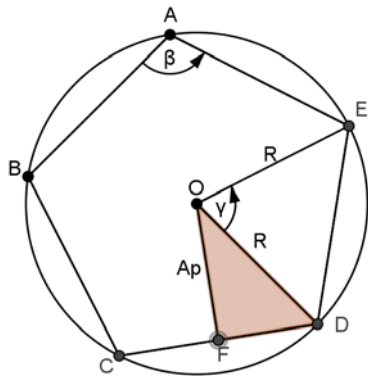
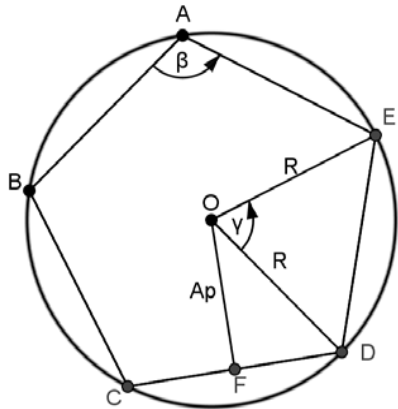


FORMULAS
DE APLICACIÓN
M2B

POLIGONOS REGULARES SUPERFICIES

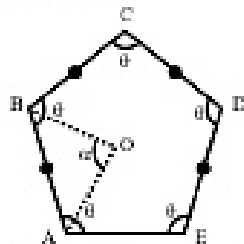


- Superficie= $\frac{\text{perímetro} \times \text{apotema}}{2}$

- Superficie= 2x n x Sup. triangulo OFD

n: número de lados del polígono regular.

- Polígono Regular
Cuando los ángulos y lados tienen la misma medida.



Donde: "O" es el centro del polígono.

PROPIEDADES

I. Relación de lados, vértices, ángulo:

N° vértices = N° lados = N° ángulos = n

II. Suma de medidas de los ángulos interiores (Si):

$$Si = 180 (n - 2)$$

n = número de lados

III. Suma de medidas de los ángulos exteriores (Se):

$$Se = 360^{\circ}$$

IV. Medida de un ángulo interior en polígonos equiángulos (α_i):

$$\alpha_i = \frac{180 (n - 2)}{n}$$

n = número de lados

V. Medida de un ángulo exterior en polígonos equiángulos (α_e):

$$\alpha_e = \frac{360}{n}$$

NOTA

Solo en polígono regular
Ángulo central = ángulo exterior

$$\alpha_c = \alpha_e$$

VI. Suma de un ángulo interior y un ángulo exterior:

$$\alpha_i + \alpha_e = 180^{\circ}$$

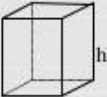
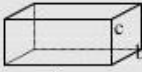
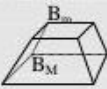
Número Total
Diagonales en
Polígono de " n "
lados

$$= \frac{n(n - 3)}{2}$$

Número de diagonales por
vértice en un polígono regular

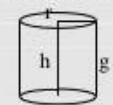
$$d = n - 3$$

FÓRMULAS DE LAS ÁREAS Y VOLUMENES DE LOS CUERPOS GEOMÉTRICOS

Cuerpos	Área total (A_T)	Área lateral (A_L)	Área base/s (A_B)	Volumen (V)
PRISMAS RECTOS 	$A_T = A_L + 2A_B$	$A_L = P_B \cdot h$	$A_B = \begin{cases} \frac{b \cdot a}{2} & (1) \\ l^2 & (2) \\ \frac{P \cdot ap}{2} & (3) \end{cases}$	$V = A_B \cdot h$
ORTOEDRO 	$A_T = 2ab + 2ac + 2bc$	$A_L = 2ac + 2bc$	$A_B = 2ab$	$V = a \cdot b \cdot c$
CUBO 	$A_T = 6a^2$	$A_L = 4a^2$	$A_B = 2a^2$	$V = a^3$
PIRÁMIDES RECTAS 	$A_T = A_L + A_B$	$A_L = \frac{P_B \cdot ap}{2}$	$A_B = \begin{cases} \frac{b \cdot a}{2} & (1) \\ l^2 & (2) \\ \frac{P \cdot ap}{2} & (3) \end{cases}$	$V = \frac{1}{3} A_B \cdot h$ o $V = \frac{A_B \cdot h}{3}$
TRONCO DE PIRÁMIDE 	$A_T = A_L + A_{Bm} + A_{Bn}$	$A_L = \frac{(B + b) \cdot a}{2} \cdot n$	$A_B = \text{igual que en la pirámide}$	

$$V_{\text{Pir truncada}} = \frac{h}{3} (A + A' + \sqrt{A \times A'})$$

FÓRMULAS DE LAS ÁREAS Y VOLUMENES DE LOS CUERPOS GEOMÉTRICOS

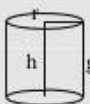
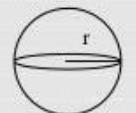
Cuerpos	Área total (A_T)	Área lateral (A_L)	Área base/s (A_B)	Volumen (V)
CILINDRO 	$A_T = A_L + 2A_B$ $A_T = 2\pi rg + 2\pi r^2$	$A_L = 2\pi rg$	$A_B = \pi r^2$	$V = \pi r^2 \cdot h$
CONO 	$A_T = A_L + A_B$ $A_T = \pi rg + \pi r^2$	$A_L = \pi rg$	$A_B = \pi r^2$	$V = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot h$ o $V = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3}$
TRONCO DE CONO 	$A_T = \pi g(R+r) + \pi R^2 + \pi r^2$	$A_L = \pi g \cdot (R+r)$	$A_{Bm} = \pi R^2$ $A_{Bn} = \pi r^2$	
ESFERA 	$A = 4\pi r^2$			$V = \frac{4}{3} \cdot \pi r^3$

(1) Base triangular (b=base, a=altura). (2) Base cuadrada (l=lado). (3) Polígono regular (P=perímetro, ap=apotema).

<https://www.pinterest.es/pin/448460075387018120/?lp=true>

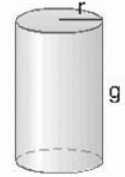
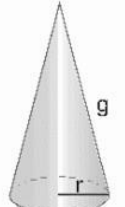
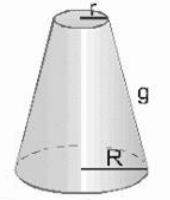
$$V_{\text{cono truncado}} = \frac{h\pi}{3} (r_1^2 + r_2^2 + r_1 \times r_2)$$

Superficies y volúmenes de poliedros irregulares y superficies redondas

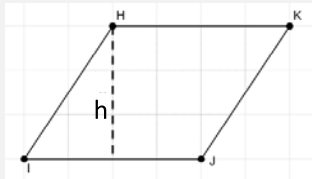
CILINDRO 	$A_T = A_L + 2A_B$ $A_T = 2\pi r g + 2\pi r^2$	$A_L = 2\pi r g$	$A_B = \pi r^2$	$V = \pi r^2 \cdot h$
CONO  TRONCO DE CONO 	$A_T = A_L + A_B$ $A_T = \pi r g + \pi r^2$ $A_T = \pi g(R+r) + \pi R^2 + \pi r^2$	$A_L = \pi r g$ $A_L = \pi g \cdot (R+r)$	$A_B = \pi r^2$ $A_{BM} = \pi R^2$ $A_{Bm} = \pi r^2$	$V = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot h$ ó $V = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3}$
ESFERA 	$A = 4\pi r^2$			$V = \frac{4}{3} \cdot \pi r^3$

(1) Base triangular (b=base, a=altura). (2) Base cuadrada (l=lado). (3) Polígono regular (P=perímetro, ap=apotema).

