

TRIGONOMETRÍA

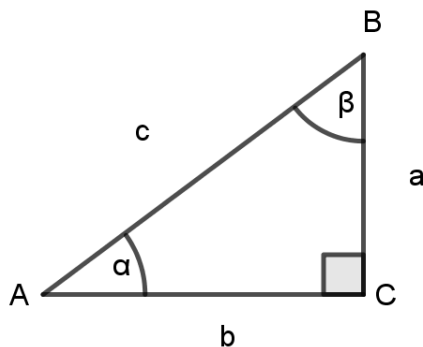
Sistemas de Medición de Ángulos

Equivalencia entre los tres Sistemas:

	SISTEMA SEXAGESIMAL	SISTEMA RADIAL
ÁNGULO RECTO	90°	$\pi/2$
ÁNGULO LLANO	180°	π
ÁNGULO DE 1 GIRO	360°	2π

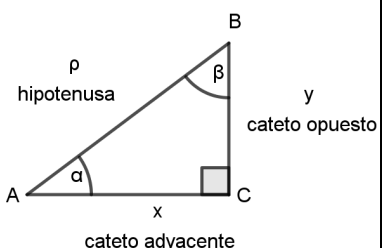
Para pasar de un sistema a otro: $\frac{\alpha^\circ}{360^\circ} = \frac{\alpha^{\text{rad}}}{2\pi}$

Teorema de Pitágoras: *En todo triángulo rectángulo el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.*



$$c^2 = a^2 + b^2$$

Funciones Trigonómicas (ángulos agudos de triángulos rectángulos)

$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cat opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{y}{\rho}$ $\text{cos } \alpha = \frac{\text{cat adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{x}{\rho}$ $\text{tg } \alpha = \frac{\text{cat opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{y}{x}$		$\text{cotg } \alpha = \frac{\text{cat adyacente}}{\text{cat opuesto}} = \frac{x}{y}$ $\text{sec } \alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cat adyacente}} = \frac{\rho}{x}$ $\text{cosec } \alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cat opuesto}} = \frac{\rho}{y}$
--	---	---

Resolución de Triángulos Oblicuángulos

- Teorema del Seno**

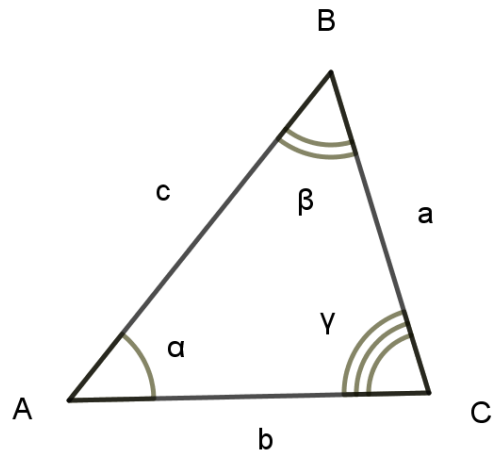
$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

- Teorema del Coseno**

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 b c \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 a c \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 a b \cos \gamma$$



Área de un Triángulo

$$\text{Área del triángulo} = \frac{b \times h}{2}$$

Donde "b" es la base del triángulo y "h" es la altura del mismo.

Teorema Fundamental $\text{Área} = \frac{b \cdot c \cdot \sin \alpha}{2}$

Donde b y c son lados consecutivos y α el ángulo formado por ellos

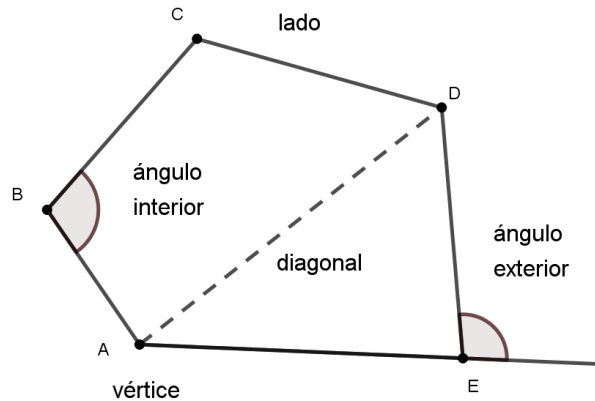
Fórmula de Herón Cálculo del área conociendo los tres lados del triángulo

$$\text{Área} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Donde $p = \frac{a+b+c}{2}$; a, b, c son lados del triángulo

POLIGONOS

Orden de un polígono: “n” = Número de vértices, lados, ángulos interiores, ángulos exteriores.



PROPIEDADES

SUMA DE
ÁNGULOS
INTERIORES

$$SAI = 180^\circ(n-2)$$

SUMA DE
ÁNGULOS
EXTERIORES

$$SAE = 360^\circ$$

NÚMERO
DE
DIAGONALES

$$ND = \frac{n(n-3)}{2}$$

POLÍGONOS REGULARES

$$\text{Angulo Interior} = \frac{180^\circ (n - 2)}{n}$$

$$\text{Angulo Central} = \frac{360^\circ}{n}$$

Área o Superficie del Polígono Regular

$$\text{Superficie} = \frac{\text{Perimetro} \times \text{Apotema}}{2}$$

GEOMETRÍA ANALÍTICA. SISTEMAS DE COORDENADAS

SISTEMA DE COORDENADAS UNIDIMENSIONAL

- Distancia entre dos puntos.**

La distancia entre los puntos $A(x_1)$ y $B(x_2)$ Distancia horizontal

$$|\overline{AB}| = |(x_2 - x_1)| = |(x_1 - x_2)|$$

$|\overline{AB}|$ es la longitud del segmento AB (Las barras $| \ |$ se lee: valor absoluto)

La distancia vertical entre los puntos $C(y_1)$ y $D(y_2)$

$$|\overline{CD}| = |(y_2 - y_1)| = |(y_1 - y_2)|$$

SISTEMAS DE COORDENADAS EN EL PLANO

- Distancia entre dos puntos. $P_1(x_1; y_1)$ y $P_2(x_2; y_2)$**

$$|\overline{P_1P_2}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

- Punto Medio de un Segmento.**

$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

- Relaciones entre las coordenadas Rectangulares y Polares.**

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\alpha = \arctg \frac{y}{x}$$

$$x = \rho \cos \alpha$$

$$y = \rho \sin \alpha$$

GEOMETRÍA ANALÍTICA EN DOS DIMENSIONES

LA RECTA EN EL PLANO

Ecuación General

Forma explícita :

$$y = a x + b$$

Variable Dependiente
 Coef. angular
 Variable Independiente
 Ordenada al origen

Forma implícita:

$$Ax + By + C = 0$$

Forma Segmentaria o Reducida:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

