelto el 60% de esta prueba correctamente para corregir a continuación la segunda parte del examen. Todos los ejercicios deberán ser resueltos de manera analítica en los espacios destinados a tal fin. Los gráficos no están sujetos a escala. Las operaciones deben ser realizadas con máxima precisión; sólo se puede redondear el resultado final del ejercicio.

1) ¿Cuánto mide el alto del mural graficado según los datos que se aportan?

$$\operatorname{Tg} \alpha = \frac{BC}{BD} = \frac{(1,7 - 0,8) \text{ m}}{4 \text{ m}} \Rightarrow \alpha = 12^\circ 40' 49,38''$$

$$\operatorname{Tg} \beta = \frac{AB}{BD} \Rightarrow ab = \operatorname{Tg} (37^\circ - 12^\circ 40' 49,38'') \times 4 \text{ m} = 1,8077 \text{ m}$$

$$\text{Alto} = AB + BC = 1,8077 \text{ m} + 0,9 \text{ m} = 2,7077 \text{ m}$$



Rta: **Alto del mural= 2,7077m**

3) El siguiente gráfico se corresponde con el corte esquemático de un techo. El mismo posee una profundidad o ancho de 12 m. Se pide: calcular la **superficie de la cubierta** y graficar a escala en un Sistema de Coordenadas Cartesianas.

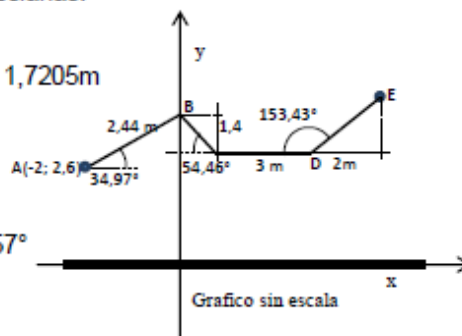
$$AB = 2,44 \text{ m}$$

$$BC : \operatorname{sen} 54,46^\circ = \frac{1,4}{BC} \Rightarrow BC = \frac{1,4}{\operatorname{sen} 54,46^\circ} = 1,7205 \text{ m}$$

$$CD = 3 \text{ m}$$

$$DE : \cos (180^\circ - 153,43^\circ) = \frac{2 \text{ m}}{DE} \Rightarrow DE = \frac{2 \text{ m}}{\cos 26,57^\circ}$$

$$DE = 2,2362 \text{ m}$$



$$\text{Sup} = (2,44 \text{ m} + 1,7205 \text{ m} + 3 \text{ m} + 2,2362 \text{ m}) \times 12 \text{ m} = 112,7604 \text{ m}^2$$

Rta: **Sup= 112,7604 m2**

UNC FAUD Cátedra de Matemática I A LIBRE	APELLIDO, Nombre:	Tema B
	Matrícula: Fecha:	

Calif:

Nota: Debe tener resuelto el 60% de esta prueba correctamente para corregir a continuación la segunda parte del examen. Todos los ejercicios deberán ser resueltos de manera analítica en los espacios destinados a tal fin. Los gráficos no están sujetos a escala. Las operaciones deben ser realizadas con máxima precisión; sólo se puede redondear el resultado final del ejercicio.

1) ¿Cuánto mide el alto del mural graficado según los datos que se aportan?

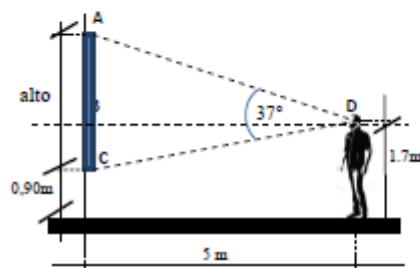
$$\operatorname{Tg} \alpha = \frac{BC}{BD} = \frac{(1.7 - 0.9) \text{ m}}{5 \text{ m}} \quad \alpha = 9^{\circ}05'25''$$

$$\operatorname{Tg} \beta = \frac{AB}{BD} \quad AB = \operatorname{Tg} (37^{\circ} - 9^{\circ}05'25'') \times 5 \text{ m} \\ = \operatorname{Tg} 27^{\circ}54'35'' \times 5 \text{ m}$$

$$AB = 2,6485 \text{ m}$$

$$\text{Alto} = AB + BC = 2,6485 \text{ m} + 0,80 \text{ m} = 3,4485 \text{ m}$$

Rta: **Alto del mural= 3,4485m**



3) El siguiente gráfico se corresponde con el corte esquemático de un techo. El mismo posee una profundidad o ancho de 9 m. Se pide: calcular la superficie de la cubierta y graficar a escala en un Sistema de Coordenadas Cartesianas.

$$AB = 2,33 \text{ m}$$

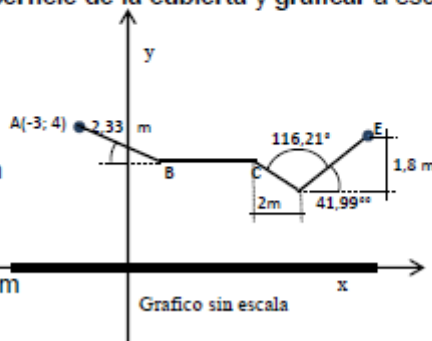
$$BC = 3 \text{ m}$$

$$CD: \cos 21,8^{\circ} = \frac{2 \text{ m}}{CD} \Rightarrow CD = \frac{2 \text{ m}}{\cos 21,8^{\circ}} = 2,154 \text{ m}$$

$$DE: \sin 41,99^{\circ} = \frac{1,8 \text{ m}}{DE} \Rightarrow DE = \frac{1,8 \text{ m}}{\sin 41,99^{\circ}} = 2,6906 \text{ m}$$

$$\text{Sup} = (2,33 \text{ m} + 3 \text{ m} + 2,154 \text{ m} + 2,6906 \text{ m}) \times 9 \text{ m} = 91,5714 \text{ m}^2$$

Rta: **Sup= 91,571 4m2**



UNC FAUD Cátedra de Matemática I A	APELLIDO, Nombre:	Tema A Calif:
	Matrícula: Fecha:	

Nota: Se deben realizar todos los procedimientos en forma correcta y clara. Las operaciones deben ser realizadas con máxima precisión; sólo se puede redondear el resultado final del ejercicio. Los gráficos que se presentan no han sido realizados a escala y son solo esquemáticos. Trabajar en metros.

