





CAPITULO .03

Cinemática y Dinámica

CONCEPTO GENERAL DE CINEMÁTICA Y
DINÁMICA

Trayectoria

MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORME

Movimiento Variado

Movimiento Rectilineo Uniformemente
Variado

Movimiento Uniformemente Acelerado

Movimiento Uniformemente Retardado

Caída Libre en el Vacío

Formulas de Caída Libre de los Cuerpos

Tiro Vertical

MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME

Velocidad Angular

Período

Frecuencia

Velocidad Lineal o Tangencial

Definición de Radián

Pasaje de Grados a Radianes

Pasaje de Radianes a Grados

Fuerza Centrifuga y Centrípeta

Movimiento Armónico Simple

CONCEPTO GENERAL DE CINEMÁTICA Y DINÁMICA

Como vimos en Capítulo 1, la cinemática estudia el movimiento de los cuerpos, sin considerar las causas que lo producen o modifican. Denominamos movimiento al cambio de posición de un cuerpo con respecto a un punto considerado arbitrariamente como fijo, a medida que transcurre el tiempo. Como consecuencia, el movimiento es un concepto relativo: Un cuerpo se mueve en relación a otro, ya que en el universo no existe nada que no se mueva. De lo antes dicho podemos deducir que:

Un cuerpo puede estar en movimiento o en reposo según los puntos de referencia que se consideren.

La dinámica describe los factores capaces de producir alteraciones en los sistemas físicos, los cuantifica y matematiza mediante ecuaciones.

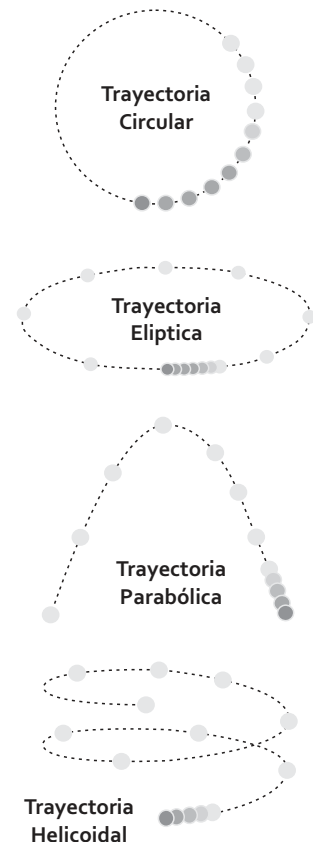
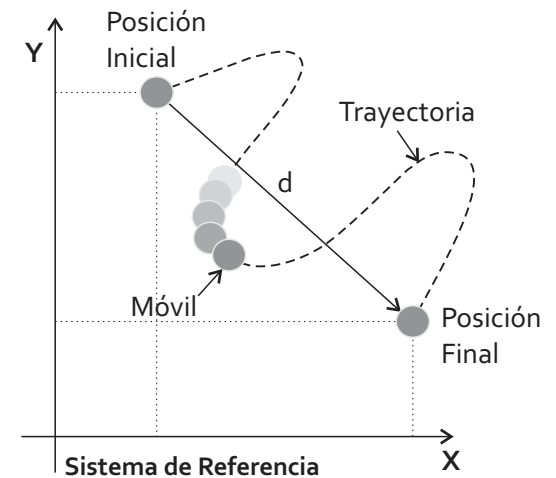
Trayectoria

La trayectoria que describe un cuerpo que se mueve es la figura formada en el espacio por las sucesivas posiciones de ese cuerpo. Las posibles trayectorias de un cuerpo son:

- **Rectilínea:** en línea recta.
- **Circular:** describiendo un círculo.
- **Elíptica:** como los planetas alrededor del Sol.
- **Parabólica:** cuerpo arrojado hacia arriba con inclinación.
- **Helicoidal:** en forma de hélice.
- **Hiperbólica:** la hipérbola es una curva abierta. Es la trayectoria de algunos cometas.

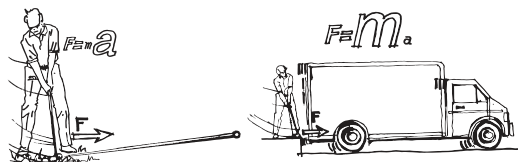
A su vez, el movimiento puede ser:

- de **traslación:** cuando el cuerpo determina un segmento que adopta posiciones paralelas a las primitivas en su trayectoria.
- de **rotación:** cuando uno de sus puntos describe una circunferencia o arco de circunferencia.

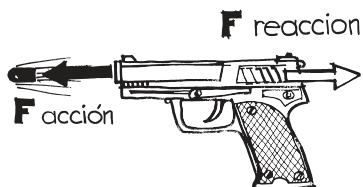




1ra Ley de Newton



2ra Ley de Newton



3ra Ley de Newton

A diferencia de la cinemática, que realiza un estudio de tipo descriptivo del movimiento de un cuerpo, la dinámica estudia el movimiento como resultado de las fuerzas que lo producen y lo fundamenta en las leyes del movimiento propuestas por Isaac Newton, estudiadas en el módulo anterior. Repetiremos de manera sintética lo que refieren esas leyes:

1ª Ley de Newton:

Un cuerpo permanecerá en estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme, a menos que una fuerza externa actúe sobre él.

2ª Ley de Newton:

Cuando una fuerza actúa sobre un cuerpo produce una aceleración en la dirección de la fuerza que es directamente proporcional a la fuerza pero inversamente proporcional a la masa del cuerpo.

3ª Ley de Newton:

A toda acción corresponde una reacción en igual magnitud y dirección pero de sentido opuesto.

Si bien en obras de arquitectura el fenómeno más obvio lo presentan las cargas estáticas, también observamos a nuestro alrededor el movimiento. El viento, el sismo, los seres vivos al caminar, los objetos que caen o cambian de posición, afectan a los edificios. No sucede lo mismo en el Diseño Industrial, donde numerosos productos o mecanismos, necesitan del movimiento para cumplir su función.

Para analizar y predecir la naturaleza de los movimientos que resultan de las diferentes clases de interacciones, se han enunciado o propuesto algunos conceptos importantes tales como los de momento, fuerza y energía, tratados en módulos precedentes, y que ahora enfocaremos desde la cinemática y la dinámica.