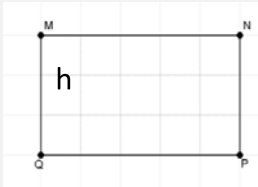
<https://technologynatura.wordpress.com/2014/10/09/desarrollos-areas-y-volumenes-de-poliedros/>

Área de cuerpos geométricos	
Figura	Área
 Cilindro	$A_{lateral} = 2\pi r \cdot g$ $A_{total} = 2\pi r \cdot (g + r)$
 Cono	$A_{lateral} = \pi r \cdot g$ $A_{total} = \pi r \cdot (g + r)$
 Tronco de cono	$A_{lateral} = \pi g \cdot (R + r)$ $A_{total} = \pi g \cdot (R + r) + \pi R^2 + \pi r^2$
 Esfera	$A = 4\pi r^2$

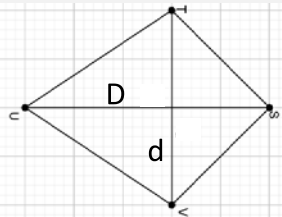
POLIGONOS IRREGULARES SUPERFICIES



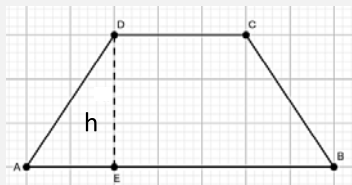
$$\text{Sup} = \text{Base} \times h$$



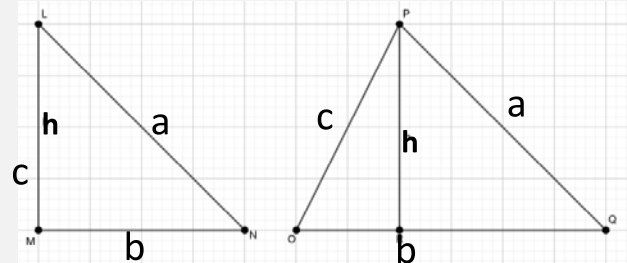
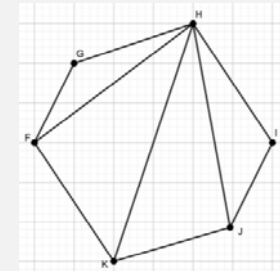
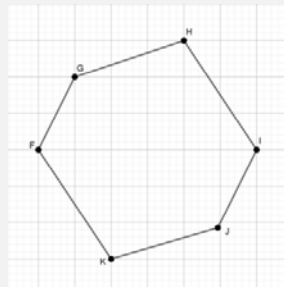
$$\text{Sup} = \text{Base} \times h$$



$$\text{Sup} = \frac{D \times d}{2}$$



$$\frac{(Bm + bm)}{2} \times h = \text{Sup}$$

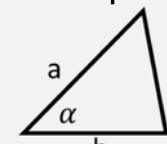


. Si los datos conocidos son solo los lados del triángulo:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \text{ donde}$$

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

. Si se conocen solo dos lados y el ángulo entre ellos comprendido.



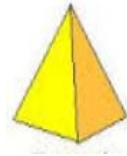
$$\text{Sup} = \frac{a \cdot b \cdot \text{sen} \alpha}{2}$$

Áreas y Volúmenes de Poliedros Regulares

Tetraedro

$$Sup = a^2 \times \sqrt{3} = a^2 \times 1,732050808$$

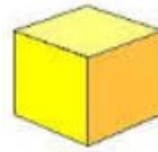
$$Vol = a^3 \times \frac{\sqrt{2}}{12} = a^3 \times 0,11785113$$



Hexaedro o Cubo

$$Sup = 6 a^2$$

$$Vol = a^3$$



Octaedro

$$Sup = 2 a^2 \times \sqrt{3} = a^2 \times 3,464101615$$

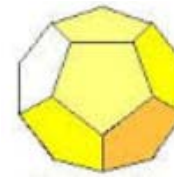
$$Vol = a^3 \times \frac{\sqrt{2}}{3} = a^3 \times 0,47140452$$



Dodecaedro

$$Sup = 3 a^2 x \sqrt{5(5 + 2\sqrt{5})} = a^2 x 20,64572881$$

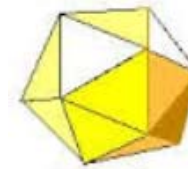
$$Vol = a^3 x \frac{(15+7\sqrt{5})}{4} = a^3 x 7,663118961$$



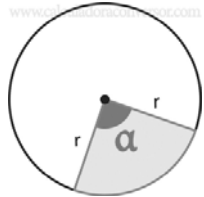
Icosaedro

$$Sup = 5 a^2 x \sqrt{3} = a^2 x 8,660254038$$

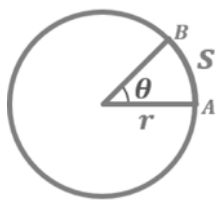
$$Vol = 5 a^3 x \frac{(3 + \sqrt{5})}{12} = a^3 x 2,181694991$$



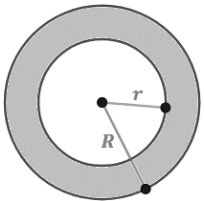
CALCULO DE AREAS Y PERIMETROS DE FIGURAS CURVAS PLANAS



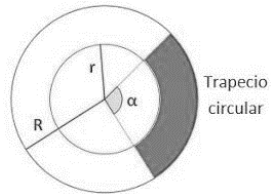
$$\text{Área sector circular} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha^\circ}{360^\circ}$$



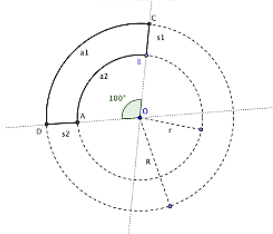
$$\text{Longitud arco circunferencia "S"} = \frac{\pi \cdot 2 \cdot r \cdot \theta^\circ}{360^\circ}$$