Ecuación de la recta que pasa por un punto y de pendiente “a” (Punto y Pendiente)

$$y - y_1 = a (x - x_1)$$

Ecuación de la recta que pasa por dos puntos. Cartesiana

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

CONDICIÓN DE PARALELISMO ENTRE RECTAS

Dadas las rectas:

$$y_1 = a_1x + b_1$$

$$y_2 = a_2x + b_2$$

$$y_1 \parallel y_2 \Leftrightarrow a_1 = a_2$$

CONDICIÓN DE PERPENDICULARIDAD ENTRE RECTAS

Dadas las rectas:

$$y_1 = a_1x + b_1$$

$$y_2 = a_2x + b_2$$

$$y_1 \perp y_2 \Leftrightarrow a_1 = - \frac{1}{a_2}$$

INTERSECCIÓN ENTRE DOS RECTAS

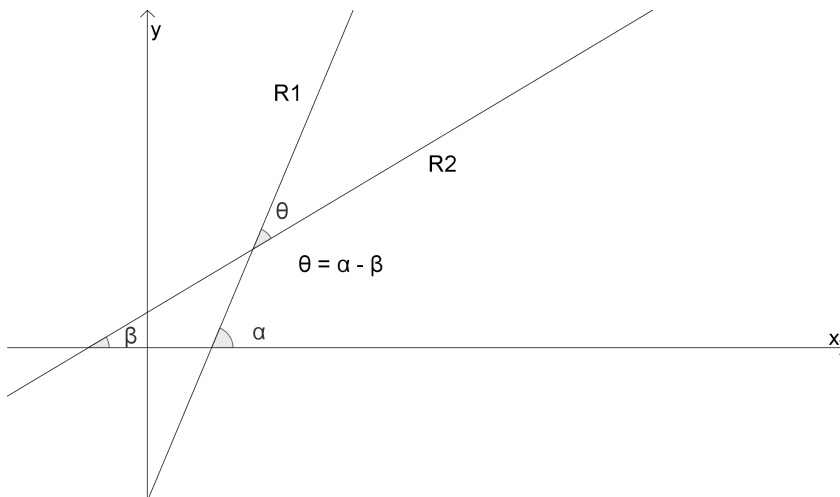
Para hallar el punto de intersección de dos rectas en el plano:

- 1) Igualar ambas rectas ($y_1 = y_2$)
- 2) Despejar el valor de la abscisa (x) para el cual ambas rectas tienen idéntica ordenada (y).
- 3) Para hallar el valor de y reemplazar en cualquiera de las dos expresiones matemáticas originales la variable x por el valor encontrado.

ÁNGULO ENTRE DOS RECTAS:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{a_1 - a_2}{1 + (a_1 \cdot a_2)}$$

Fórmula trigonométrica:
tangente de la diferencia
de dos ángulos.



SECCIONES CONICAS

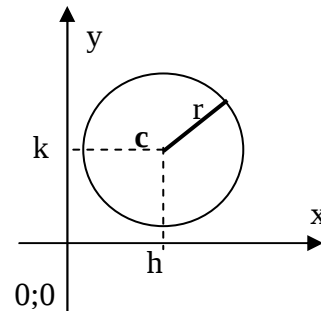
Circunferencia

Ecuación ordinaria: $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

Centro $(h; k)$ y radio r

Ecuación canónica: $x^2 + y^2 = r^2$

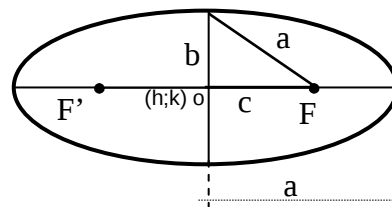
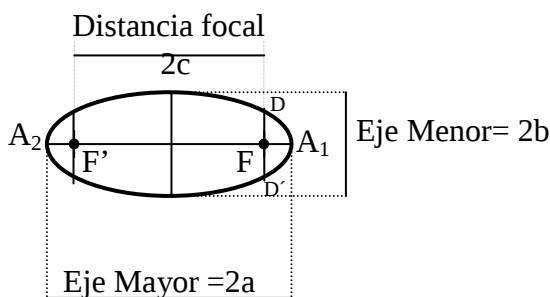
Cuando el centro está en el origen del Sist. de coord.
entonces $h=0$ y $k=0$



Ecuación general : $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$

en donde: $D = -2h$ $E = -2k$ $F = h^2 + k^2 - r^2$ $h = -\frac{D}{2}$ $k = -\frac{E}{2}$ $r = \sqrt{h^2 + k^2 - F}$

Elipse



h y k son las coordenadas del centro "o"

La longitud del lado recto para el foco F y F' es:

$$LR = \frac{2b^2}{a}$$

Determinación de la semidistancia focal

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

Excentricidad de la elipse "e"

$$e = \frac{c}{a}$$

como $c < a$, siempre $e < 1$

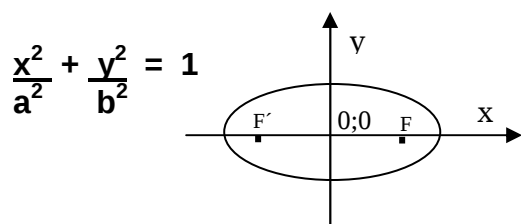
Perímetro de la elipse (aprox.)

$$P = 2\pi\sqrt{1/2(a^2 + b^2)}$$

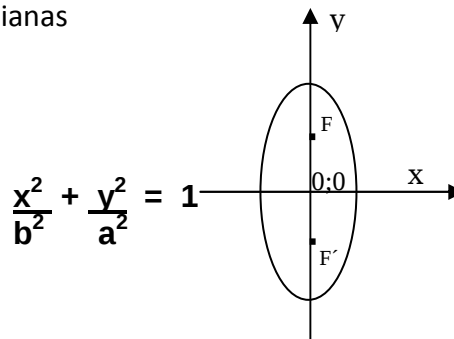
Área de la elipse = $a \cdot b \cdot \pi$

Ecuación Canónica de la elipse

Elipse con centro en el origen del Sistema de coord. Cartesianas
entonces $h=0$ y $k=0$



Eje mayor coincide con el eje de las abscisas

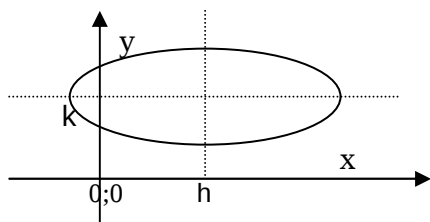


Eje mayor coincide con el eje de las ordenadas

Ecuación Ordinaria de la Elipse

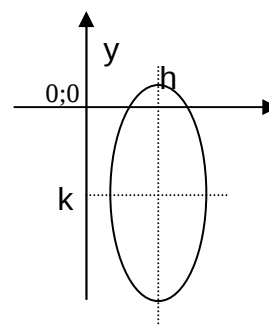
Elipse con centro en el punto $(h; k)$
y el eje focal paralelo al eje "x".

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$



Elipse con centro en el punto $(h; k)$
y el eje focal paralelo al eje "y".

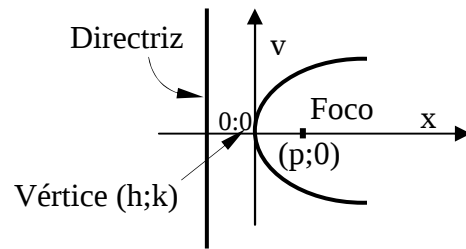
$$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$$



h y k son las coordenadas del centro de la elipse

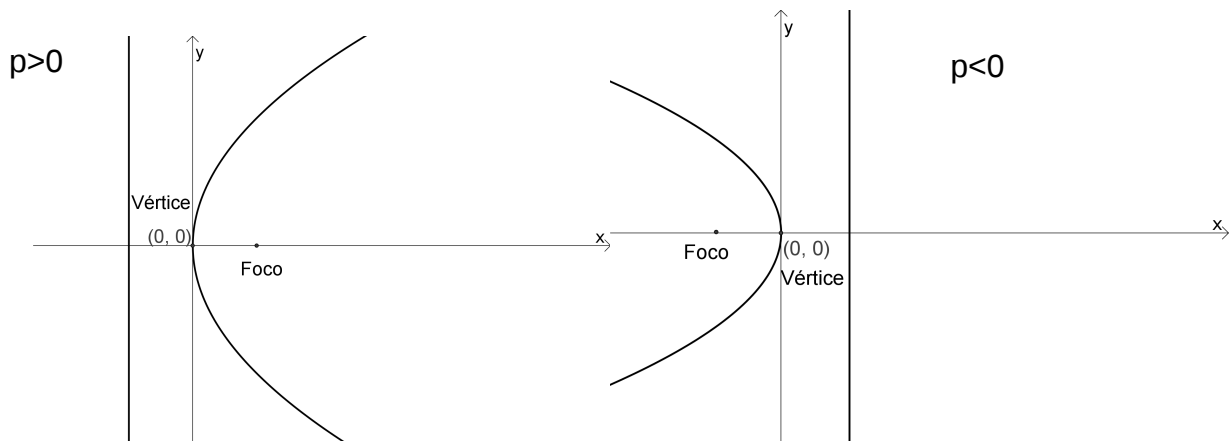
Parábola

(Geometría Analítica)