1-El portón de la figura está formado por tres rectángulos idénticos, de Módulo= 2,5. Siendo la altura del portón de 2,2 m se pide calcular la superficie total en m² del portón y el Módulo del mismo.

$$M_{puerta} = 2,5 = \frac{L_{mayor}}{L_{menor}} = \frac{\text{altura}}{L_{menor}} \Rightarrow L_{menor} = \frac{2,2 \text{ m}}{2,5}$$

$$\text{lado menor puerta} = 0,88\text{m}$$

$$\text{Ancho portón} = 3 \times L_{menor} \text{ puerta} = 3 \times 0,88\text{m} = 2,64\text{m}$$

$$\text{Medidas Portón} = 2,64\text{m} \times 2,20\text{m}$$

$$\text{Sup} = \text{ancho} \times \text{alto} = 2,64\text{m} \times 2,20\text{m} = 5,808\text{m}^2$$

$$M = \frac{L_{mayor}}{L_{menor}} = \frac{2,64\text{m}}{2,20\text{m}} = 1,2$$

$$\text{Rta: Sup. Portón} = 5,808\text{m}^2. \quad M = 1,2$$



2-El rectángulo ABCD de la figura que se adjunta representa un terreno de proporción áurea que se encuentra dividido en un cuadrado ADEF que será la zona construida y un patio rectangular (áureo) FECB. Sabiendo que la superficie del cuadrado es de 320 m², se pide calcular el perímetro correspondiente al patio.

$$\text{Sup cuadrado} = 320\text{m}^2 = \text{Lado}^2 \Rightarrow L = \sqrt{320\text{m}^2}$$

$$L = 17,8885\text{m} = AD = BC = \text{lado menor rectángulo}$$

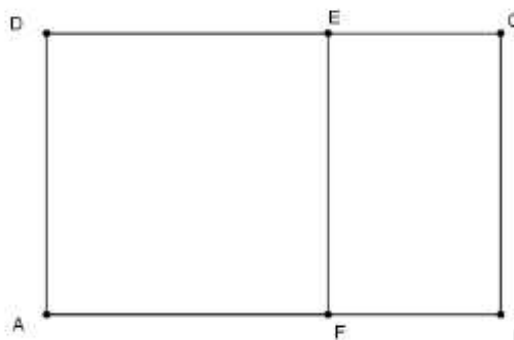
$$M_{\text{rect.}} = \frac{L_{mayor}}{L_{menor}} = \phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \quad L_{mayor} = \phi \times L_{m}$$

$$\Rightarrow L_{mayor} = \phi \times L_{menor} = 1,618... \times 17,8885\text{m} = 28,9442\text{m} = AB = CD$$

$$\text{Lado patio} = AB - AF = 28,9442\text{m} - 17,8885\text{m} = 11,0557\text{m} = BF = CE$$

$$\text{Perímetro} = P = 2 \times 11,0557\text{m} + 2 \times 17,8885\text{m} = 57,8884\text{m}$$

$$\text{Rta: } P = 57,8884\text{m}$$



3-Se desea colocar un dispositivo de seguridad en el punto medio del segmento definido por los puntos A y B indicados en el gráfico. Calcular las coordenadas cartesianas de este punto medio. Graficar los puntos en un SCC.

Datos: A (14,70; 125 °18 ' 40,3 ")
B (3,1623; 108 ° 26 ' 5,82 ")

$$A : \begin{cases} x = \rho \times \cos \alpha = 14,70 \times \cos 125^\circ 18' 40,3'' = -8,50 \\ y = \rho \times \sin \alpha = 14,70 \times \sin 125^\circ 18' 40,3'' = 12 \end{cases}$$

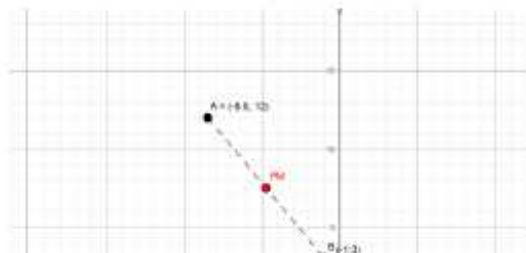
$$B : \begin{cases} x = \rho \times \cos \alpha = 3,1623 \times \cos 108^\circ 26' 5,82'' = -1 \\ y = \rho \times \sin \alpha = 3,1623 \times \sin 108^\circ 26' 5,82'' = 3 \end{cases}$$

A(-8,50; 12) B(-1; 3)

Punto Medio : $x = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-8,50 + (-1)}{2} = -4,75$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{12 + 3}{2} = 7,50$$

PM (-4,75; 7,50)



TRABAJOS PRÁCTICOS INTEGRADORES

EJEMPLOS DE AUTORES ESTUDIANTES
AÑO 2019- AÑO 2020

Objetivos:

- Estimular en el alumno el estudio de la Matemática a través de sus propias producciones y diseños, con la finalidad de transformar el proceso en un aprendizaje significativo.
- Generar en el alumno el interés por la Matemática descubriendo su importancia en distintas instancias del proceso de diseño y ejecución de una obra de Arquitectura mediante la resolución de problemas concretos.

LOS PRÁCTICOS INTEGRADORES SON EL RESULTADO DE LA INTERACCIÓN COLECTIVA AL MOMENTO DE DISCUTIR UN TRABAJO O UN PROYECTO, QUE LUEGO SE TRANSFIERE A UNA PRODUCCIÓN INDIVIDUAL O GRUPAL RELACIONADA CON CADA CONTENIDO Y EXPRESADA CON TÉCNICAS DIVERSAS EN LOS FORMATOS ESTABLECIDOS.