Movimiento Rectilíneo Uniforme

Movimiento rectilíneo uniforme (MRU) es aquel en el cual el móvil o cuerpo describe una trayectoria rectilínea y recorre espacios iguales en tiempos iguales.

En un movimiento uniforme, se llama velocidad a la relación entre el espacio recorrido y el tiempo necesario para recorrerlo. Se define como la razón o división entre el espacio recorrido (desde la posición x_1 hasta la posición x_2) y el tiempo transcurrido.

De la fórmula original se deducen las otras:

$$v = \frac{d}{t}$$

$$d = v \cdot t$$

$$t = \frac{d}{v}$$

Desde un punto de vista más formal y estricto, deberíamos decir que la fórmula de velocidad es:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

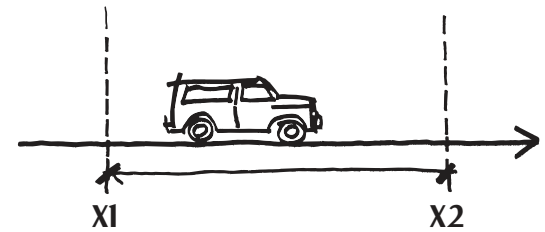
Aunque a los fines prácticos es mucho más entendible expresarla así:

$$v = \frac{d}{t} \quad (\text{a})$$

La velocidad es una magnitud vectorial. Recordaremos que las magnitudes vectoriales o las velocidades son aquellas que se definen con: punto de aplicación, dirección, sentido e intensidad.

Es importante agregar que cuando se habla exclusivamente de la distancia recorrida con respecto al tiempo, sin establecer el sentido, nos referimos a la **rapidez**.

Rapidez es el cociente entre la distancia recorrida y el tiempo empleado; es así que la rapidez resulta una magnitud escalar.



$$\Delta x = x_2 - x_1$$

Siendo: v : velocidad

d = Δx = a espacio recorrido,

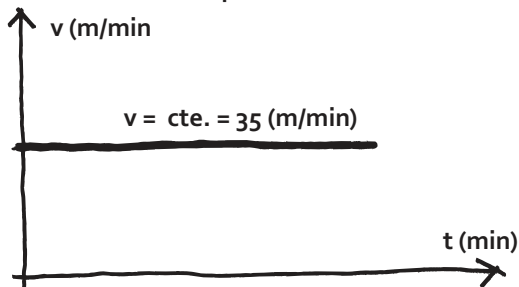
$d = \Delta x = x_2 - x_1$

t : el tiempo transcurrido,

$t = \Delta t = t_2 - t_1$

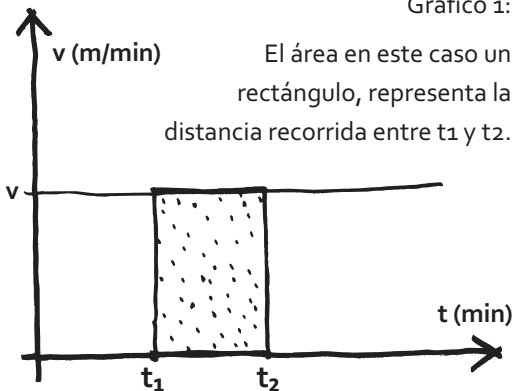
La ecuación **(a)** corresponde a un movimiento rectilíneo y uniforme, donde la velocidad permanece constante en toda la trayectoria.

Representación gráfica de la Velocidad en Función del tiempo en un M.R.U.

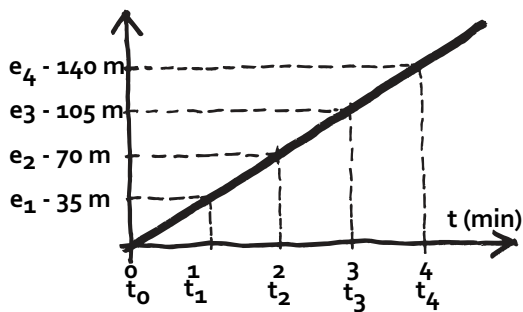


En este gráfico observamos que, independientemente del valor del tiempo, la velocidad es siempre la misma.

Gráfico 1:



Representación gráfica del espacio recorrido en Función del tiempo en un M.R.U.



Representación gráfica cuando hay una distancia e_0 inicial en un M.R.U.

Comúnmente se confunden estos conceptos (rapidez y velocidad). Una rapidez se reconoce por tener dos datos: un número y una unidad de medida.

Con sólo esta información es imposible poder predecir dónde se encontrará un objeto cualquiera en el futuro. No se informa hacia dónde se dirige el móvil, no se sabe ni la posición, ni la dirección, ni el sentido, y esto es muy importante.

Velocidad es un concepto más completo que el de rapidez. El concepto de velocidad además de tener un número y una unidad de medida posee indicaciones de dirección y sentido. De la definición antes dada de M.R.U se deducen dos leyes.

La primera ley dice lo siguiente:

Para un movimiento uniforme, la velocidad es constante. Si el mismo se realiza en una trayectoria recta, se denomina rectilíneo.

Ej: Un móvil que recorre una distancia a 35 m/min, en un minuto recorre 35 m; en dos minutos recorre 70 m; en tres minutos recorre 105 m y en cuatro 140 m. La velocidad siempre es constante.

El área del rectángulo comprendida entre el gráfico de velocidad y el eje del tiempo representa la distancia recorrida. (Gráfico 1)

Efectivamente, el área del rectángulo se calcula multiplicando la base por la altura, es decir:

$$\text{Área} = (t_2 - t_1) \cdot v = v \cdot \Delta t = e$$

La segunda ley dice:

En un M.R.U., el espacio recorrido es directamente proporcional al tiempo empleado en recorrerlo.

Sea cual sea la distancia que recorra el móvil, empleará un tiempo tal

que el cociente entre esa distancia y el tiempo es siempre el mismo.

Si representamos gráficamente el espacio que recorre un móvil que se mueve con velocidad constante de 20 m/min pero en el momento de partida ya se encuentra - por ejemplo - a 30 m por delante de la salida, el gráfico será diferente.

MOVIMIENTO VARIADO

Movimiento variado es el que posee un móvil cuya **velocidad varía a medida que pasa el tiempo**. De lo antes presentado deviene el término aceleración; ésta se define como:

El cociente o razón entre la variación de la velocidad y el intervalo de tiempo transcurrido.