Ecuación Canónica (El vértice de la parábola es coincidente con el origen del Sistema de Coordenadas Cartesianas)

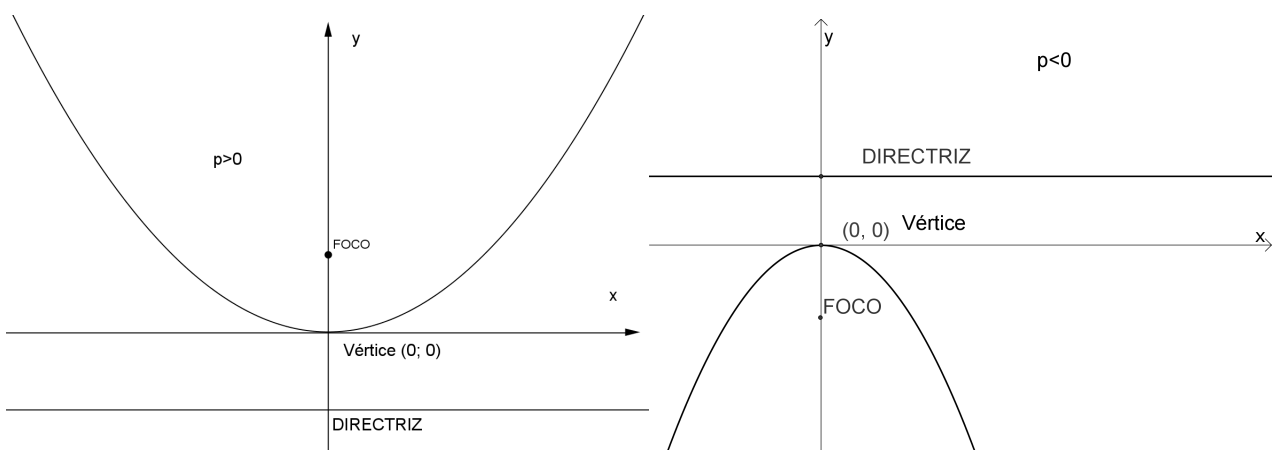
$$y^2 = 4 p x$$



$$x^2 = 4 p y$$

$p > 0$ (positivo)

$p < 0$
(negativo)

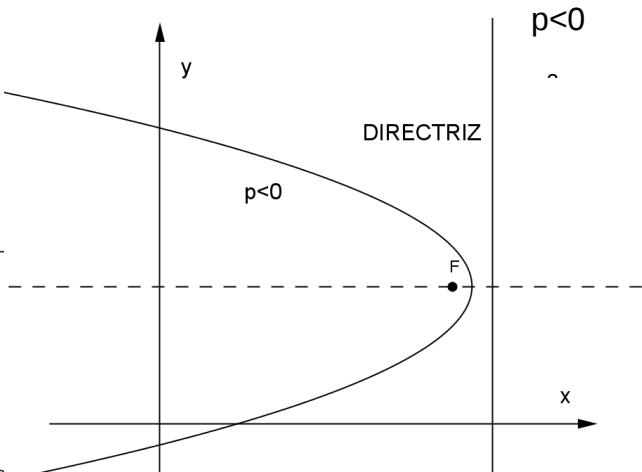
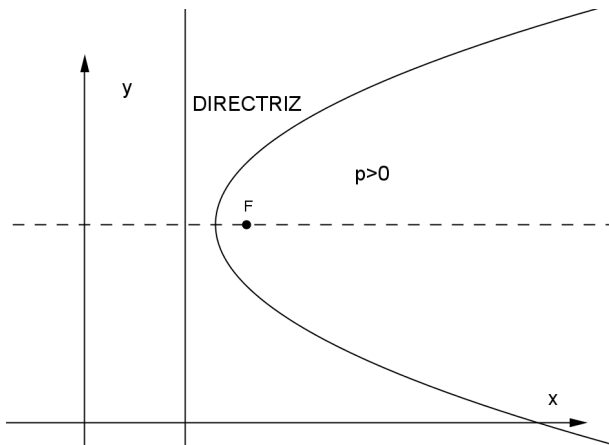


Ecuación Ordinaria

Vértice en el punto (h; k) Eje focal paralelo al eje X

$p > 0$

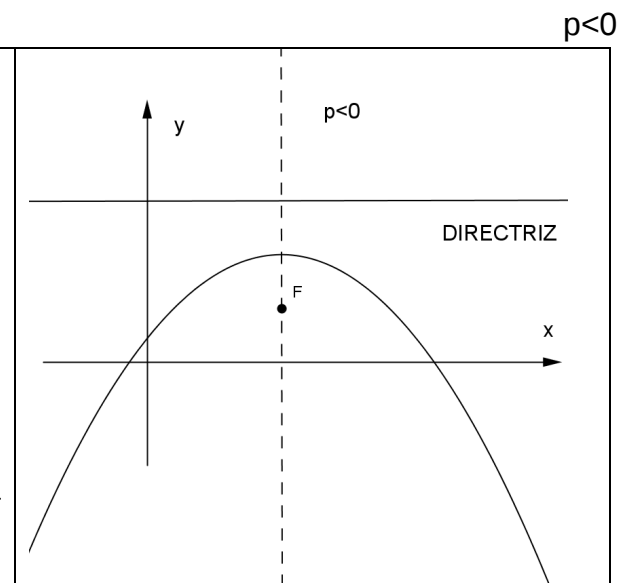
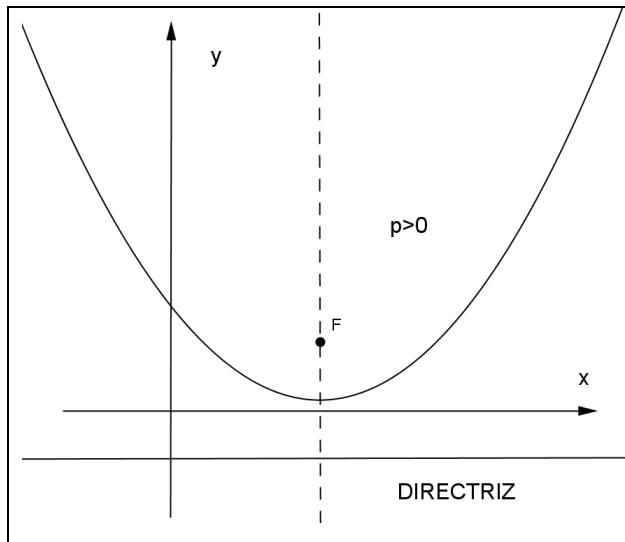
$$(y - k)^2 = 4 p (x - h)$$



Vértice en el punto (h;k) Eje focal paralelo al eje Y

$p > 0$

$$(x - h)^2 = 4 p (y - k)$$



Parábola (Análisis Matemático)

Función cuadrática, o trinomio de 2^{do} Grado $y = a x^2 + b x + c$

Ecuación Completa	Ecuación Incompleta	Ecuación Incompleta	Ecuación Incompleta
$0 = a x^2 + b x + c$ Las raíces x_1, x_2 se calculan $\frac{x_1}{x_2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 a c}}{2 a}$	$0 = a x^2$ Eje de simetría de la parábola en el eje de las "y" y vértice en el origen	$0 = a x^2 + c$ Eje de simetría de la parábola en el eje de las "y" y vértice desplazado del origen	$0 = a x^2 + b x$ parábola a eje vertical y desplazado a la izquierda o derecha del eje de ordenadas.