Las técnicas combinadas de collage, esquemas, croquis, ideogramas, etc. son muy valiosas para expresar cada concepto. El cálculo y el rigor matemático deben estar presentes en cada trabajo, como también las conclusiones personales sobre el tema.

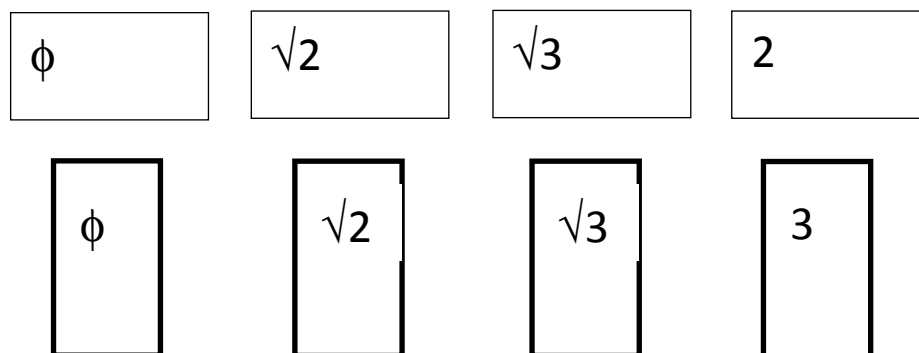
Objetivos de los Prácticos Integradores 2019- Comisiones de alumnos de la Arq. Mirta Heredia:

- Propiciar el uso de herramientas digitales con fines educativos y evaluativos.
- Generar premisas y acciones que promuevan la autogestión del aprendizaje a través de búsquedas personales y colaborativas atendiendo al perfil del estudiante de primer año de la carrera.
- Generar Evaluaciones Formativas planteadas como desafíos lúdicos y propiciar la evaluación entre pares.

TEMA: Proporción-Diseñar creativamente y con determinadas condiciones.

Consignas del Trabajo Práctico:

-En una hoja formato A4, dibujar un rectángulo particular, definido por su Módulo y asignado según el último número del documento de identidad de cada estudiante. Se provee una plantilla a tal fin. En el rectángulo cada estudiante deberá diseñar libremente una fachada.



Ejemplos de rectángulos asignados definidos según el Módulo.

-En la fachada diseñada se podrá proponer la ubicación de puertas, portones, ventanas, balcones, letreros, tanque, aleros, balaustradas rectangulares, etc. La única condición que se fija es que cada uno de los rectángulos ubicados en el interior de la fachada debe mantener el módulo de base, es decir ser proporcionales.

-A modo de verificación, completar el ejercicio con el cálculo del módulo de los rectángulos propuestos.

Algunos ejemplos de Trabajos realizados:

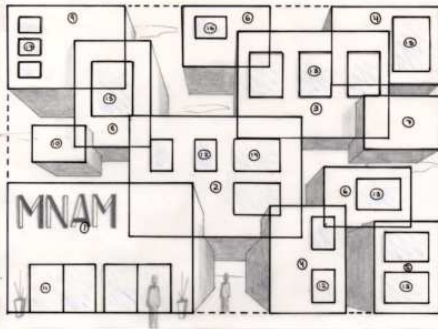


$\Phi = 11,50 \times 7,10$
 $\Phi = 7,10 \times 4,38$
 $\Phi = 4,38 \times 2,70$
 $\Phi = 2,70 \times 1,66$
 $\Phi = 1,66 \times 1,02$
 $\Phi = 1,02 \times 0,63$
 $\Phi = 0,63 \times 0,38$

● negro
 ● amarillo
 ● celeste
 ● verde
 ● roja
 ● lila
 ● naranja

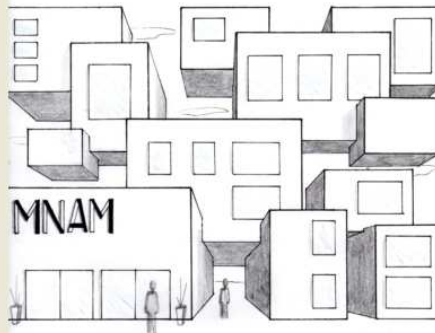
$\frac{11,50}{\Phi} = 7,10$
 $\frac{7,10}{\Phi} = 4,38$
 $\frac{4,38}{\Phi} = 2,70$
 $\frac{2,70}{\Phi} = 1,66$
 $\frac{1,66}{\Phi} = 1,02$
 $\frac{1,02}{\Phi} = 0,63$
 $\frac{0,63}{\Phi} = 0,38$