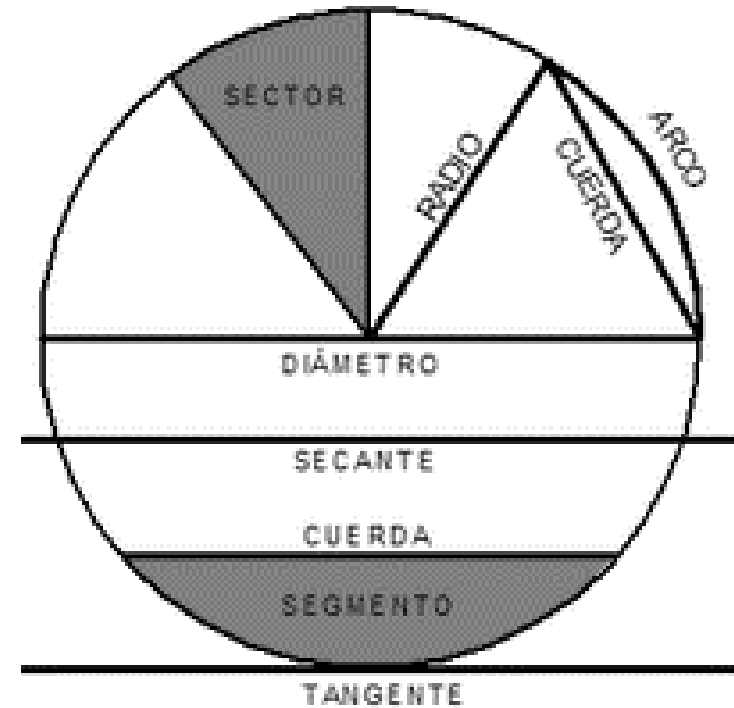
$$\text{Área anillo circular} = \pi R^2 - \pi r^2$$



$$\text{Area trapezio circular} = \frac{(\pi R^2 - \pi r^2) \cdot \alpha^\circ}{360^\circ}$$



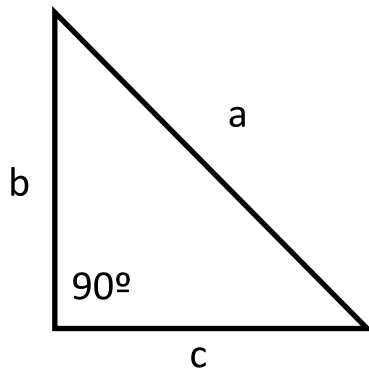
$$\text{Perimetro trapezio circular} = 2(R-r) + \frac{(2\pi R + 2\pi r) \cdot \alpha^\circ}{360^\circ}$$



ANGULOS SISTEMAS SEXAGESIMAL-CENTESIMAL Y RADIAN- TEOREMA DE PITÁGORAS- FUNCIONES TRIGONOMETRICAS

- $\frac{\alpha \text{ radian}}{2\pi \text{ radianes}} = \frac{\alpha^\circ}{360^\circ} = \frac{\alpha^G}{400^G}$ equivalencia entre los tres sistemas

- TEOREMA DE PITAGORAS



$$b^2 + c^2 = a^2$$

Funciones trigonométricas

- Funciones trigonométricas del ángulo α

- $\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{a}$

- $\text{cos } \alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{a}$

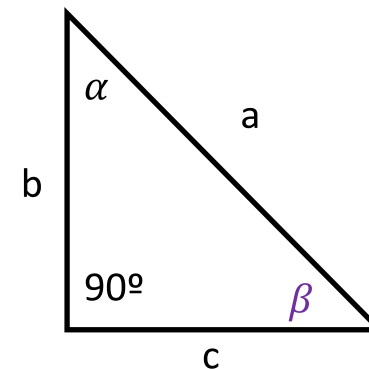
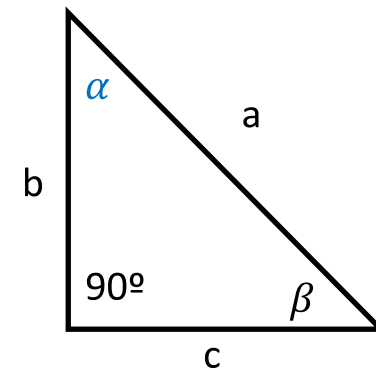
- $\text{tag } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{c}{b}$

- Funciones trigonométricas del ángulo β

- $\text{sen } \beta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{a}$

- $\text{cos } \beta = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{a}$

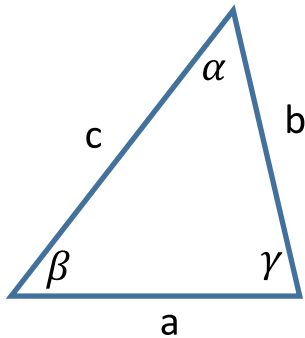
- $\text{tag } \beta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{b}{c}$



TEOREMAS DEL SENO Y DEL COSENO

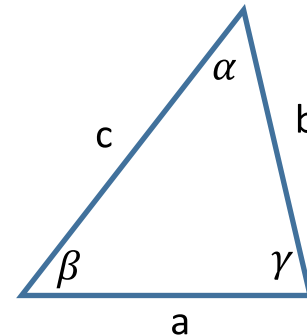
TEOREMA DEL SENO

- $$\frac{a}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{b}{\operatorname{sen} \beta} = \frac{c}{\operatorname{sen} \gamma}$$



TEOREMA DEL COSENO

- $a^2 = b^2 + c^2 - 2b.c.\cos \alpha$
- $b^2 = a^2 + c^2 - 2a.c.\cos \beta$
- $c^2 = a^2 + b^2 - 2a.b.\cos \gamma$



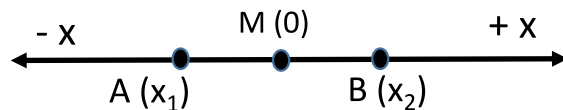
SISTEMAS DE COORDENADAS EN EL PLANO

A- Coordenadas cartesianas o rectangulares

SISTEMA UNIDIMENSIONAL:

- Distancia entre dos puntos :

A- En horizontal:



Distancia entre:

Punto A (x_1) y Punto B (x_2)

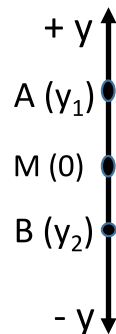
$$|BA| = |AB| = |x_1 - x_2| = |x_2 - x_1|$$

B- En vertical:

Distancia entre:

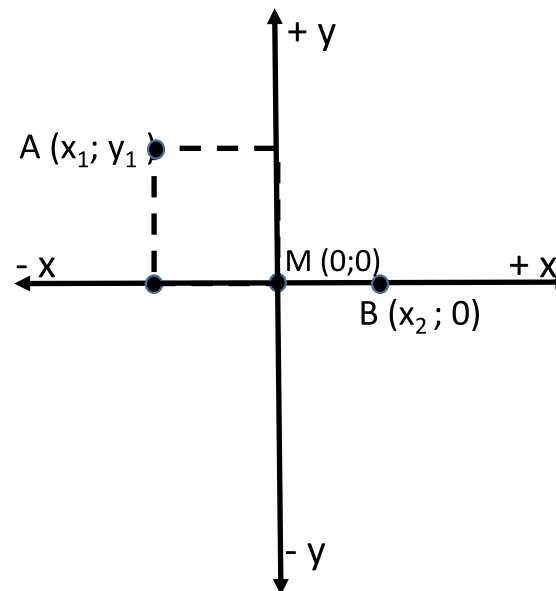
Punto A (x_1) y Punto B (x_2)

$$|BA| = |AB| = |x_1 - x_2| = |x_2 - x_1|$$



SISTEMA BIDIMENSIONAL:

- Distancia entre dos puntos :

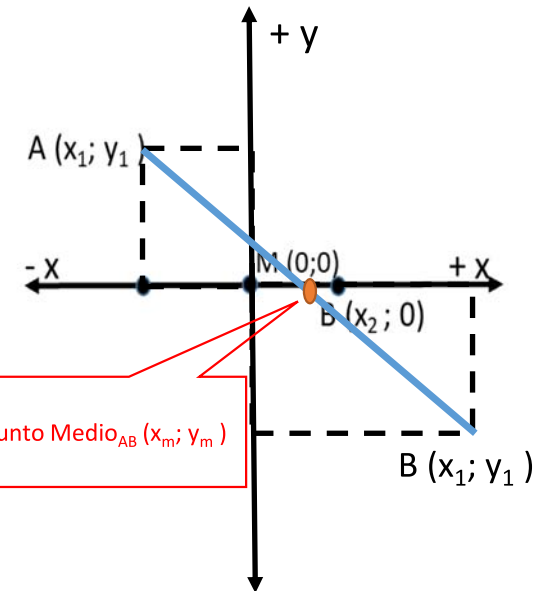


Distancia entre dos puntos

$$|BA| = |AB| = \sqrt{(X_1 - X_2)^2 + (Y_1 - Y_2)^2}$$

SISTEMA BIDIMENSIONAL:

- 1 Punto medio



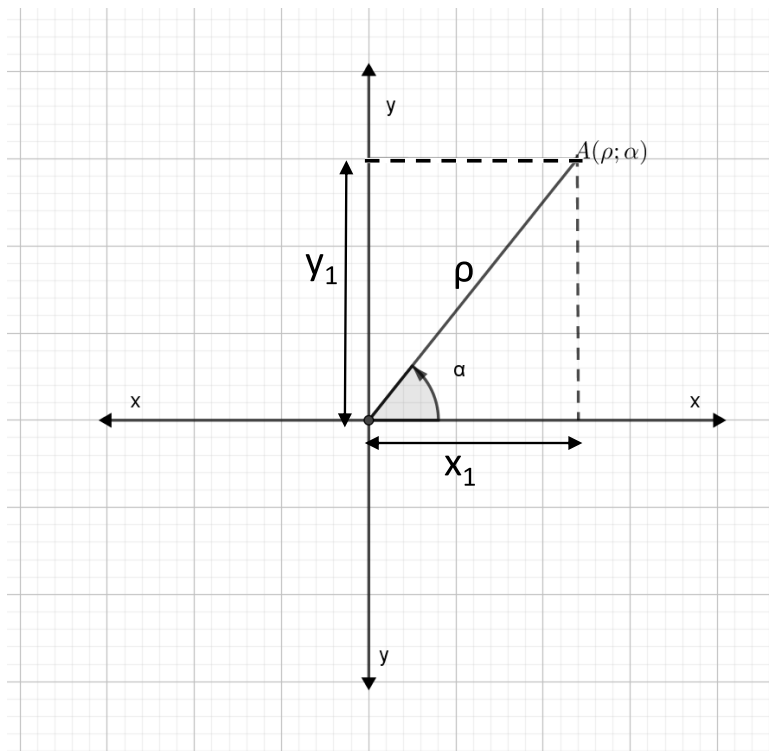
$$X_m = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$Y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Coordenadas del punto medio

SISTEMAS DE COORDENADAS EN EL PLANO

A- Coordenadas polares



COORDENADAS POLARES DEL PUNTO "A"

- $\rho^2 = (X_1)^2 + (Y_1)^2$
- $\alpha = \text{arc.tg} \left(\frac{Y_1}{X_1} \right)$

PASAJE DEL SISTEMA POLAR AL CARTESIANO

$$x_1 = \rho \cdot \cos \alpha$$

$$y_1 = \rho \cdot \text{sen } \alpha$$

PASAJE DEL SISTEMA CARTESIANO AL POLAR

- $\rho^2 = (X_1)^2 + (Y_1)^2$

- $\alpha = \text{arc.tg} \left(\frac{Y_1}{X_1} \right)$

ECUACIONES DEL PLANO

**INTERSECCIONES CON EJES Y PLANOS
COORDENADOS**

ECUACION CARTESIANA DEL PLANO e INTERSECCIONES DEL PLANO

$Ax+By+Cz+D=0$ ecuación cartesiana del plano

- **$[A;B;C]$ componentes de un vector perpendicular al plano**
- **$(x;y;z)$ coordenadas de un punto cualquiera que pertenece al plano**
- **$P_0(x_0;y_0;z_0)$ coordenadas de un punto cualquiera que pertenece al plano**
- **“D” es el término independiente.**

INTERSECCIÓN DEL PLANO $AX+BY+CZ+D=0$ CON EJES COORDENADOS

- Todo punto sobre el eje “x” tendrá coordenadas “y” y “z” iguales a cero , aplico ese concepto a la ecuación obtenida y resulta el primer punto de intersección buscado:
- **Intersección con eje “x” $(\frac{-D}{A} ; 0; 0)$ DONDE $y=0$ $z=0$**
- **Intersección con eje “y”: Punto de intersección: $(0; \frac{-D}{B} ;0)$ DONDE $x=0$ $z=0$**
- **Intersección con eje “z”: Punto de intersección: $(0;0; \frac{-D}{C})$ DONDE $y=0$ $x=0$**

INTERSECCIÓN DEL PLANO $AX+BY+CZ+D=0$ CON PLANOS COORDENADOS

- Todo punto sobre el eje “x” tendrá coordenadas “y” y “z” iguales a cero , Todo punto sobre el eje “y” tendrá coordenadas “x” y “z” iguales a cero, Todo punto sobre el eje “z” tendrá coordenadas “x” e “y” iguales a cero.
- **Intersección con PLANO “xy” DONDE $Z=0$ la ecuación de la traza resulta: $Ax+By+D=0$**
- **Intersección con PLANO “yz” DONDE $X=0$ la ecuación de la traza resulta: $By+Cz+D=0$**
- **Intersección con PLANO “xz” DONDE $y=0$ la ecuación de la traza resulta: $Ax+Cz+D=0$**

ECUACION DEL PLANO – ECUACIÓN SEGMENTARIA

LA ECUACIÓN GENERAL ES : $Ax+By+Cz+D=0$, pero esta ecuación no me permite conocer fácilmente los puntos de intersección del plano con los ejes cartesianos y así graficarlo. Por ello es necesario conocer la ecuación segmentaria.