Coordenadas del Vértice

$$\begin{cases} x_v = -\frac{b}{2a} = \frac{x_1 + x_2}{2} \\ y_v = -\left(\frac{b^2 - 4 a c}{4 a}\right) = c - \frac{b^2}{4a} \end{cases}$$

Propiedades de las Raíces

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$(x_1 + x_2) = -\frac{b}{a}$$

Relación entre Geometría Analítica y Análisis Matemático

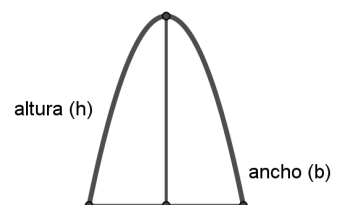
Cuando $y = a x^2$

$$a = \frac{1}{4p}$$

$$p = \frac{1}{4a}$$

Segmento de Parábola

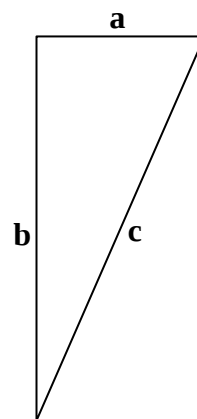
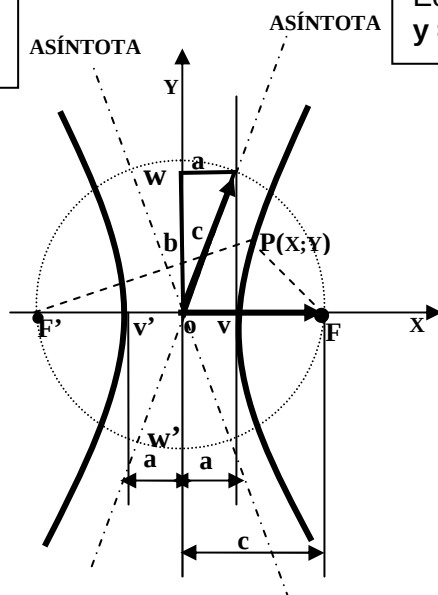
$$\text{Área} = \frac{2}{3} b \cdot h$$



Hipérbola

Ecuación de la Asínt.:
 $y = -bx/a$

Ecuación de la Asínt.:
 $y = bx/a$



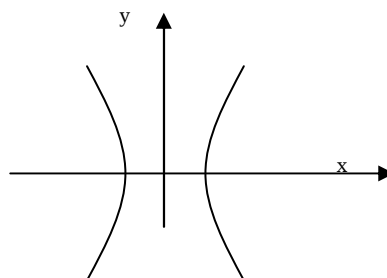
$$c^2 = a^2 + b^2$$

Eje Focal = $2c$
Eje real = $2a$
Eje imaginario = $2b$

$$PF' - PF = 2a$$

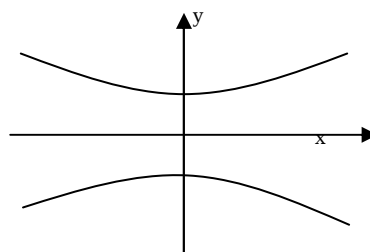
ECUACIÓN CANÓNICA DE LA HIPÉRBOLA CON EJE REAL COINCIDENTE CON EL DE ABCISAS

$$x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$$



ECUACIÓN CANÓNICA DE LA HIPÉRBOLA CON EJE REAL COINCIDENTE CON EL DE ORDENADAS

$$y^2/a^2 - x^2/b^2 = 1$$



ECUACIÓN DE LA HIPÉRBOLA CON EJE FOCAL PARALELO PERO NO COINCIDENTE CON EL DE ABSCISAS Y CENTRO NO UBICADO SOBRE EL EJE DE ORDENADAS

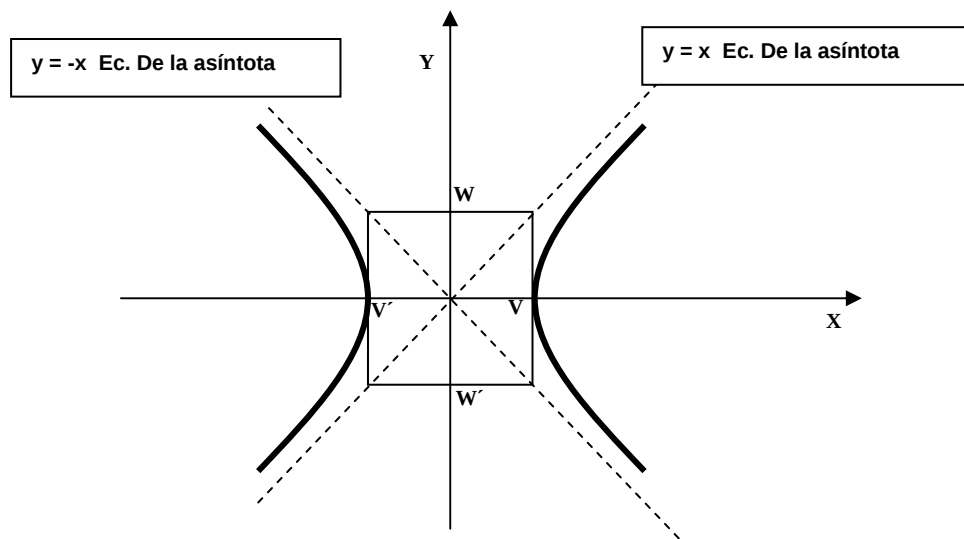
$$(x-h)^2/a^2 - (y-k)^2/b^2 = 1$$

C (h; k)

EXCENTRICIDAD DE LA HIPÉRBOLA

$$e = c/a > 1$$

HIPÉRBOLA EQUILÁTERA CON EJE REAL COINCIDENTE CON EL DE ABSCISAS Y SUS ASÍNTOTAS (a = b)



$$\text{ECUACIÓN: } x^2 - y^2 = a^2$$

SISTEMAS DE COORDENADAS EN EL ESPACIO

Sistemas de coordenadas

Notación del punto

Cartesianas rectangulares	$P(x; y; z)$
Polares	$P(\rho; \alpha; \beta; \gamma)$
Cilíndricas	$P(\rho; \alpha; z)$
Esféricas	$P(\rho; \alpha; \beta)$

- Distancia entre dos puntos $A(x_1; y_1; z_1)$ y $B(x_2; y_2; z_2)$ en el espacio

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

- Punto Medio de un Segmento

$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$z_m = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

- Relaciones entre las coordenadas Rectangulares y Polares.