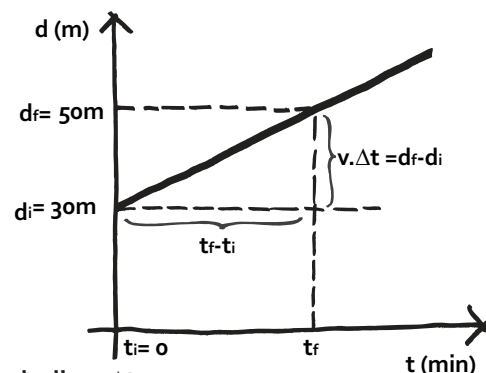
Esto supone que hay una cierta velocidad inicial **vi** que corresponde al comienzo o **ti**, y una velocidad final **vf** correspondiente al instante final **tf**.

$$a = \frac{\text{variación de la velocidad}}{\text{variación del tiempo}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

Es decir:
$$a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

Nota: La unidad de medida de la aceleración en el sistema M.K.S.

es el $\frac{m}{s^2}$. Una aceleración de $1 \frac{m}{s^2}$ ó $1 \frac{m}{s}$ significa que la velocidad aumenta en $1 \frac{m}{s}$ cada vez que transcurre 1 segundo.

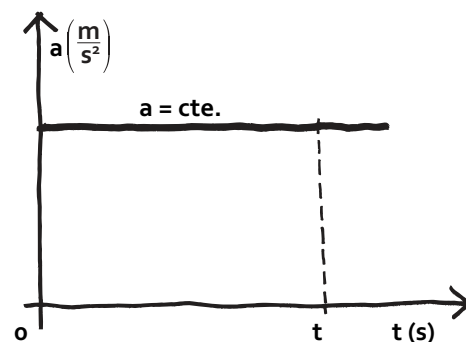


$$d = d_i + v \cdot \Delta t$$

Ecuación horaria correspondiente al movimiento uniforme rectilíneo, en este caso:

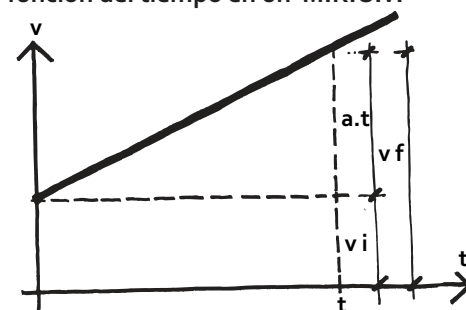
$$d = 30m + 20 \frac{m}{min} \cdot \Delta t \text{ min}$$

Representación gráfica de la aceleración en función del tiempo en un M.R.U.V.



Siendo constante la aceleración su gráfico es una horizontal

Representación gráfica de la velocidad en función del tiempo en un M.R.U.V.



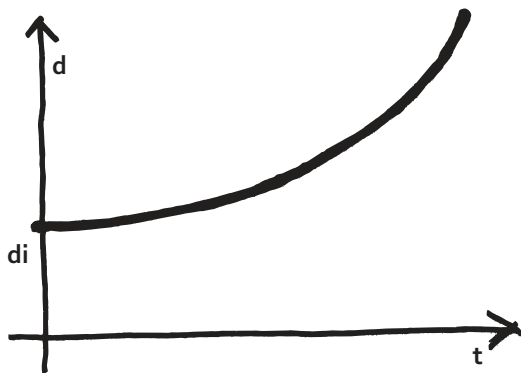
Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

Movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV) es el que tiene un móvil cuya **velocidad aumenta o disminuye** cantidades iguales en cada unidad de tiempo. En consecuencia, en el MRUV, la aceleración es constante. De la fórmula de aceleración $a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$, se deducen algebraicamente las demás:

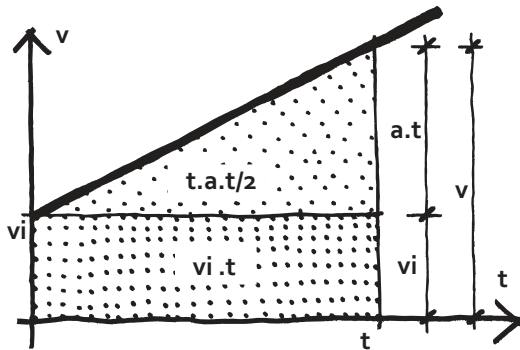
$$v_f = v_i + a (t_f - t_i) = v_i + a \Delta t$$

$$v_i = v_f - a \cdot \Delta t$$

$$\Delta t = \frac{\Delta v}{a}$$



Representación gráfica del espacio recorrido en función del tiempo en un M.R.U.A.



Movimiento Uniformemente Acelerado

La fórmula [1] nos permite predecir la velocidad final v_f , en cualquier instante ($t_2 - t_1$) para un móvil que se desplaza con aceleración a (que en este caso es constante) a partir de una velocidad inicial v_i .

Movimiento uniformemente acelerado:

Cálculo del espacio recorrido

Tratamos de encontrar una expresión que vincule al desplazamiento en función del tiempo, para un móvil que viaja con aceleración constante. Para hacerlo partimos tomando el área de la figura que representa la longitud del camino recorrido en ese intervalo. **Según se ha visto, el área comprendida entre el gráfico de velocidad y el eje del tiempo representa la distancia recorrida.**

En el caso del M.R.U.V. la figura se descompone en un rectángulo y un triángulo, cuyas áreas resultan ser:

Área del rectángulo: $b \cdot h = v_i \cdot t$

Área del triángulo: $\frac{b \cdot h}{2} = \frac{(v_f - v_i) \cdot t}{2} = \frac{a \cdot t \cdot t}{2} = \frac{a \cdot t^2}{2}$

Por lo que la fórmula del espacio recorrido se calcula sumando ambas expresiones, es decir:

$$d = v_i \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

Movimiento rectilíneo uniformemente retardado

Es aquel que tiene un móvil en el cual su velocidad disminuye cantidades iguales en tiempos iguales. Si la velocidad va disminuyendo, resulta que la aceleración es negativa y la formula correspondiente es la siguiente:

$$d = v_i \cdot t - \frac{a \cdot t^2}{2}$$

Leyes del movimiento rectilíneo uniformemente variado M.R.U.V.