PROPORCIÓN



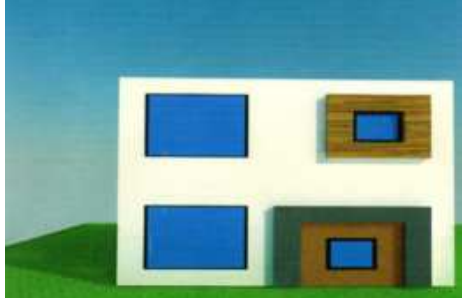
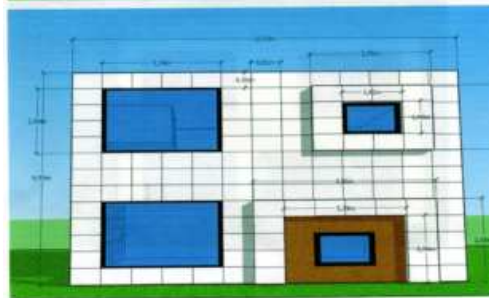
- | | |
|---|--|
| ① $8,4853 \text{ m} : 6 \text{ m} = \sqrt{2}$ | ⑩ $2,5 \text{ m} : 1,7678 \text{ m} = \sqrt{2}$ |
| ② $8 \text{ m} : 5,6568 \text{ m} = \sqrt{2}$ | ⑪ $2,25 \text{ m} : 1,5910 \text{ m} = \sqrt{2}$ |
| ③ $7 \text{ m} : 4,9497 \text{ m} = \sqrt{2}$ | ⑫ $1,5 \text{ m} : 1,0607 \text{ m} = \sqrt{2}$ |
| ④ $5 \text{ m} : 3,5355 \text{ m} = \sqrt{2}$ | ⑬ $2 \text{ m} : 1,4142 \text{ m} = \sqrt{2}$ |
| ⑤ $4,2426 \text{ m} : 3 \text{ m} = \sqrt{2}$ | ⑭ $2,1213 \text{ m} : 1,5 \text{ m} = \sqrt{2}$ |
| ⑥ $4 \text{ m} : 2,8284 \text{ m} = \sqrt{2}$ | ⑮ $2,8 \text{ m} : 1,7678 \text{ m} = \sqrt{2}$ |
| ⑦ $3,5 \text{ m} : 2,4749 \text{ m} = \sqrt{2}$ | ⑯ $1,4142 \text{ m} : 1 \text{ m} = \sqrt{2}$ |
| ⑧ $4,9497 \text{ m} : 3,5 \text{ m} = \sqrt{2}$ | ⑰ $1,0607 \text{ m} : 0,75 \text{ m} = \sqrt{2}$ |
| ⑨ $5,5 \text{ m} : 3,8891 \text{ m} = \sqrt{2}$ | |

PROPORCIÓN



- | | |
|---|--|
| ① $8,4853 \text{ m} : 6 \text{ m} = \sqrt{2}$ | ⑩ $2,5 \text{ m} : 1,7678 \text{ m} = \sqrt{2}$ |
| ② $8 \text{ m} : 5,6568 \text{ m} = \sqrt{2}$ | ⑪ $2,25 \text{ m} : 1,5910 \text{ m} = \sqrt{2}$ |
| ③ $7 \text{ m} : 4,9497 \text{ m} = \sqrt{2}$ | ⑫ $1,5 \text{ m} : 1,0607 \text{ m} = \sqrt{2}$ |
| ④ $5 \text{ m} : 3,5355 \text{ m} = \sqrt{2}$ | ⑬ $2 \text{ m} : 1,4142 \text{ m} = \sqrt{2}$ |
| ⑤ $4,2426 \text{ m} : 3 \text{ m} = \sqrt{2}$ | ⑭ $2,1213 \text{ m} : 1,5 \text{ m} = \sqrt{2}$ |
| ⑥ $4 \text{ m} : 2,8284 \text{ m} = \sqrt{2}$ | ⑮ $2,8 \text{ m} : 1,7678 \text{ m} = \sqrt{2}$ |
| ⑦ $3,5 \text{ m} : 2,4749 \text{ m} = \sqrt{2}$ | ⑯ $1,4142 \text{ m} : 1 \text{ m} = \sqrt{2}$ |
| ⑧ $4,9497 \text{ m} : 3,5 \text{ m} = \sqrt{2}$ | ⑰ $1,0607 \text{ m} : 0,75 \text{ m} = \sqrt{2}$ |
| ⑨ $5,5 \text{ m} : 3,8891 \text{ m} = \sqrt{2}$ | |

BARREIRO, Malena



Los estudiantes:

- Ubicaron en la fachada rectángulos proporcionales de diferentes tamaños expresando claramente su función (ventana, puerta, portón, etc.).
- Usaron tramas sobre la Fachada, subdividiendo o multiplicando los módulos.
- Utilizaron una unidad modular creciente respecto del rectángulo de la fachada original.
- Usaron Líneas Reguladoras para la composición de la fachada.
- Trabajaron en perspectiva al intentar continuar con el diseño en los bordes de la fachada o manteniendo la proporción en la profundidad.

Para la valoración de este Práctico se elaboró una Rúbrica con diferentes Criterios de Evaluación, teniendo en cuenta:

- la comprensión de las consignas
- el diseño propuesto

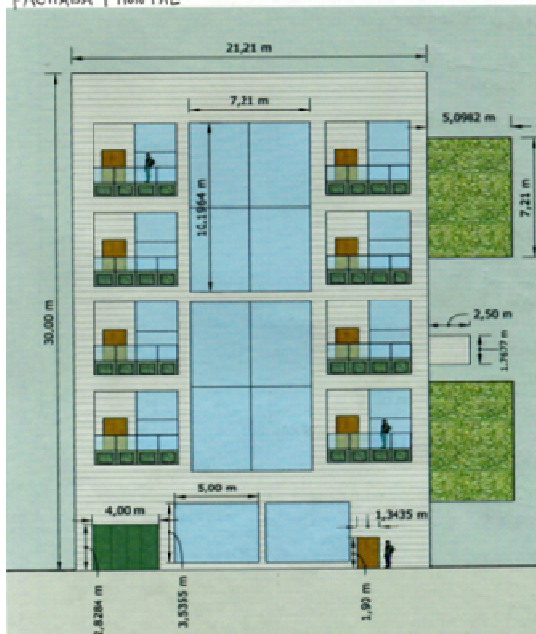
- los recursos y materiales empleados para el diseño
- los cálculos realizados
- la presentación final del trabajo.