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\alpha = \arccos \frac{x}{\rho}$$

$$\beta = \arccos \frac{y}{\rho}$$

$$\gamma = \arccos \frac{z}{\rho}$$

$$x = \rho \cos \alpha$$

$$y = \rho \cos \beta$$

$$z = \rho \cos \gamma$$

- Relaciones que ligán las coordenadas Cilíndricas con las Rectangulares

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\alpha = \arctg \frac{y}{x}$$

$$z = z$$

$$x = \rho \cos \alpha$$

$$y = \rho \sen \alpha$$

$$z = z$$

- Relaciones que ligán las coordenadas Esféricas con las Rectangulares

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\beta = \arcsen \frac{z}{\rho}$$

$$\alpha = \arctg \frac{y}{x}$$

$$x = \rho \cos \beta \cos \alpha$$

$$y = \rho \cos \beta \sen \alpha$$

$$z = \rho \sen \beta$$

GEOMETRÍA ANALÍTICA EN TRES DIMENSIONES

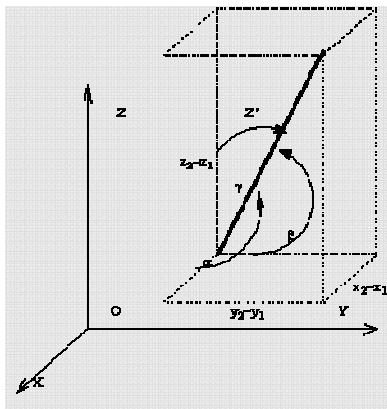
LA RECTA EN EL ESPACIO

Anexo
Elaboraron
Arq. gloria P. de Lanzetti
Arq. Clarisa Lanzillotto
Abril 2010

DIRECCIÓN DE UNA RECTA:

Los cosenos directores de la recta l que contiene a los puntos $P_1(x_1, y_1, z_1)$ y $P_2(x_2, y_2, z_2)$

Son:



$$\cos \alpha = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}}$$

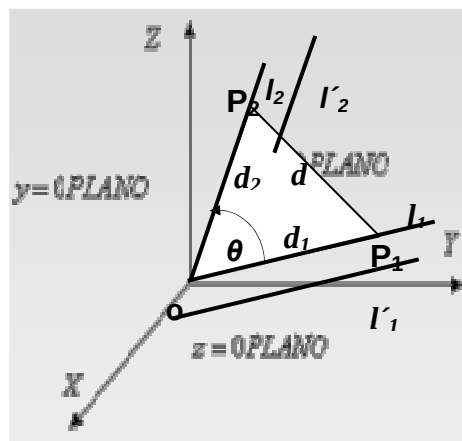
$$\cos \beta = \frac{y_2 - y_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}}$$

$$\cos \gamma = \frac{z_2 - z_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}}$$

Ángulo entre dos rectas

El ángulo θ formado por dos rectas dirigidas cualesquiera en el espacio, cuyos ángulos directores son $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ y $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ respectivamente, se determinan por la relación

$$\cos \theta = \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 + \cos \beta_1 \cos \beta_2 + \cos \gamma_1 \cos \gamma_2$$



También podemos calcular el ángulo θ formado por dos rectas cualesquiera dirigidas en el espacio conocidos los números directores de ambas

$$\cos \theta = \pm \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2}{|d_1| |d_2|}$$

$$\cos \theta = \pm \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$$

Forma paramétrica de la ecuación de la recta en el espacio

$$x - x_1 = t \cos \alpha, \quad y - y_1 = t \cos \beta, \quad z - z_1 = t \cos \gamma \quad \text{O bien}$$

$$\begin{aligned} x &= x_1 + t \cos \alpha \\ y &= y_1 + t \cos \beta \\ z &= z_1 + t \cos \gamma \end{aligned}$$

Forma Continua

$$\frac{x - x_1}{\cos \alpha} = \frac{y - y_1}{\cos \beta} = \frac{z - z_1}{\cos \gamma}$$

SUPERFICIES

$$F(x; y; z) = 0$$

EL PLANO

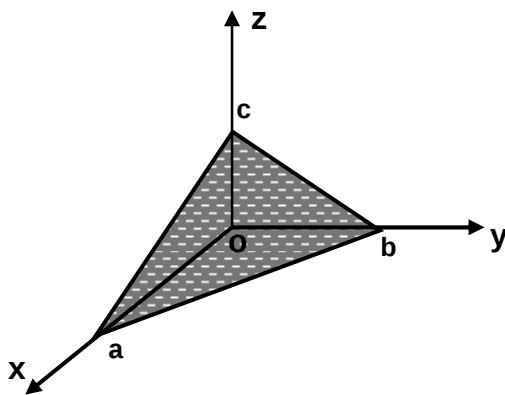
Ecuación general

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

No siendo A, B y C nulos a la vez

Forma segmentaria de la ecuación del Plano:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$



$$a = -\frac{D}{A}; b = -\frac{D}{B}; c = -\frac{D}{C}$$

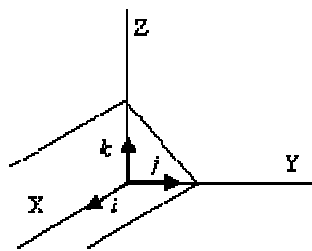
$$|D| = \text{mcm}(a; b; c)$$

Posiciones particulares del plano con respecto a los ejes y planos coordenados:

- Plano paralelo al eje OX:

Ecuación general:

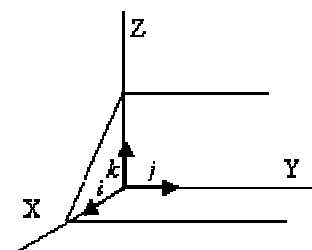
$$By + Cz + D = 0$$



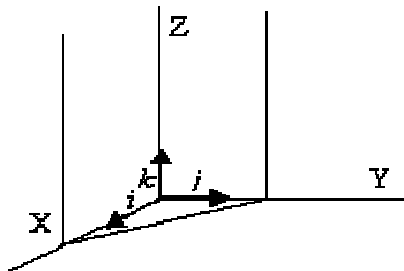
- Plano paralelo al eje OY:

Ecuación general:

$$Ax + Cz + D = 0$$



- Plano paralelo al eje OZ:



Ecuación general:

$$Ax + By + D = 0$$

- Plano que pasa por el origen:

Ecuación general ($D = 0$)

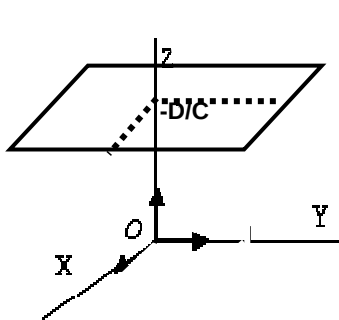
$$Ax + By + Cz = 0$$

Cuando un plano pasa por el origen el coeficiente del término independiente “D”, es cero , por lo que se anula este término.

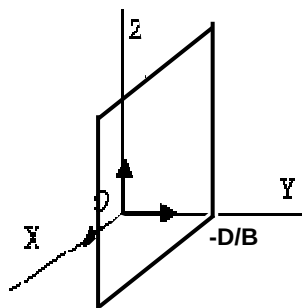
- Plano que contiene a alguno de los ejes coordenados

La condición necesaria y suficiente para que un plano contenga a un eje coordenado es que en su ecuación falte el término de la variable homónima de ese eje y también el término independiente.

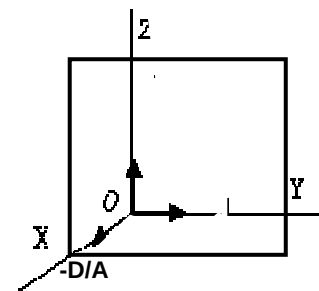
Es decir que cuando un plano contiene a alguno de los ejes coordenados, en la ecuación, el coeficiente que afecta dicho eje es cero, por tanto ese término se anula en la ecuación.