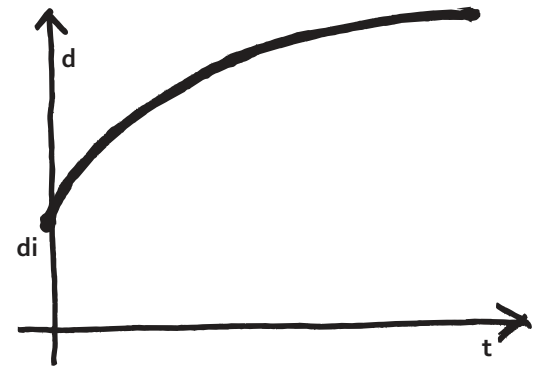
El estudio de las características de este movimiento da origen a las llamadas leyes del movimiento rectilíneo uniformemente variado.

1. En un movimiento uniformemente acelerado, la aceleración es constante.
2. La velocidad en un movimiento uniformemente acelerado es directamente proporcional al tiempo.
3. El espacio recorrido con movimiento uniformemente acelerado es directamente proporcional al cuadrado del tiempo.

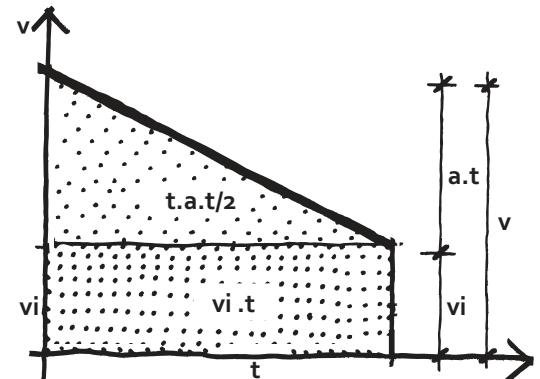
Caída Libre en el vacío

La observación cotidiana nos indica que todo cuerpo librado a la acción de su peso cae, debido a que actúa sobre él la fuerza de la gravedad. **La atracción gravitatoria** hace que los cuerpos se aceleren hacia abajo y, entonces, que en una caída vayan cada vez más rápido. También es la responsable de que al lanzar una piedra hacia arriba, ésta vaya cada vez más lento hasta detenerse y comenzar a bajar. La aceleración debida a la atracción gravitatoria siempre se dirige hacia abajo, frenando lo que sube o acelerando lo que baja.

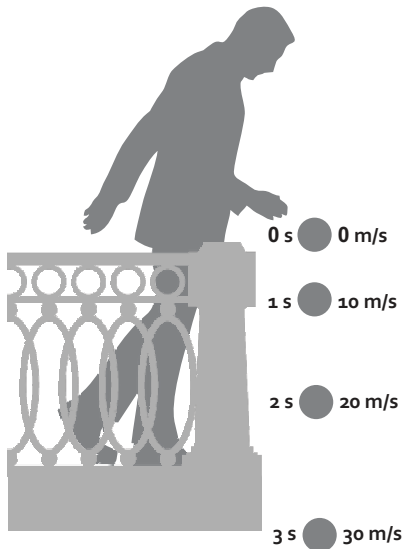
Dicho movimiento responde a las leyes del **M.U.A.**, esto significa que



Representación gráfica del espacio recorrido en función del tiempo en un M.R.U.R.



Movimiento Uniformemente Retardado



Caída Libre

un cuerpo en caída libre adquiere aceleración constante. **Galileo** descubrió experimentalmente que en cada segundo de caída, un cuerpo cambia de velocidad en 10 m/s (aproximadamente). Este valor da una aceleración: “10 metros por segundo por cada segundo de caída libre”

$$\text{Aceleración de la gravedad} = \frac{10 \text{ m/s}}{\text{s}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Un valor más exacto es $9,8 \text{ m/s}^2$, aunque varía un poco según el lugar geográfico: la aceleración de la gravedad varía

con la latitud, debido a la forma geoide de la tierra. Esto nos demuestra que la aceleración de la gravedad disminuye con la altura y aumenta al aproximarse el cuerpo al nivel del mar y

estar más cerca del centro de la Tierra. Debido a que nuestro planeta no es una esfera perfecta y se encuentra ligeramente achatada en los polos, nos encontramos con valores extremos de aceleración de la gravedad: $9,81 \text{ m/s}^2$ en los polos y $9,78 \text{ m/s}^2$ en la zona del ecuador terrestre. A los fines prácticos y con el objetivo de simplificar los cálculos, podemos tomar el valor aproximado de 10 m/s^2 .

Nota: en otros cuerpos del sistema solar, el valor de aceleración de la gravedad en la superficie es diferente al de la Tierra. Por ejemplo en la Luna es $1,6 \text{ m/s}^2$, en Mercurio es de $3,7 \text{ m/s}^2$ y en Júpiter es de $23,12 \text{ m/s}^2$.

De todo lo antes mencionado deducimos que en un campo gravitatorio:

1. Todos los cuerpos caen con movimiento uniformemente acelerado.
2. Todos los cuerpos, en el vacío (sin rozamiento atmosférico), al caer adquieren la misma aceleración.

3. Aceleración de la gravedad es la aceleración que adquieren los cuerpos en la caída libre; su valor depende de la latitud del lugar y se representa por la letra g y su valor aproximado es $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Fórmulas de la caída de los cuerpos

Debido a que estamos en presencia de un M.R.U.V. nos basaremos en dichas fórmulas a las que les haremos las adaptaciones correspondientes:

$$V_f = v_i + a \cdot t$$

$$e = v_i \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

En el caso de caída libre desde una cierta altura, un cuerpo cae libremente sometido sólo a la acción de la gravedad, por lo que la **velocidad inicial es cero**. Efectuando el reemplazo correspondiente ($V_i = 0$, $a = g$) en las fórmulas indicadas, resulta:

$$V_f = g \cdot t$$

$$e = \frac{g \cdot t^2}{2}$$

Si el cuerpo poseía una cierta velocidad inicial, las fórmulas se traducen en:

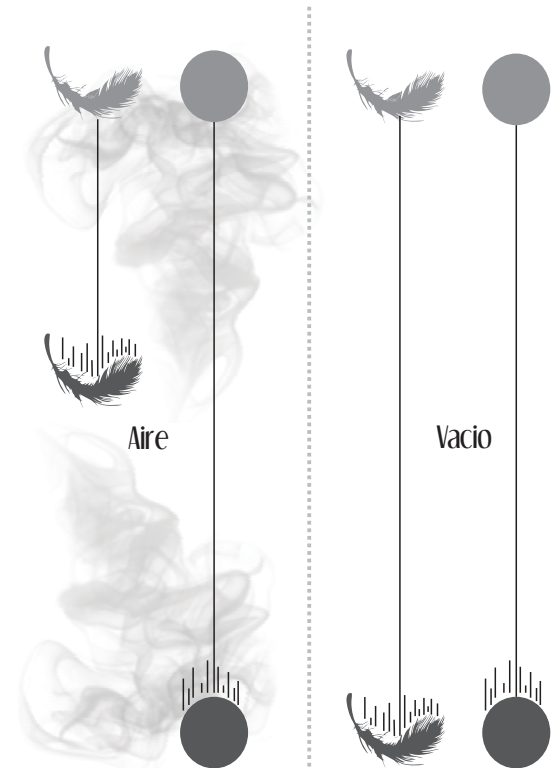
$$V_f = v_i + g \cdot t$$

$$e = v_i \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2}$$

Tiro Vertical

Se conoce como tiro vertical al que resulta del lanzamiento de un cuerpo hacia arriba en forma vertical, esto siempre prescindiendo del rozamiento del aire. El tiro vertical es un movimiento contrario al de la caída libre. Por lo visto anteriormente ya sabemos que:

Todo cuerpo lanzado verticalmente hacia arriba está dotado de movimiento uniformemente retardado.



$$\begin{aligned}
 y &= ax+b & x &= t & v_i &= \text{cte.} \\
 & & y &= V_f t & g &= \text{cte.} \\
 & & g &= \text{cte.} \\
 & & v_i &= a
 \end{aligned}$$

Formulas de tiro vertical

Razonando de modo análogo al caso de caída, a partir de las fórmulas de M.R.U.V, y debido a que la aceleración de la gravedad contribuye a frenar el cuerpo y tiene un sentido opuesto a la velocidad inicial, es que sustituimos el valor "a" por "-g" en dichas fórmulas, con lo que obtenemos:

$$V_f = v_i - g \cdot t \quad (1)$$

$$d = v_i \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} \quad (2)$$

Es de particular interés el cálculo de la altura máxima a la que llega un objeto lanzado hacia arriba, lo que puede deducirse de la fórmula de velocidad final (1):

$$h_{\text{máx}} = \frac{v_i^2}{2 \cdot g}$$

Sabiendo que cuando un objeto lanzado hacia arriba llega a su máxima altura, en ese instante su velocidad será nula, es decir: $V_f = 0$

$$0 = v_i - g \cdot t$$

$$g \cdot t = v_i$$

$$t = \frac{v_i}{g} \quad (3)$$

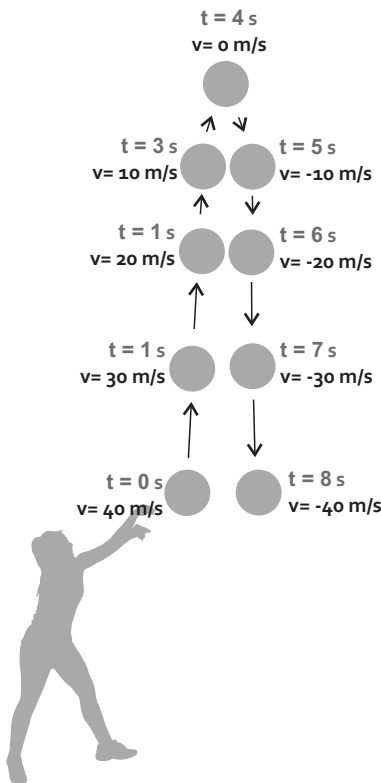
Esta última expresión (3) permite calcular el tiempo que tarda el objeto en alcanzar la altura máxima.

La altura máxima alcanzada se calcula reemplazando dicho valor en la fórmula [2] de espacio.

Debido a la simetría del movimiento, el tiempo total necesario para subir hasta el punto de altura máxima y volver al suelo es el doble del expresado en la fórmula [3], es decir:

$$t = \frac{2v_i}{g}$$

Tiempo en subir y volver al punto de donde se lanzó.



Movimiento Circular Uniforme (M.C.U.)

Recordemos que un movimiento rectilíneo es uniforme cuando:

“el móvil o cuerpo recorre distancias iguales en tiempos iguales”

Lo mismo diremos para el movimiento circular uniforme, pero cambiando la palabra distancia por arcos. Es decir:

Un cuerpo está animado por un movimiento circular uniforme cuando tiene una trayectoria que es una circunferencia y recorre arcos iguales en tiempos iguales.

Como en una misma circunferencia a arcos iguales corresponden ángulos centrales iguales, también podemos decir:

Un movimiento circular es uniforme cuando el móvil describe ángulos iguales en tiempos iguales.

Velocidad Angular

Es el cociente entre el ángulo descripto y el tiempo empleado en describirlo. Se lo representa con la letra griega ω (omega).

En el movimiento circular uniforme la velocidad angular es constante. Por eso el movimiento se llama constante.

$$\omega = \frac{\alpha}{t}$$

Si el ángulo descripto está expresado en grados sexagesimales y el tiempo en segundos, la unidad de la velocidad angular será el $^{\circ}/s$ (grado sobre segundo). Otra posibilidad es expresar el ángulo en radianes, por lo tanto la unidad será el rad/s , o simplemente $1/s$.

En un cuerpo moviéndose con trayectoria circular de tal manera que describe un ángulo de 34° en $0,2 s$, la velocidad angular será:

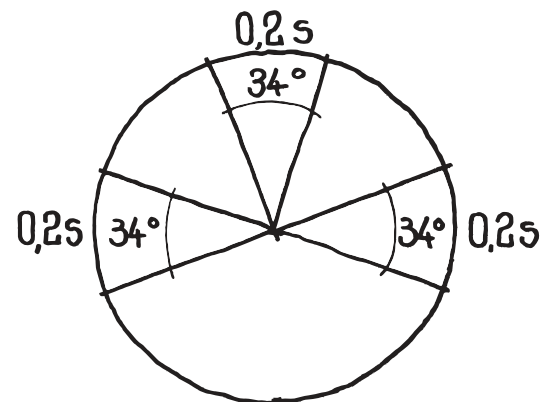
$$\omega = \frac{\alpha}{t} = \frac{34^{\circ}}{0,2 s} = 170 \frac{^{\circ}}{s}$$

Si recordamos que 2π (en radianes) equivalen a 360° , y siendo 170°

ω : velocidad angular

α : ángulo descripto

t : tiempo empleado



equivalentes a $170 / 360 = 0,4722$ giro completo, es decir:

$0,4722 \times 6,28 = 2,967$, esta velocidad angular se puede expresar así:

$$\omega = \frac{2,967}{s}$$

Período

Se llama período de un movimiento circular uniforme al tiempo que tarda en dar una vuelta completa. Se lo designa con la letra T. Si el ángulo girado en una vuelta completa lo expresamos en radianes (2π), la velocidad angular se puede expresar:

$$T = \frac{2\pi \text{ radianes}}{\omega}$$

$$\omega = \frac{2\pi \text{ radianes}}{T}$$

Esta fórmula sólo es válida cuando el ángulo se mide en radianes.