PROPORCIONES

alumno: Barrón Sebastian - DNI: 41.761.957

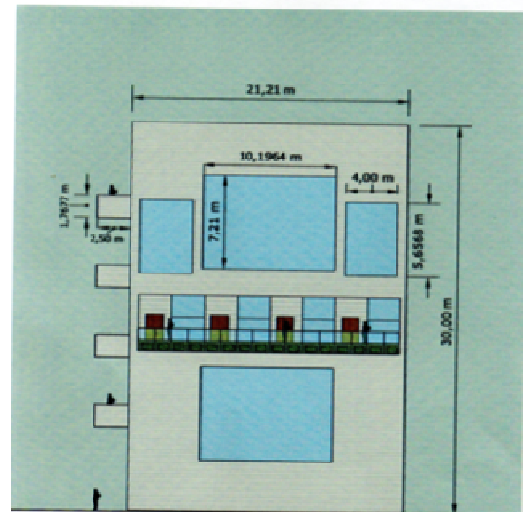
diagrama Utilizado: $\sqrt{2}$

FACHADA FRONTAL



CÁLCULOS DESARROLLADOS AL DORSO DE LA HOJA

Fachada Lateral



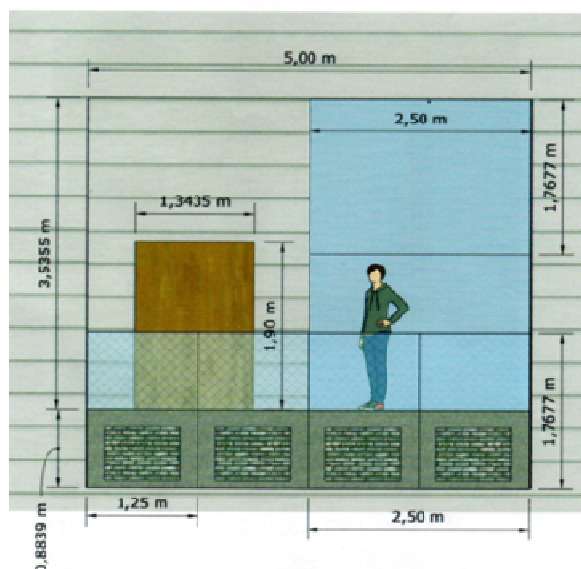
IC20:

$$\frac{9.00m}{1.21m} = \sqrt{2}$$

BALCON FACHADA FRONTAL:

$$\frac{11.250m}{1.7677m} = \sqrt{2}$$

Balcón en detalle



BALCÓN:

$$M = \frac{5.00m}{3.5355m} = \sqrt{2}$$

VENTANA:

$$M = \frac{2.50m}{1.7677m} = \sqrt{2}$$

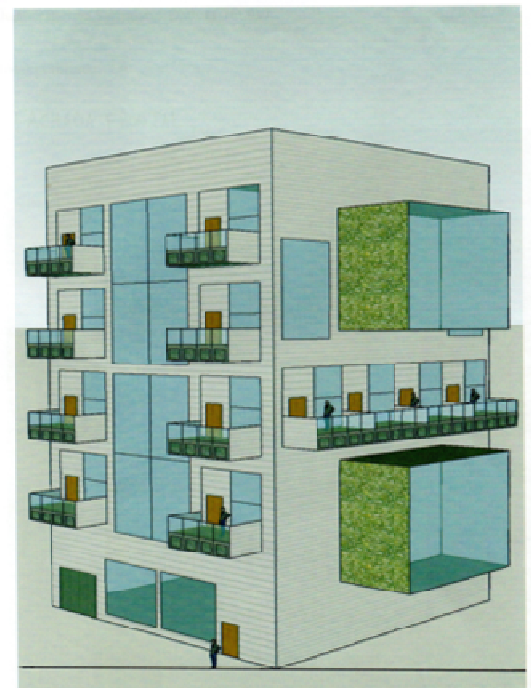
PUERTA:

$$M = \frac{1.90m}{1.3435m} = \sqrt{2}$$

LOSA:

$$M = 2.50 = \sqrt{2}$$

PERSPECTIVA



- En este T.P. se destacó la fuerte motivación de los estudiantes a la hora de diseñar, el ejercicio de la creatividad y la utilidad de **aprender haciendo** como modo de fortalecer el conocimiento impartido (aprendizaje por competencias).
- Al finalizar el ejercicio se realizó la colgada de trabajos para compartir las producciones entre pares y ejercitar el **aprendizaje entre pares** a partir de las propuestas y sus resultados.

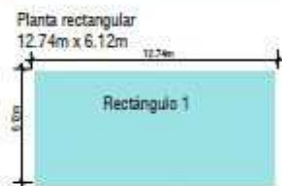
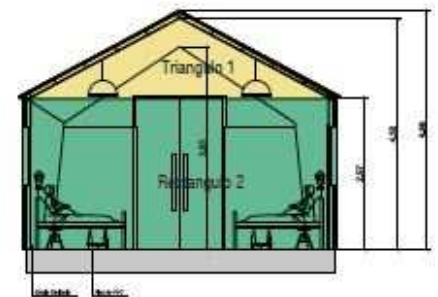
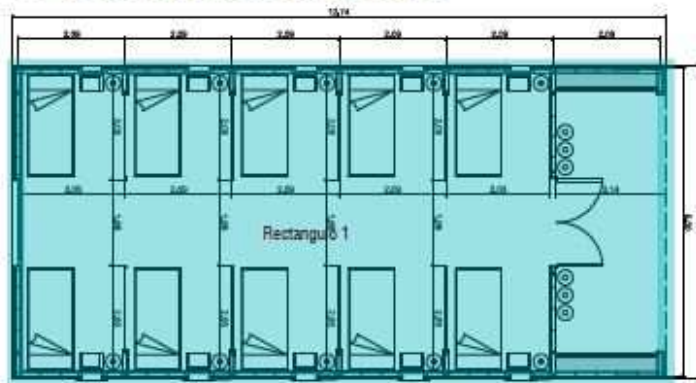


EN CONTEXTO DE PANDEMIA, UN APOORTE DESDE MATEMÁTICA IA: ALGUNAS IMÁGENES DE TRABAJOS PRÁCTICOS INTEGRADORES REALIZADOS POR ALUMNOS-
AÑO 2020

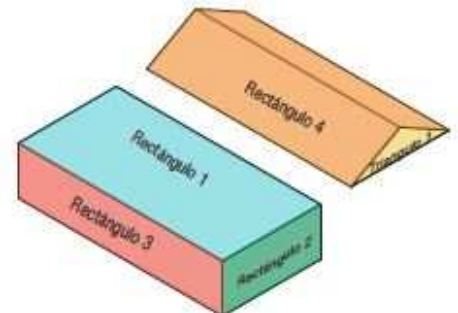
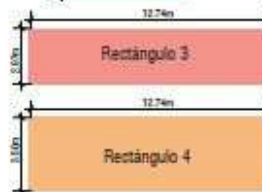
Módulo de
Emergencia
Sanitaria