Plano paralelo al plano
XOY
Ecuación:
 $Cz + D = 0$



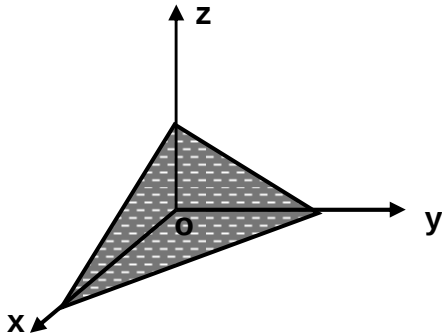
Plano paralelo al plano
XOZ
Ecuación:
 $By + D = 0$



Plano paralelo al plano
YOZ
Ecuación:
 $Ax + D = 0$

Trazas de un plano sobre los planos coordenados:

Las trazas de un plano sobre los planos coordenados son rectas



En el plano coordenado XY:

Ecuación general de la recta: $Ax + By + D = 0$

En el plano coordenado XZ:

Ecuación general de la recta: $Ax + Cz + D = 0$

En el plano coordenado YZ:

Ecuación general de la recta: $By + Cz + D = 0$

Distancia desde el origen a un plano:

$$d = \left| \frac{D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \right|$$

Distancia de un punto a un plano:

Para P ($x_1; y_1; z_1$)

$$d = \left| \frac{Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \right|$$

Dados los Planos:

Plano 1 : $Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D_1 = 0$ y Plano 2: $Ax_2 + By_2 + Cz_2 + D_2 = 0$, puede que estos planos sean paralelos, perpendiculares o que formen entre ellos un ángulo.

CONDICION DE PARALELISMO ENTRE PLANOS.

$$A_1/A_2 = B_1/B_2 = C_1/C_2$$

CONDICION DE PERPENDICULARIDAD ENTRE PLANOS.

$$A_1 \cdot A_2 + B_1 \cdot B_2 + C_1 \cdot C_2 = 0$$

ANGULO ENTRE DOS PLANOS

$$\cos \theta = \frac{A_1 \cdot A_2 + B_1 \cdot B_2 + C_1 \cdot C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

SUPERFICIES CUÁDRICAS

ECUACIÓN GENERAL: $Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dxy + Eyz + Fxz + Gx + Hy + Iz + J = 0$

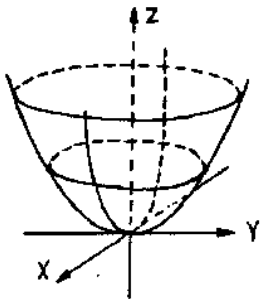
Al menos uno de los 6 coeficientes, debe ser distinto de 0

• CUÁDRICAS SIN CENTRO:

FORMAS DE LA ECUACIÓN: $Mx^2 + Ny^2 = Sz$

$$\pm \frac{x^2}{a^2} \pm \frac{y^2}{b^2} = cz$$

PARABOLOIDE ELÍPTICO

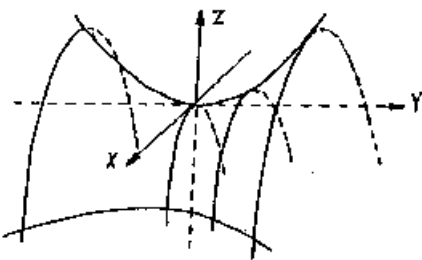


$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = cz$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = cy$$

$$\frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = cx$$

PARABOLOIDE HIPERBÓLICO



$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = cz$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2} = cy$$

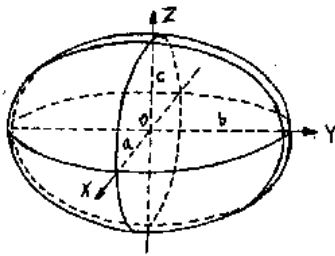
$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2} = cx$$

• CUÁDRICAS CON CENTRO:

- FORMAS DE LA ECUACIÓN: $Mx^2 + Ny^2 + Pz^2 = R$

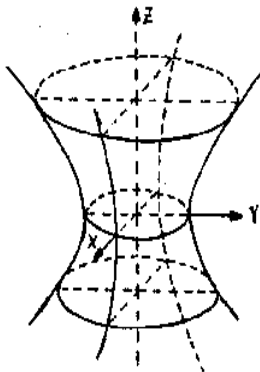
$$\pm \frac{x^2}{a^2} \pm \frac{y^2}{b^2} \pm \frac{z^2}{c^2} = 1$$

ELIPSOIDE



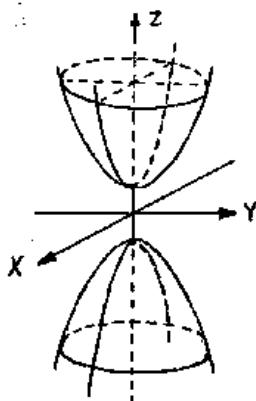
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

HIPERBOLOIDE DE UNA HOJA



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad -\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

HIPERBOLOIDE DE DOS HOJAS



$$-\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$



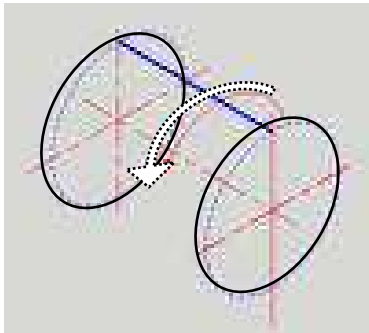
UNC

Universidad
Nacional
de Córdoba

FAUD

MATEMÁTICA IA y IIA

SUPERFICIE CILÍNDRICA

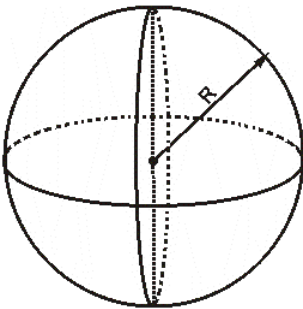


$$x^2 + z^2 = r^2$$

SUPERFICIE ESFÉRICA

ECUACIÓN CANÓNICA para C (0;0;0):

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2$$



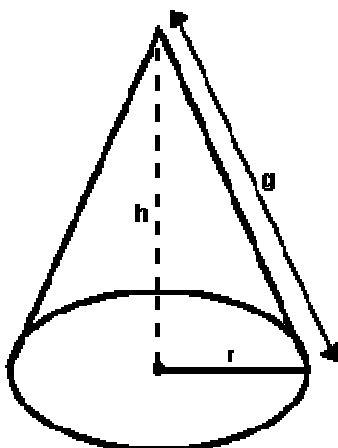
ECUACIÓN para C (a;b;c)

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2$$

• CUÁDRICAS DEGENERADAS:

CONO DE SEGUNDO ORDEN

Responde a cualquiera de estas ecuaciones

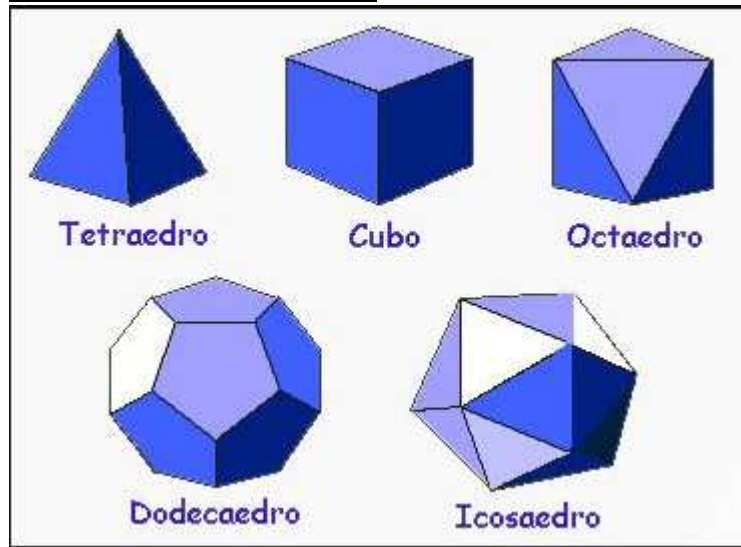


$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$$

$$-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 0$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 0$$