Frecuencia

La frecuencia es la cantidad de vueltas que da el móvil en un segundo. Se designa con la letra f. Su unidad es el Hertz (Hz), siendo 1 Hz = , es decir, una vuelta o ciclo por segundo.

El kilohertz (Khz) es muy utilizado para designar las frecuencias de las estaciones de radio, y equivale a 1000 Hz.

Período y frecuencia se relacionan por las fórmulas:

$$T = \frac{1}{f}$$

$$f = \frac{1}{T}$$

Ejemplo: Si un cuerpo en M.C.U. tarda 2 seg en dar una vuelta, el período es $T = 2$ seg. La frecuencia es $1/2\text{seg} = 0,5$ Hz.

Velocidad Lineal o tangencial

Como la trayectoria de un cuerpo que se mueve sobre una circunferencia resulta un arco –que es una longitud– podemos pensar en una velocidad lineal o tangencial, definida como:

El cociente entre la longitud del arco recorrido y el tiempo empleado.

Y dado que la trayectoria es una circunferencia de radio "R", siendo $d = 2 \pi R$, la velocidad tangencial será:

$$v = d / t = 2 \pi R / 360 / t$$

Que se puede expresar en función del período como:

$$v = \frac{2\pi R}{T}, \text{ o lo que es lo mismo: } v = \omega \cdot R$$

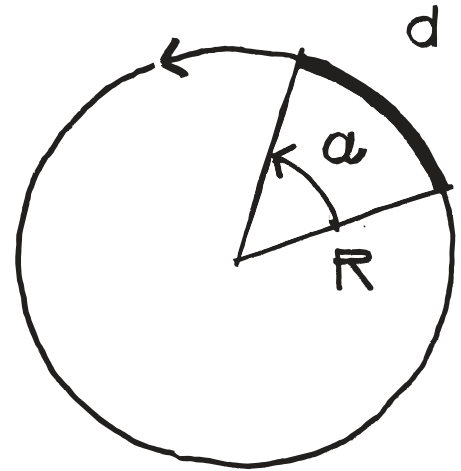
De lo antes expuesto se deduce, que en el movimiento circular se pueden considerar dos velocidades: la velocidad angular y la velocidad lineal o tangencial con que el punto describe su trayectoria sobre la circunferencia. Por ello podemos decir lo siguiente:

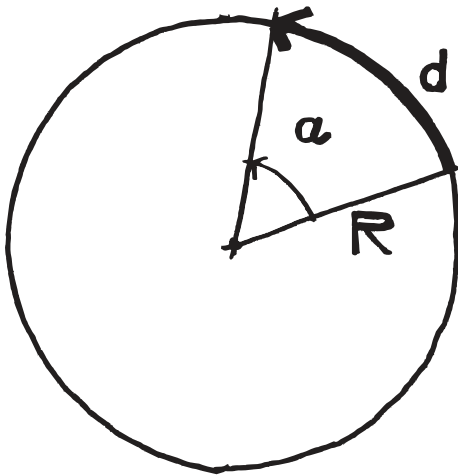
La velocidad angular es la misma para todos los puntos.

La velocidad lineal es diferente si los puntos están situados a distintas distancias del centro de rotación.

La velocidad angular (ω) de un movimiento circular es, como la velocidad rectilínea, una magnitud vectorial. Se la representa gráficamente por medio de un vector.

- 1) **Dirección:** perpendicular al plano al que pertenece la circunferencia que describe el móvil (es paralelo al eje de rotación).
- 2) **Sentido:** se obtiene por medio de una convención. Es el mismo en que avanza un tirabuzón, colocado perpendicularmente al plano en que se efectúa el movimiento, cuando se lo hace girar en el mismo sentido que tiene el móvil.
- 3) **Medida:** se la representa por medio de una escala adecuada. La unidad para medir velocidad angular es: grado /segundo, revoluciones/minuto. En Física una nueva unidad para medir ángulos, es el **radián**.





Definición de radián

Es el ángulo central al que corresponde un arco de longitud igual al radio. La medida en radianes se consigue entre el cociente de la longitud d del arco y la longitud R del radio:

$$\alpha \text{ (en radianes)} = \frac{\text{arco}}{\text{radio}} = \frac{d}{R}$$

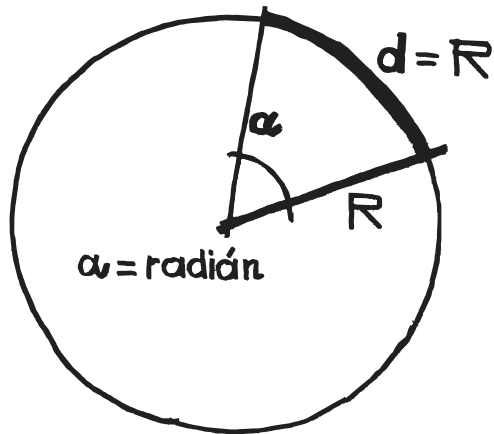
Equivalencia entre radianes y grados sexagesimales

Un ángulo de 45° , en radianes vale $\pi/4$

Un ángulo de 90° , en radianes vale $\pi/2$

Un ángulo llano mide 180° , en radianes vale π

Un ángulo de 360° , en radianes vale 2π



Siendo el arco " d " igual al radio " R ", el ángulo es de 1 radián

Pasaje de grados a radianes

Para expresar en radianes un ángulo dado en grados sexagesimales, éstos se expresan en la misma unidad (grados) y se hace la regla de 3 correspondiente utilizando cualquiera de las relaciones indicadas arriba.