2- Relacion con la matematica



Vista frontal compuesta por triángulo y rectángulo

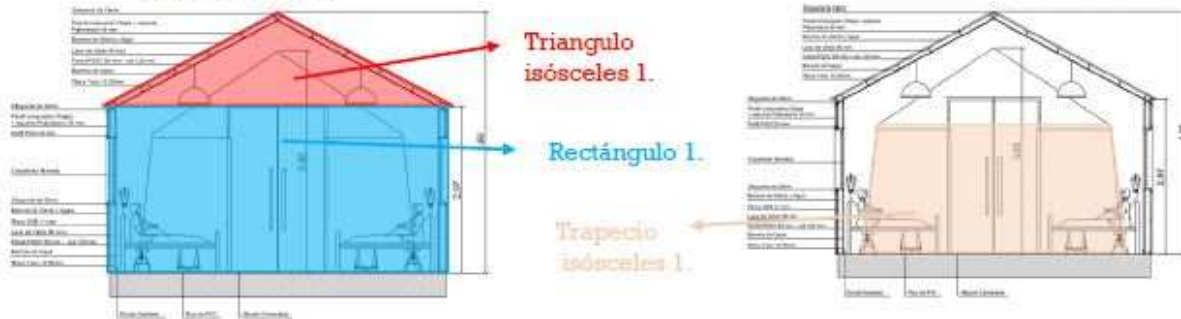


Axonometrica Poliedro Prisma Irregular

Designación	Gráfico	Medidas	Angulo	Perimetro	Area
Rectángulo 1		a: 6.12m	-	97.72m	77.97m ²
		b: 12.74m	-		
Rectángulo 2		a: 2.97m	-	18.18m	18.18m ²
		b: 6.12m	-		
Rectángulo 3		a: 2.97m	-	91.42m	44.59m ²
		b: 12.74m	-		
Rectángulo 4		a: 3.50m	-	97.72m	77.97m ²
		b: 12.74m	-		
Triángulo 1		a-c: 5.50m	α: 29°	97.72m	77.97m ²
		b: 6.12m	β: 122° γ: 29°		

2. FIGURAS PLANAS A ANALIZAR.

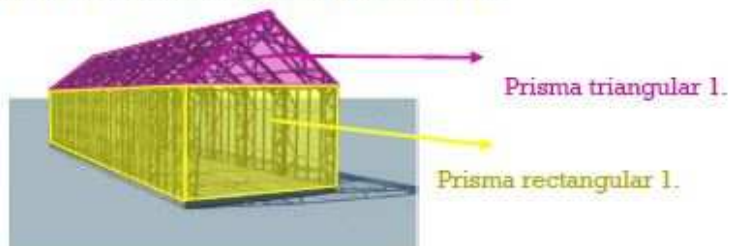
Figuras de corte:



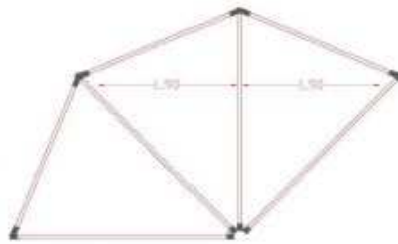
Figuras de planta:



CUERPOS GEOMÉTRICOS A ANALIZAR.



CÁLCULOS



Cálculo del lado b del triángulo isósceles: (mediante el teorema de Pitágoras)

$$1,9^2 + (2,5 - 1,9)^2 = b^2$$

$$3,61 + 0,36 = b^2$$

$$\sqrt{3,97} = b$$

$$1,99... = b$$

Cálculo de la diagonal del cuadrado: (mediante el teorema de Pitágoras)

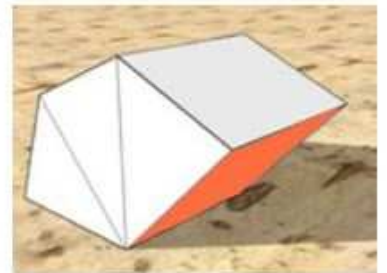
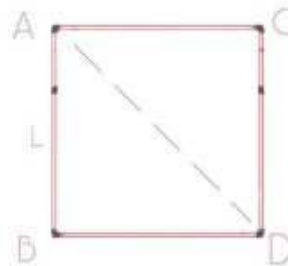
$$2,5^2 + 2,5^2 = h^2$$

$$6,25 + 6,25 = h^2$$

$$12,5 = h^2$$

$$\sqrt{12,5} = h$$

$$3,53 = h$$



Cálculo de la diagonal del rectángulo 1: (mediante el teorema de Pitágoras)

$$2,5^2 + 4,4^2 = h^2$$

$$6,25 + 19,36 = h^2$$

$$25,61 = h^2$$

$$\sqrt{25,61} = h$$

$$5 = h$$

Cálculo de la diagonal del rectángulo 2: (mediante el teorema de Pitágoras)

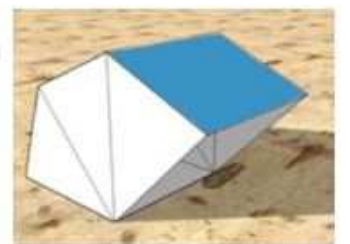
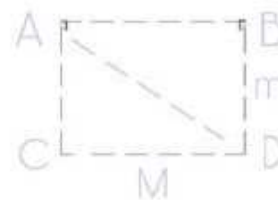
$$2,5^2 + 2^2 = h^2$$

$$6,25 + 4 = h^2$$

$$10,25 = h^2$$

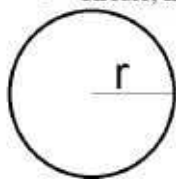
$$\sqrt{10,25} = h$$

$$3,2 = h$$



Cáculos auxiliares

- Circulo, figura circular.