POLIEDROS REGULARES



NOMBRE	Área de una Cara	Área Total	Apotema	Volumen
Tetraedro	$\frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3}$	$a^2\sqrt{3}$	$\frac{a}{12} \cdot \sqrt{6}$	$\frac{a^3}{12} \cdot \sqrt{2}$
Octaedro	$\frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3}$	$2a^2\sqrt{3}$	$\frac{a}{6} \cdot \sqrt{6}$	$\frac{a^3}{3} \cdot \sqrt{2}$
Icosaedro	$\frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3}$	$5a^2\sqrt{3}$	$\frac{a}{2} \cdot \sqrt{\frac{7+3\sqrt{5}}{6}}$	$\frac{5a^3}{6} \cdot \sqrt{\frac{7+3\sqrt{5}}{2}}$
Hexaedro	a^2	$6a^2$	$\frac{a}{2}$	a^3
Dodecaedro	$\frac{5}{2}a^2 \cdot \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}}$	$15a^2 \cdot \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}}$	$\frac{a}{2} \cdot \sqrt{\frac{25+11\sqrt{5}}{10}}$	$\frac{5a^3}{2} \cdot \sqrt{\frac{47+21\sqrt{5}}{10}}$

Fórmula de Euler para poliedros

$$F + V - A = 2$$

F=número de caras

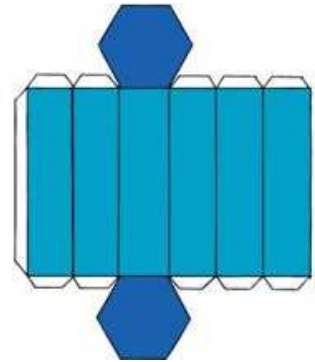
V = número de vértices

A = número de aristas

POLIEDROS IRREGULARES

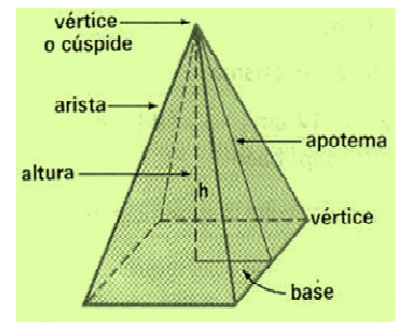
PRISMAS

- **ÁREA LATERAL DEL PRISMA=Perímetro de la Base x altura**
- **ÁREA TOTAL PRISMA=Área Lateral + 2 x Área de la base**
- **VOLUMEN DEL PRISMA=Área de la base x altura**



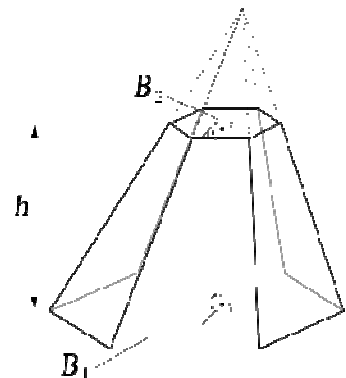
PIRÁMIDES

- **ÁREA LATERAL DE LA PIRÁMIDE =suma de las superficies de las caras laterales**
- **ÁREA TOTAL DE LA PIRÁMIDE=Área Lateral + Área de la base**
- **VOLUMEN DE LA PIRÁMIDE = 1/3 Área de la base x altura del cuerpo**



PIRÁMIDE TRUNCA

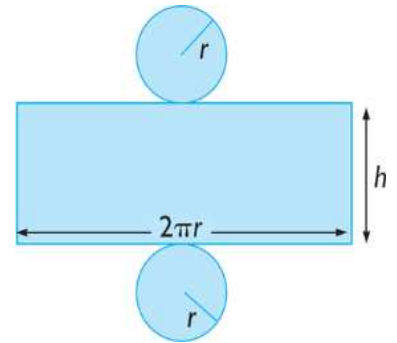
- **ÁREA LATERAL PIRÁMIDE TRUNCA =suma de las áreas de las caras laterales**
- **ÁREA TOTAL PIRÁMIDE TRUNCA=Área Lateral + Área de las bases**
- **VOLUMEN DE LA PIRÁMIDE TRUNCA = una forma práctica de calcularlo es restar el volumen de la pirámide grande menos el volumen de la pirámide pequeña.**



CUERPOS REDONDOS

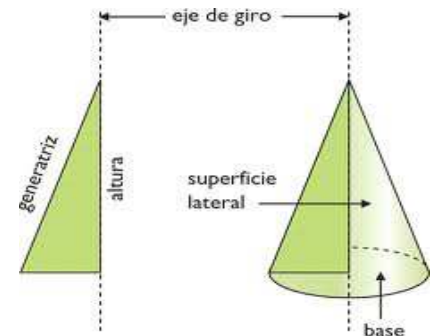
CILINDROS

- **ÁREA LATERAL DEL CILINDRO = $2 \times \pi \times \text{radio} \times \text{altura del cilindro}$.**
- **ÁREA TOTAL DEL CILINDRO = Área Lateral + $2 \times \pi \times \text{radio}^2$**
- **VOLUMEN DEL CILINDRO = $\pi \times \text{radio}^2 \times \text{altura del cuerpo}$**



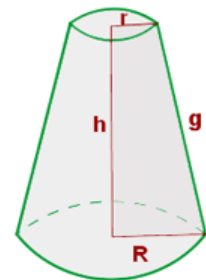
CONOS

- **ÁREA LATERAL DEL CONO = $\pi \times \text{radio} \times \text{generatriz}$**
- **ÁREA TOTAL DEL CONO = Área Lateral + Área de la base**
- **VOLUMEN DEL CONO = $\frac{1}{3} \text{Área de la base} \times \text{altura}$**



CONO TRUNCADO

- **ÁREA LATERAL DEL CONO TRUNCADO =**
= $\pi \times (\text{Radio mayor} + \text{radio menor}) \times \text{generatriz}$
- **ÁREA TOTAL DEL CONO TRUNCADO =**
= Área Lateral + Área de las bases
- **VOLUMEN DEL CONO =**
= $\pi \times \text{altura} (\text{Radio mayor}^2 + \text{radio menor}^2 + \text{Radio mayor} \times \text{radio menor}) / 3$