Para expresarlos en grados, hay que tener en cuenta que muchas veces la expresión de un ángulo está compuesta de: grados, minutos y segundos. Debido a que un grado equivale a 60 minutos y a 3600 segundos, dividimos los minutos y los segundos respectivamente por 60 y por 3600 (Todas las calculadoras científicas realizan automáticamente esta acción)

Ej.: Expresar en radianes el ángulo de $75^\circ 36' 25''$.

Primero: pasamos a grados: $75^\circ 36' 25'' = 75^\circ + \frac{36'}{60} + \frac{25''}{3600} = 75,6069444^\circ$

Segundo: la regla de 3

$180^\circ \text{ ————— } \pi \text{ radianes}$

$75,6069444^\circ \text{ — } x = \pi \cdot 75,60694444^\circ / 180^\circ = 1,31959 \text{ radianes}$

Pasajes de radianes a grados:

Comenzamos con la regla de 3, y a continuación del resultado (que estará totalmente en grados) se descompone su parte decimal en minutos y segundos multiplicando por 60 dos veces.

Ejemplo: Expresar en grados un ángulo de 2,35 radianes.

Primero: regla de 3

$$180^\circ \text{ ————— } 1\pi \text{ rad}$$

$$x^\circ \text{ ————— } 2,35 \text{ rad}$$

$$x = 180^\circ \times 2,35 \text{ rad} / \pi = 134,64508^\circ = 134^\circ + 0,64508^\circ$$

Segundo: expresamos en grados, minutos y segundos.

$$0,6450819 \times 60' = 38',7049113 = 38' + 0',7049113$$

$$0,7049113 \times 60'' = 42'',294678$$

El ángulo buscado es, entonces, **134° 38' 42,29"**

Fuerza Centrífuga y Centrípeta:

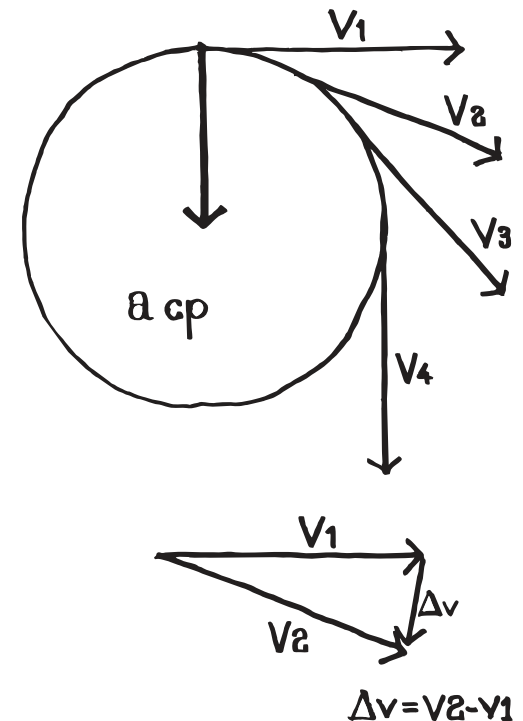
Si atamos un elemento de peso considerable al extremo de una soga y tomamos la soga del otro extremo y la hacemos girar, la soga se pondrá tensa y se deberá realizar una cierta fuerza para mantener el centro de giro o rotación en el mismo lugar. Esta fuerza que debemos hacer para mantener ese centro se denomina **fuerza centrípeta**.

La soga se puso tensa por el principio de acción y reacción: de allí surge otra fuerza en sentido contrario a la centrípeta, que se denomina **fuerza centrífuga**.

En todo movimiento circular uniforme se originan dos fuerzas:

Fuerza centrípeta, que tiene dirección y sentido hacia el centro de rotación.

Fuerza centrífuga, que es la resultante de la existencia de la



intensidad que la fuerza centrípeta, pero de sentido opuesto.

La velocidad v de un móvil con M.C.U. es un vector que está variando permanentemente, pues si bien su medida es constante, no lo es su dirección. Esto se ve claramente si en cada caso dibujamos los vectores con un mismo punto de origen, como muestra la figura.

Existe un cambio en la dirección de la velocidad, por lo tanto, hay aceleración. De este modo se puede demostrar que la fuerza centrípeta o centrífuga es directamente proporcional a la masa del cuerpo, al radio y al cuadrado de la velocidad angular.

Por ello se representa simbólicamente así:

$$F_c = m \cdot \omega^2 \cdot R$$

Como ya hemos demostrado, la relación entre la velocidad angular y la tangencial está dada por la fórmula: $v = \omega \cdot R$ con lo que $\omega = v/R$. Sustituyendo en la fórmula de fuerza centrípeta, obtenemos una expresión equivalente:

$$F_c = m \cdot \omega^2 \cdot R = m \cdot v^2 / R$$

Si varía la masa, la longitud o la velocidad se modificarán situaciones en estas fuerzas y por ello se deduce lo siguiente:

La fuerza centrífuga es proporcional a la masa.

La fuerza centrífuga es proporcional al radio.

La fuerza centrífuga es proporcional al cuadrado de la velocidad angular (a doble o triple velocidad, la fuerza centrífuga es cuatro o nueve veces mayor respectivamente).

Movimiento Armónico Simple (M. A. S.)

El **movimiento armónico simple** es un movimiento periódico, oscilatorio y vibratorio en ausencia de fricción, producido por la acción de una fuerza recuperadora que es directamente proporcional

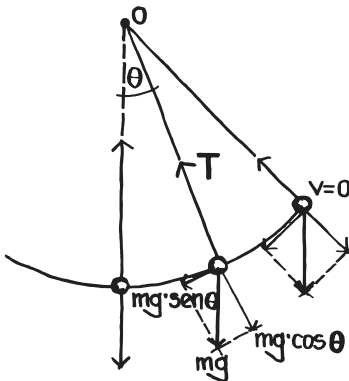
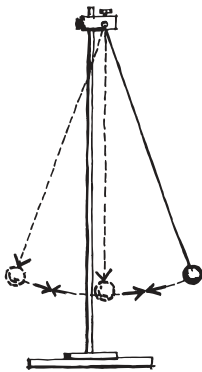
Donde:

F_c : fuerza centrífuga o centrípeta

m : masa

ω : velocidad angular

R : radio de giro.



al desplazamiento pero en sentido opuesto. La expresión matemática de un movimiento de este tipo es una **función seno o coseno**.