Para obtenerla deben seguirse unos sencillos pasos:

- Despejamos el valor de “D” de la ecuación cartesiana del plano: $Ax+By+Cz=-D$
- Dividimos ambos miembros de la ecuación por este valor y resulta: $\frac{A}{-D}x + \frac{B}{-D}y + \frac{C}{-D}z = -D$ (1)

donde $\frac{A}{-D} = \frac{1}{a}$; $\frac{B}{-D} = \frac{1}{b}$; $\frac{C}{-D} = \frac{1}{c}$; Reemplazando en la ecuación (1) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ ECUACIÓN SEGMENTARIA

Donde $(a;0;0)$, $(0;b;0)$, $(0;0;c)$ son los puntos de intersección del plano con los ejes coordenados.

OTRA MANERA DE RAZONAR LO MISMO ES LA SIGUIENTE:

LA ECUACIÓN GENERAL ES : $Ax+By+Cz+D=0 \rightarrow Ax+By+Cz=-D$

ECUACIÓN PARAMÉTRICA O SEGMENTARIA: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

Donde:

$$a = \frac{-D}{A} ; b = \frac{-D}{B} ; c = \frac{-D}{C} ;$$

Donde $(a;0;0)$, $(0;b;0)$, $(0;0;c)$ son los puntos de intersección del plano con los ejes coordenados.

Matemática IIB

Formulas

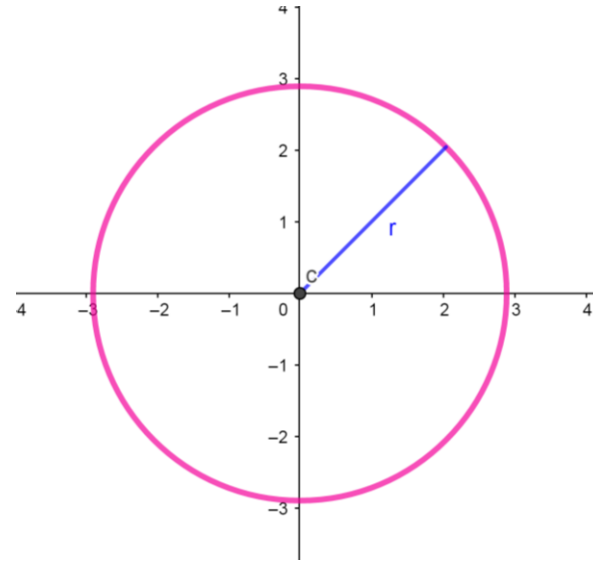
Secciones cónicas

Circunferencia

Ecuación canónica: $x^2 + y^2 = r^2$

Aquí el centro de la circunferencia coincide con el origen del sistema coordenado.

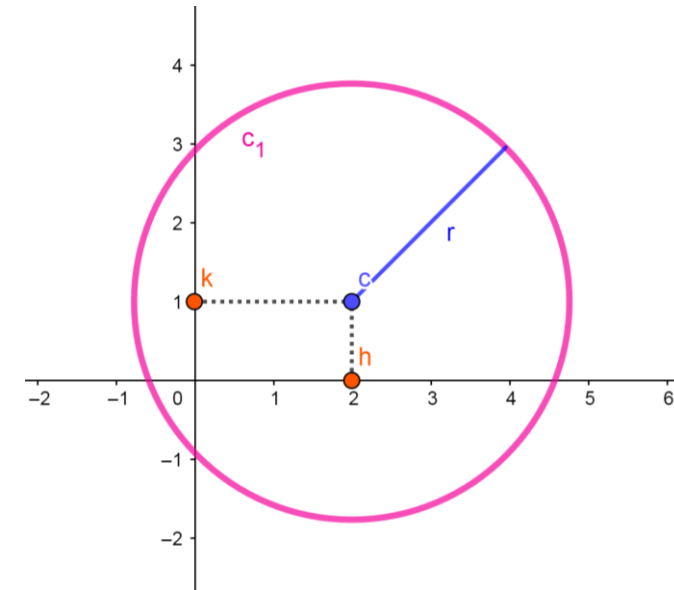
Tanto “h” como “k” valen cero (**h; k**) (0;0)



Ecuación ordinaria de la circunferencia:

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

Ecuación de una circunferencia con centro en el punto **C (h;k)** y radio “r”



Ecuación general de la circunferencia

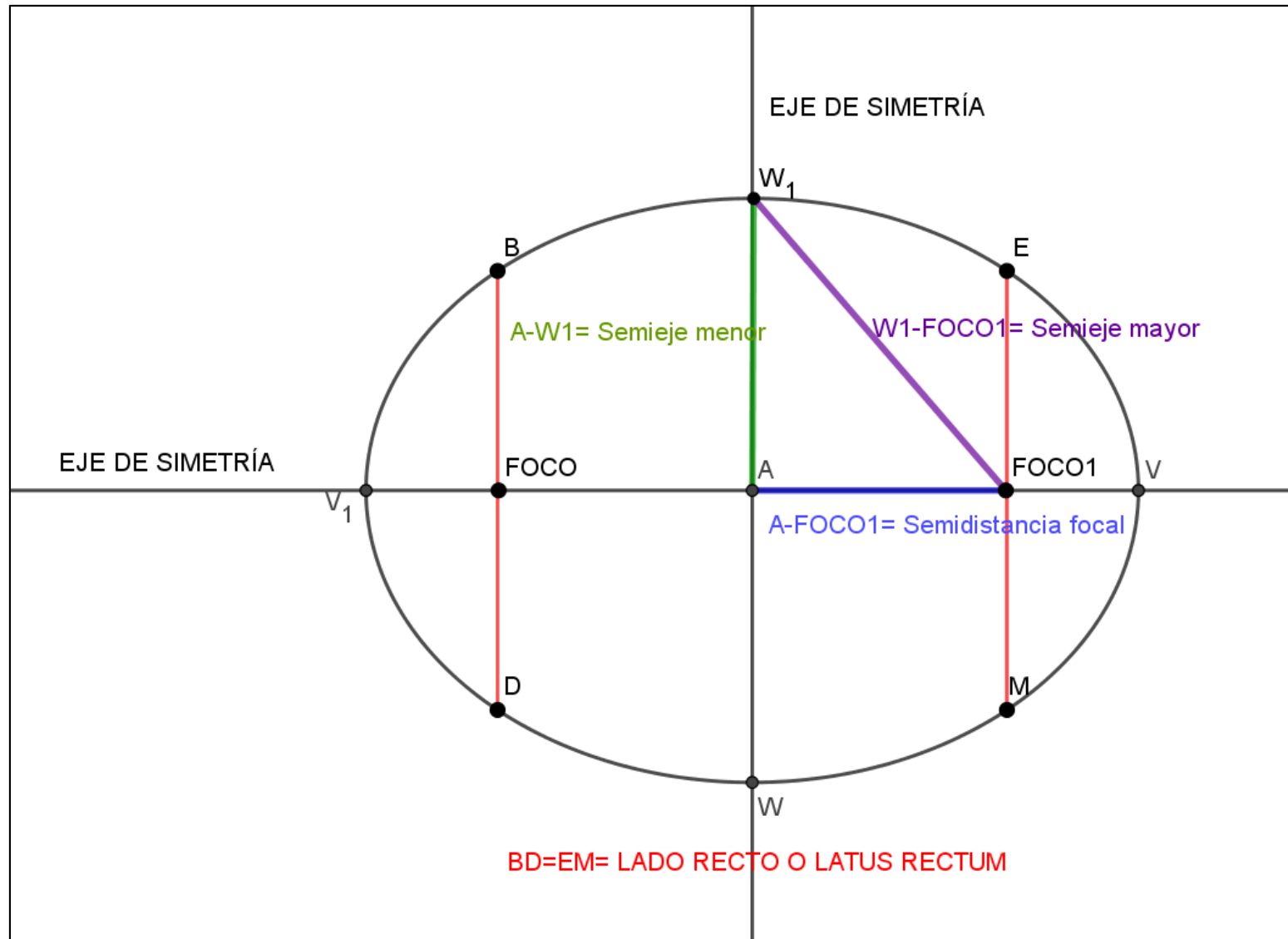
$$X^2 + y^2 + D.x + E.y + F = 0$$

Recordemos que :