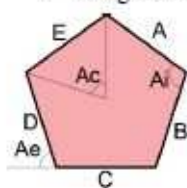


$$r = 1,5m$$

$$\text{Perimetro} = 2 \times \pi \times 1,5m = 9,4248m$$

$$S = \pi \times (1,5m)^2 = 7,0686m^2$$

- Polígono convexo Regular de 5 lados.



$$r = 1,5m$$

$$A_c = 360^\circ/5 = 72^\circ$$

$$A_l = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$$

$$A_e = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$$

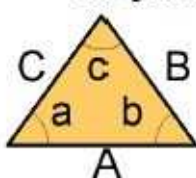
$$A_p = \cos 36^\circ \times 1,5m = 1,2135m$$

$$\text{Lado} = 2 \times (\sin 36^\circ \times 1,5m) = 1,7634m$$

$$\text{Perim} = 5 \text{ lados} \times 1,7634m = 8,817m$$

$$\text{Sup} = 8,817m \times 1,2135m / 2 = 5,3497m^2$$

- Triángulo isósceles (figura descompuesta de un polígono convexo regular de 5 lados).



$$a = 108^\circ/2 = 54^\circ = b$$

$$c = 72^\circ$$

$$A = 1,7634m$$

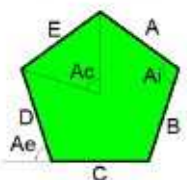
$$C = 1,5m = B$$

$$\text{Perim} = 1,7634m + 1,5m \times 2 = 4,7634m$$

$$p = 4,7634m / 2 = 2,3817m$$

$$S = \sqrt{(2,3817m \times (2,3817m - 1,7634m) \times (2,3817m - 1,5m) \times (2,3817m - 1,5m))} = 1,0700m^2$$

- Polígono convexo Regular de 5 lados



$$\text{Lado} = 1,28m$$

$$A_c = 360^\circ/5 = 72^\circ$$

$$A_l = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$$

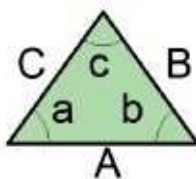
$$A_e = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$$

$$A_p = (1,28m / 2) / \tan 36^\circ = 0,8809m$$

$$\text{Perim} = 5 \text{ lados} \times 1,28m = 6,4000m$$

$$\text{Sup} = 6,4000m \times 0,8809m / 2 = 2,8189m^2$$

- Triángulo isósceles (figura descompuesta de un polígono convexo regular de 5 lados).



$$a = 108^\circ/2 = 54^\circ = b$$

$$c = 72^\circ$$

$$A = 1,28m$$

$$C = 1,28m / (2 \times \sin 36^\circ) = 1,0889m = B$$

$$\text{Perim} = 1,28m + 1,0889m \times 2 = 3,4578m$$

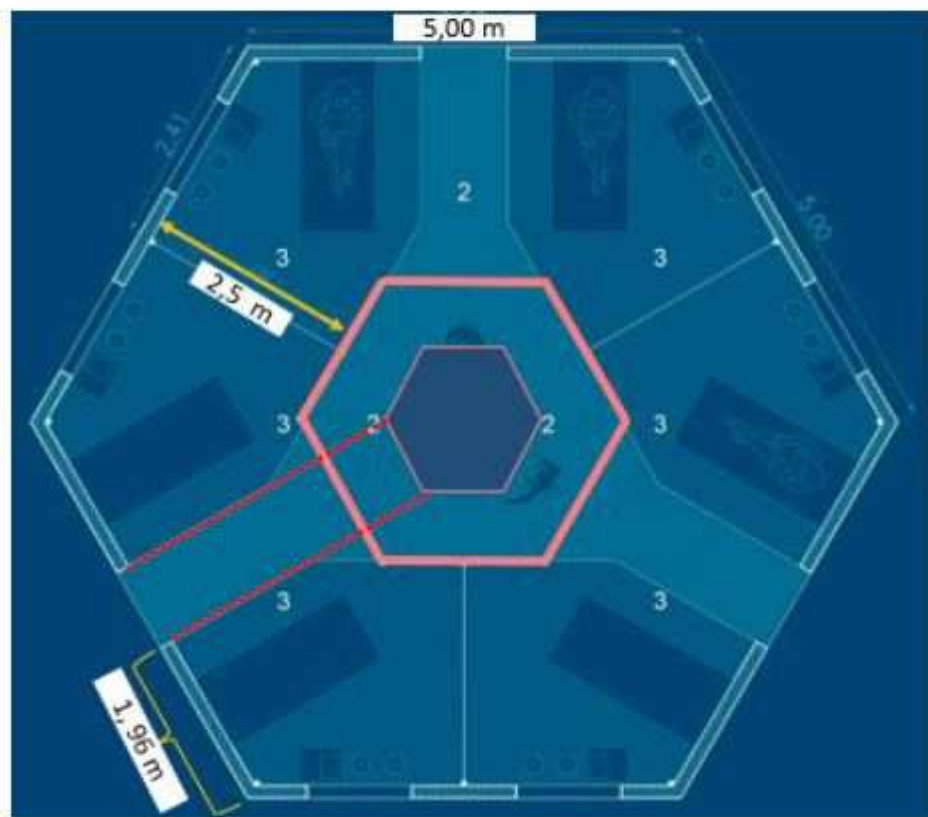
$$p = 3,4578m / 2 = 1,7289m$$

$$S = \sqrt{(1,7289m \times (1,7289m - 1,28m) \times (1,7289m - 1,0889m) \times (1,7289m - 1,0889m))} = 0,5638m^2$$

4) Ahora que sabemos el valor de la apotema y el perímetro, podemos saber el área del hexágono del techo. Por lo tanto:

$$\text{ÁREA} = \frac{12 \times 4,3301270189}{2} = 25,9807621135 \text{ m}^2$$

5) Pero recordemos que el hexágono no tiene una superficie continua, sino que tiene un vacío en su centro. Por ello hay que averiguar la superficie del hexágono hueco.