Este tipo de movimiento se da en un péndulo (que consiste en un objeto suspendido de modo que puede oscilar), en un **resorte** que se comprime y vuelve a descomprimirse y en general en cualquier caso relacionado con un **fenómeno ondulatorio** (como veremos más adelante las ondas: sonoras y electromagnéticas).

A fin de comprender la formulación matemática de un movimiento de este tipo, imaginemos un punto "A" que se mueve sobre una circunferencia de radio r con movimiento circular uniforme. Consideremos en cada momento, la proyección de A sobre un diámetro vertical A' .

A medida que A se mueva por la circunferencia, el ángulo α irá variando desde 0° hasta 360° dando un giro completo, para volver a repetir lo mismo luego de dar una vuelta. En los gráficos se muestran algunas posiciones sucesivas de A, su proyección A' y el ángulo α :

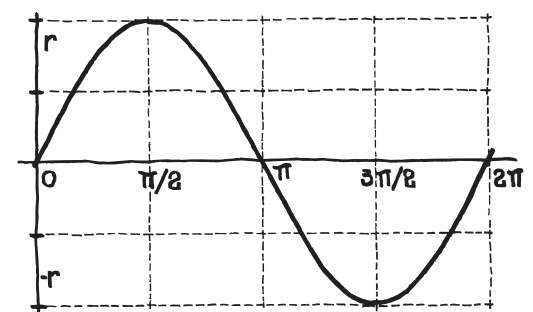
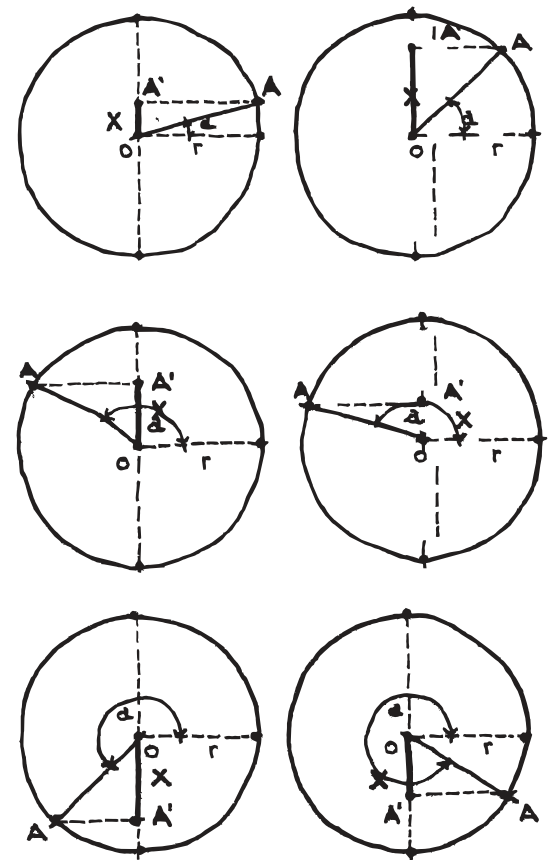
Si representamos la posición de la proyección del punto A (es decir: el segmento remarcado OA') a medida que el ángulo α va desde los 0° hasta los 360° (2π expresado en radianes) obtendremos la gráfica de una función sinusoidal, como vemos en el gráfico.

Si el punto "A" se mueve con una velocidad angular " ω ", la expresión matemática de la gráfica de la derecha, será:

$$x = r \cdot \text{sen}(\alpha)$$

o su equivalente:

$$x = r \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$$





CAPÍTULO .03

Síntesis

CINEMÁTICA

Estudia el movimiento de los cuerpos independientemente de las causas que lo provocan.

Trayectoria: La figura que se forma en el espacio al unir los puntos que marcan las distintas posiciones adoptadas por el móvil en su desplazamiento desde un punto inicial a otro final.

Movimiento: de un punto siempre refiriéndolo a otro punto considerado como fijo.

TRASLACION

El móvil se traslada según una dirección.

TRASLACION M.R.U.:

Vel=
espacio/tiempo =cte
 $e = V t$ $t = e/V$

ESTE
MOVIMIENTO
TIENE
ACELERACIÓN
NULA. POR LO
TANTO, EL MÓVIL
RECORRE
DISTANCIAS
IGUALES EN
TIEMPOS IGUALES



TRASLACIÓN M.R.U.V.:

$V_{\text{final}} =$
 $V_{\text{inicial}} \pm a_{\text{cel}} (t_f - t_i)$

Si el movimiento es
acelerado el
signo será +, si es
desacelerado será -

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

donde: $\Delta t = t_f - t_i$
 $\Delta v = v_f - v_i$

$$e = v_i t \pm \frac{a \cdot t^2}{2}$$

CAÍDA LIBRE Y TIRO VERTICAL

Las ecuaciones son
las del M.R.U.V. y se
reemplaza "a" por
"g" la aceleración
de la gravedad.



ROTACIÓN

El móvil rota alrededor de un punto fijo.

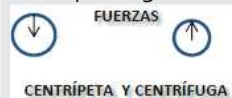
ROTACIÓN

Velocidad tangencial: Recorre arcos de circunferencia iguales en tiempos iguales, depende de la distancia a la que se encuentra el móvil del centro de rotación.

Velocidad angular:
Es la misma para todos los puntos ubicados a lo largo del radio de la circunferencia, solo depende del ángulo girado.

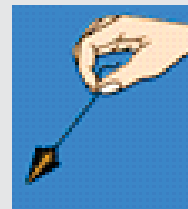
Período: Tiempo que tarda el móvil en dar un giro completo.

Frecuencia:
Cantidad de giros completos que da el móvil por segundo.



MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE

EL PÉNDULO
EL RESORTE
Se trata de un movimiento periódico, oscilatorio y vibratorio en ausencia de fricción. Se relaciona con fenómenos ondulatorios y sus gráficos y ecuaciones responden a los de las funciones trigonométricas seno y coseno.



DINÁMICA

Estudia el movimiento de los cuerpos ocupándose de las causas que lo provocan.

1º LEY DE NEWTON INERCI

2º LEY DE NEWTON $F = ma$ $P = mg$

3º LEY DE NEWTON ACCIÓN Y FUERZAS