- **$D = -2h$** donde **$h = -\frac{D}{2}$**
- **$E = -2k$** donde **$k = -\frac{E}{2}$**
- **$F = h^2 + k^2 - r^2$** Despejando: **$r = \sqrt{h^2 + k^2 - F}$**

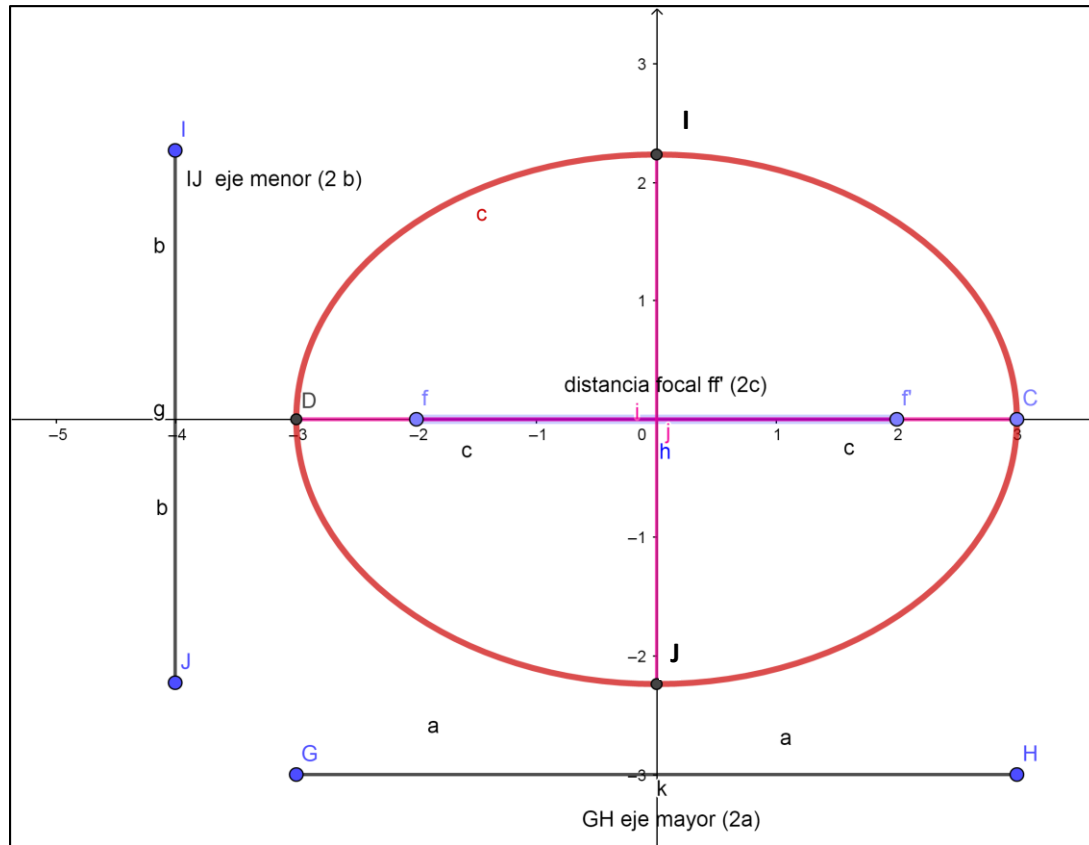
h y k son las coordenadas del centro de la circunferencia y “ r ” es el radio de la misma

Elipse



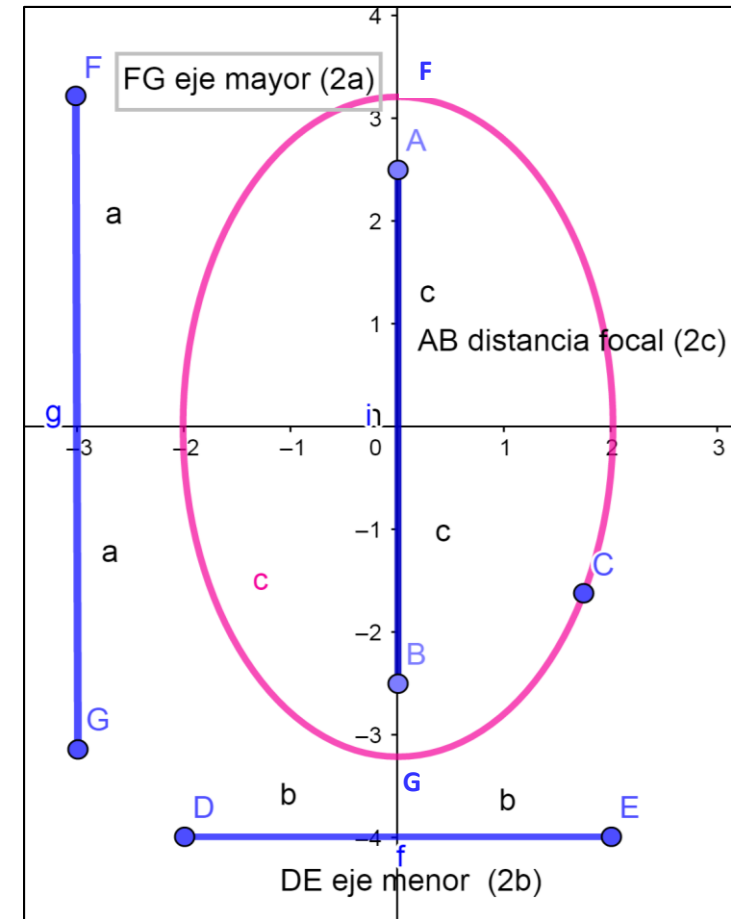
Ecuaciones canónicas de la elipse

Elipse a eje horizontal con centro en el origen del sistema de coordenadas.