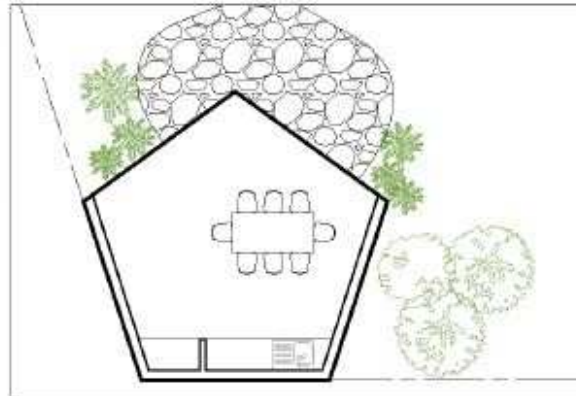
El lado del hexágono menor coincide con la medida de la entrada al módulo, y de referencia tenemos la medida de las paredes al costado de la apertura. Por lo tanto:

$$5\text{m} - (1,96 \text{ m} \times 2) = 1,08 \text{ m} \rightarrow \text{lado del hexágono menor}$$

TRANSFERENCIA EN UN EJERCICIO SINTESIS

Esta imagen corresponde a la planta de quincho en construcción, presenta una forma de un pentágono regular de 3,7m de lado. Se pide:

- Determinar la superficie del cielorraso sin descontar muros.
- Determinar la cantidad de placas de Durlock necesarias para cubrir la superficie, cada una mide 1,2m x 2,4m.



a)

Lado= 3,7m

S = ?

$$A_c = 360^\circ / 5 = 72^\circ$$

$$A_I = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$$

$$A_e = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$$

$$A_p = (3,7m / 2) / \tan 36^\circ = 2,5463m$$

$$S = (5 \times 3,7m) \times (2,5463m / 2) = 23,5533m^2$$

b)

$$S_p = 1,2m \times 2,4m = 2,8800m^2$$

$$1 \text{ placa} \text{ ----- } 2,8800m^2$$

$$X \text{ ----- } 23,5533m^2$$

$$X = (1 \text{ placa} \times 23,5533m^2) / 2,8800m^2 = 8,1782 \text{ placas} = 9 \text{ placas}$$

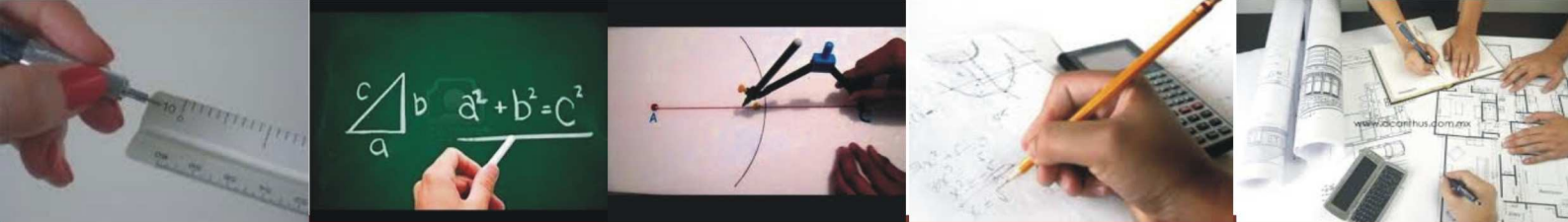
PALABRAS FINALES

POR
CLARISA LANZILLOTTO

Para comprender el mundo que nos rodea el hombre disoció las formas complejas convirtiéndolas en multiplicidad de formas simples. la geometría le otorgó los medios para estudiar sus elementos, el álgebra para calcularlos. Si bien la Matemática es un producto de la mente humana está admirablemente adaptada a los objetos de la realidad. Grandes representantes de la arquitectura de todas las épocas reconocieron la presencia de la Matemática en la Arquitectura, en todas las instancias del diseño. Desde las teorías hasta la práctica, desde Vitrubio a Alberti, le Corbusier, Gaudí, Calatrava, y tantos otros hablaron del orden, la proporción, la escala y la armonía, la resistencia, la estabilidad congraciados con el simbolismo y la estética para crear, primero en la mente, representaciones y visualizaciones y luego en un sitio, espacios habitables para el desarrollo de la vida del hombre. Matemática y Arquitectura-Arquitectura y Matemática se enlazan sólidamente.

Tras años de docencia, debo decir que para mí es un orgullo dar clases en nuestra querida facultad. El ejercicio docente tiene recompensas invalorables y alta responsabilidad, porque en el proceso de enseñanza-aprendizaje, donde también aprendemos de nuestros pares y de nuestros alumnos, el fin último es la formación integral del individuo, para lo cual diseñamos no sólo las herramientas para provocar un aprendizaje eficaz sino las herramientas para transmitir valores humanos. Esta conjunción persigue un resultado: Colaborar en la formación de personas de bien, que brindarán su saber a la sociedad para construir el futuro. Desde nuestro humilde lugar, nos sentimos privilegiados en poder aportar un pequeño granito de arena y enriquecernos de lo que brindan los demás, para que juntos trabajemos solidariamente en un mismo sentido, para cumplir eficazmente nuestra meta.





			UNIDAD	ABREVIATURA	EQUIVALENCIA
	Múltiplos		kilómetro	km	1000
			hectómetro	hm	100
			decámetro	dam	10
			metro	m	1
MAGNITUD	UNIDAD	SÍMBOLO			
LONGITUD	metro	m			
SUPERFICIE	metro cuadrado	m ²			
VOLUMEN	metro cúbico	m ³			
	Sub múltiplos		decímetro	dm	0,1
			centímetro	cm	0,01
			milímetro	mm	0,001

PK1 a PB
21 grooves
h=0.28
ch=0.182

La sección áurea

π

$\Phi\phi$
1,6180339

1A MATEMÁTICA