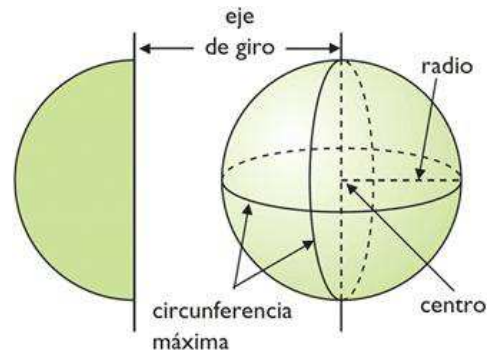
ESFERA

- ÁREA DE LA ESFERA

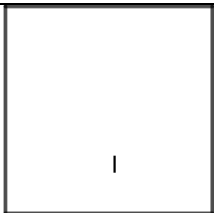
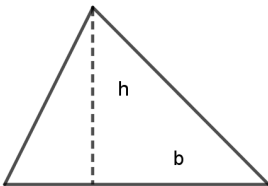
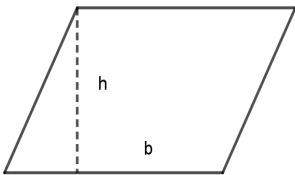
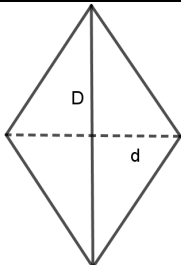
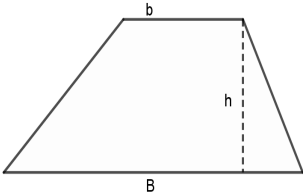
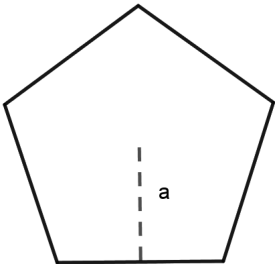
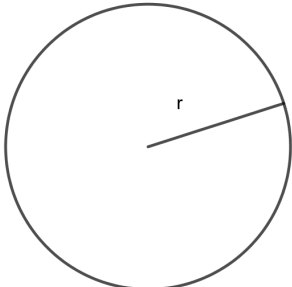
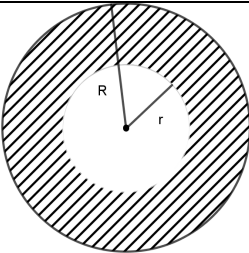
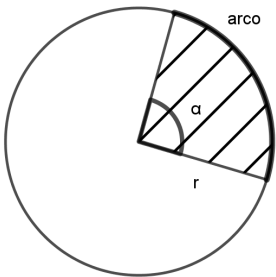
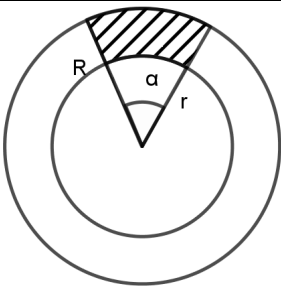
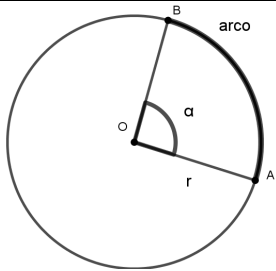
$$A = 4 \times \pi \times \text{radio}^2$$

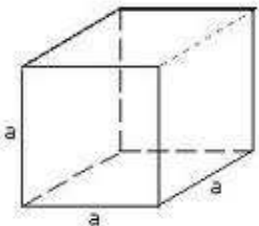
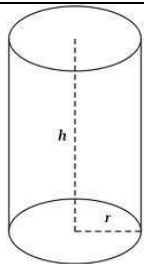
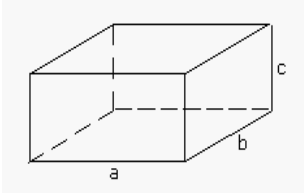
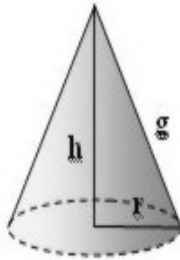
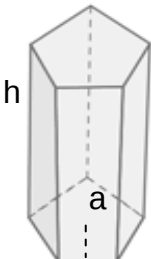
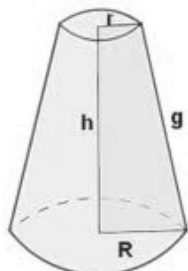
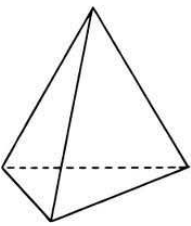
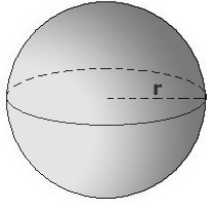
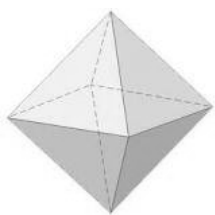
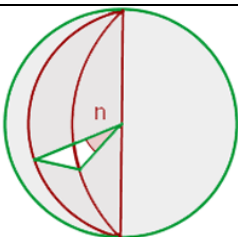
- VOLUMEN DE LA ESFERA =

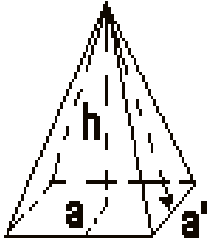
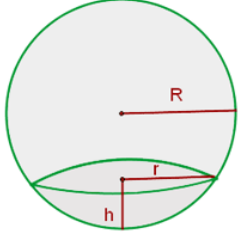
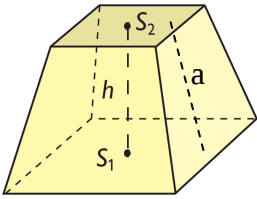
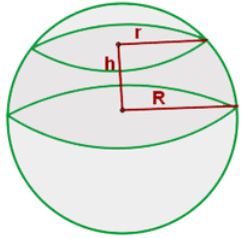
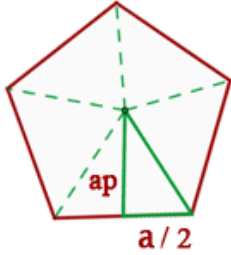
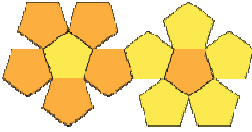
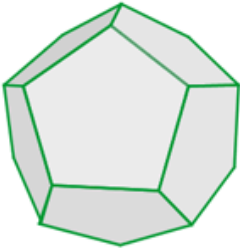
$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times \text{radio}^3$$



FÓRMULAS DE ÁREAS Y VOLÚMENES

Cuadrado $A = l^2$ 	Triángulo $A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h$ 
Rectángulo $A = b \cdot h$ 	Paralelogramo $A = b \cdot h$ 
Rombo $A = \frac{1}{2} \cdot D \cdot d$ 	Trapecio $A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$ 
Polígono regular P: Perímetro a: apotema $A = \frac{P \cdot a}{2}$ 	Circunferencia y círculo Perímetro = $2 \cdot \pi \cdot r$ $A = \pi \cdot r^2$ 
Corona circular $A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$ 	Sector circular $A = \frac{\pi \cdot r^2}{360^\circ} \cdot \alpha$ $A = \frac{1}{2} \text{ arco} \cdot \text{radio}$ 
Trapecio circular $A = \frac{\pi \cdot (R^2 - r^2) \cdot \alpha}{360^\circ}$ 	Arco de circunferencia $\overset{\frown}{AB} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot \alpha}{360^\circ}$ 

Cubo $A = 6 \cdot a^2$ $V = a^3$		Cilindro $A = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (r + h)$ $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$	
Ortoedro $A = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$ $V = a \cdot b \cdot c$		Cono $A = \pi \cdot r \cdot (g + r)$ $V = 1/3 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$	
Prisma recto $A = P \cdot (h + a)$ $V = A_b \cdot h$		Tronco de cono $A = \pi \cdot [g \cdot (R + r) + R^2 + r^2]$ $V = 1/3 \cdot \pi \cdot h \cdot (R^2 + r^2 + R \cdot r)$	
Tetraedro regular $A = \sqrt{3} \cdot l^2$ $V = \frac{\sqrt{2} \cdot l^3}{12}$	 l (arista)	Esfera $A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$ $V = 4/3 \cdot \pi \cdot r^3$	
Octaedro regular $A = 2 \cdot \sqrt{3} \cdot l^2$ $V = \frac{l^3 \cdot \sqrt{2}}{3}$	 l (arista)	Huso- Cuña esférica $A = \frac{2 \pi R^2}{360} \cdot n$ $V = \frac{4/3 \cdot \pi R^3}{360} \cdot n$	

Pirámide recta $A = \frac{1}{2} P (a + a')$ $V = \frac{1}{3} A_b \cdot h$		Casquete esférico $A = 2 \pi R h$ $V = \frac{1}{3} \pi h^2 (3R - h)$	
Tronco de Pirámide $A = \frac{1}{2} (P + P') \cdot a + S_1 + S_2$ $V = \frac{1}{3} h (S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 \cdot S_2})$		Zona esférica $A = 2 \pi R h$ $V = (\pi h)/6 \cdot (h^2 + 3R^2 + 3r^2)$	
Dodecaedro $A = 30 \cdot a \cdot ap$ $V = \frac{1}{4} (15 + 7\sqrt{5}) a^3$	  	Icosaedro $A = 5 \sqrt{3} a^2$ $V = \frac{5}{12} (3 + \sqrt{5}) a^3$ a = arista	