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

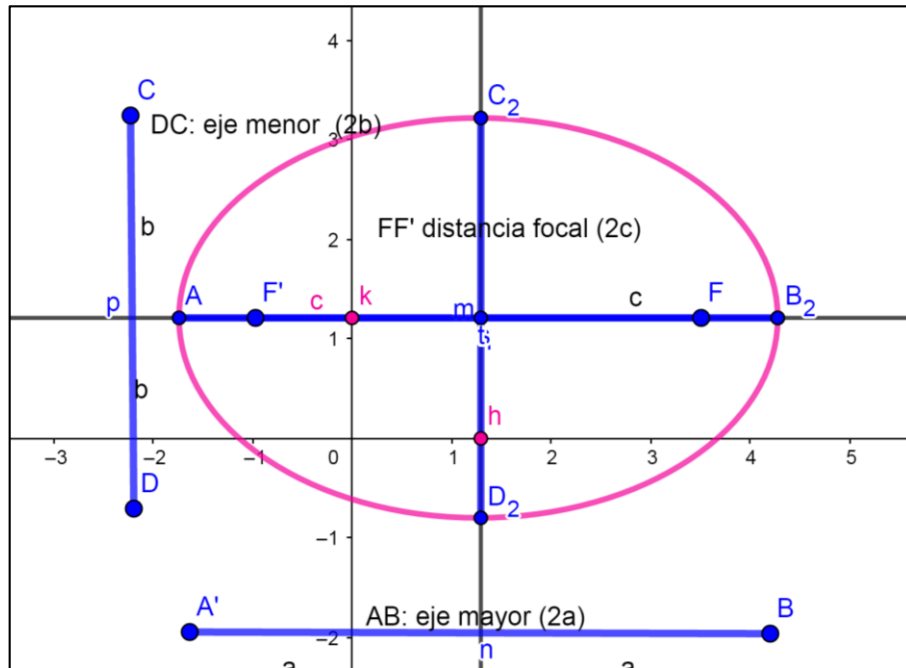
Elipse a eje vertical con centro en el origen del sistema de coordenadas.



$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

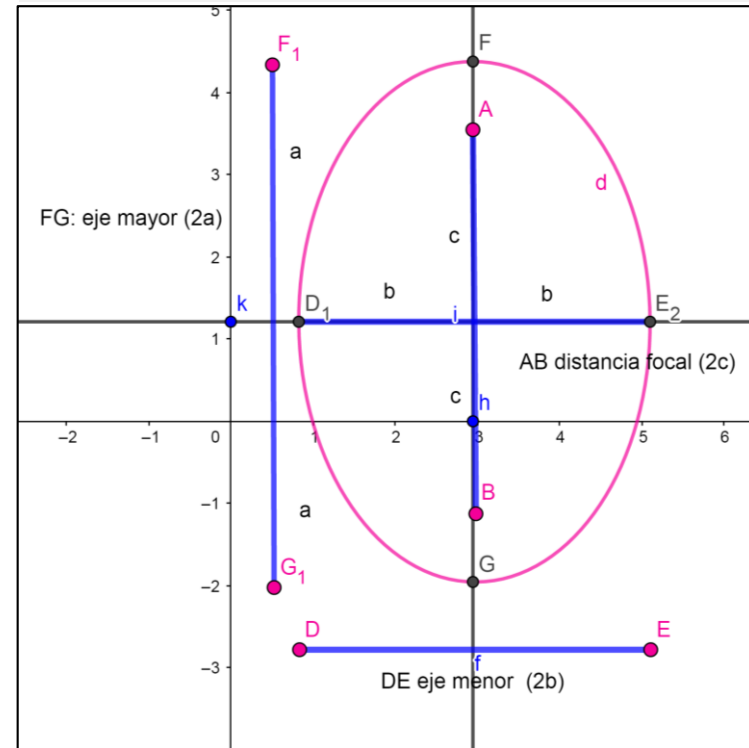
Ecuación ordinaria de la elipse con centro no coincidente con el origen del sistema coordenado

Ecuación de elipse con centro en $(h;k)$ y con eje focal paralelo al eje de abscisas



$$\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$

Ecuación de elipse con centro en $(h;k)$ y con eje focal paralelo al eje de ordenadas



$$\frac{(x - h)^2}{b^2} + \frac{(y - k)^2}{a^2} = 1$$

Elipse- Fórmulas

Semieje mayor

$$a = +\sqrt{b^2 + c^2}$$

Semieje menor

$$b = +\sqrt{a^2 - c^2}$$

Semidistancia focal

$$c = +\sqrt{a^2 - b^2}$$

Lado recto de la elipse

$$LR = \frac{2b^2}{a}$$

Excentricidad de la elipse

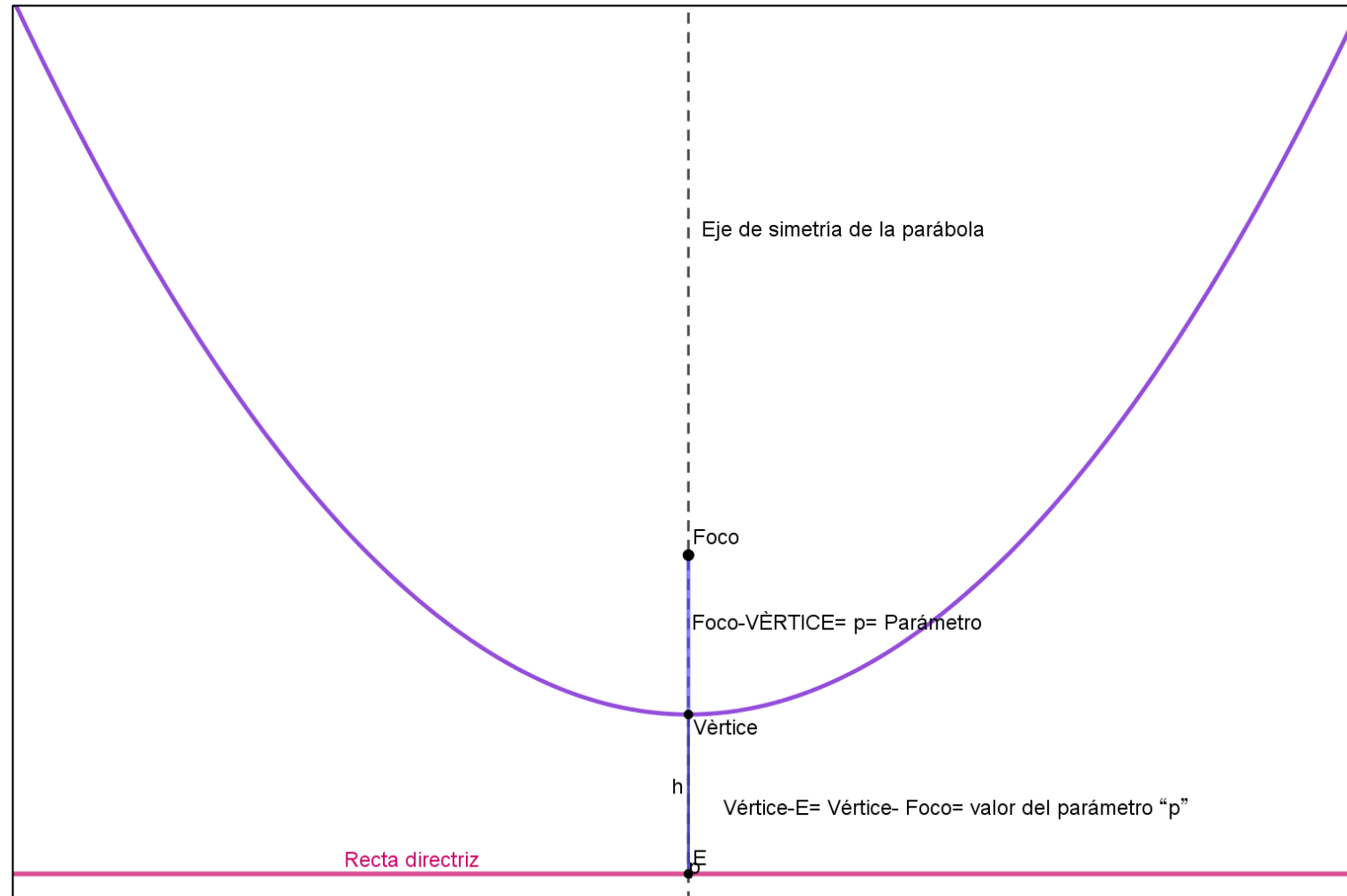
$$e = \frac{c}{a} \quad \text{siempre es menor que 1}$$

Área de la elipse: Área = a. b.π

Perímetro de la elipse: $P = 2\pi \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$

Parábola

Elementos de la parábola

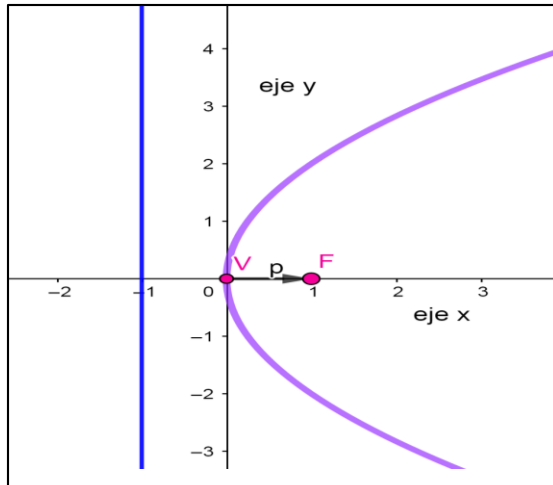


ECUACIONES DE LA PARÁBOLA

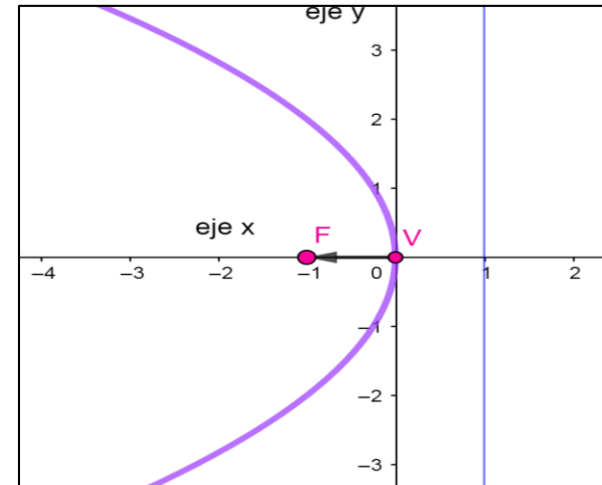
Resolución por Geometría analítica

- **Ecuación Canónica:** el vértice de la parábola coincide con el origen del Sistema de Coordenada Cartesianas. Donde h y K valen “0”

Cuando el eje de la parábola coincide con el eje de abscisas



$$y^2 = 4 p x$$



Cuando parámetro “p” positivo

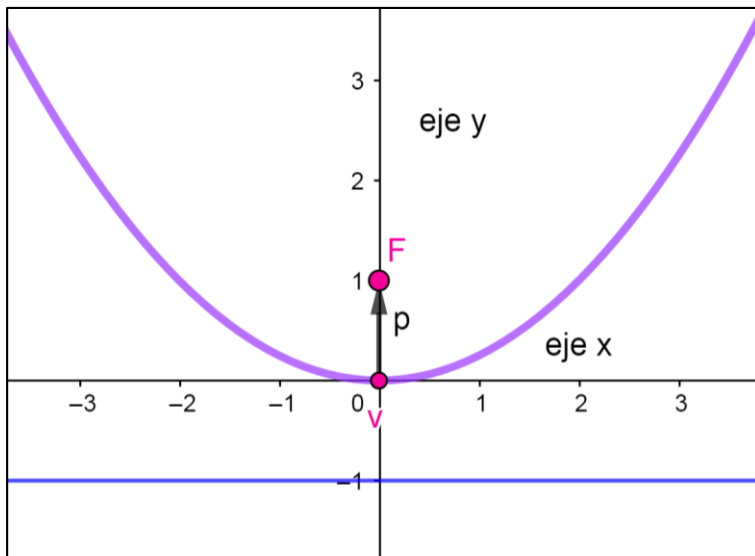
Cuando el parámetro es negativo

ECUACIONES DE LA PARÁBOLA

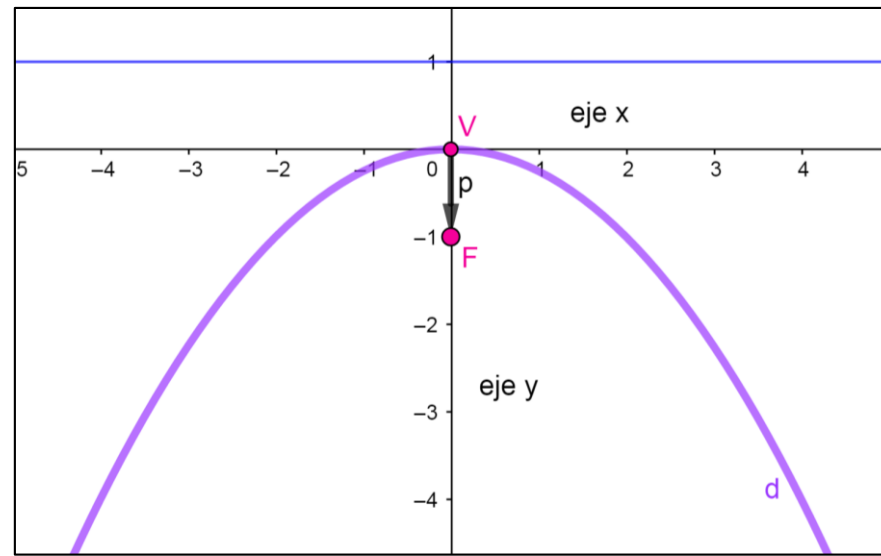
Resolución por Geometría analítica

Ecuación Canónica: el vértice de la parábola coincide con el origen del Sistema de Coordenada Cartesianas. Donde h y K valen "0", y el eje de la parábola coincide con el eje de ordenada

$$X^2 = 4py$$



Cuando el parámetro "p" es positivo.

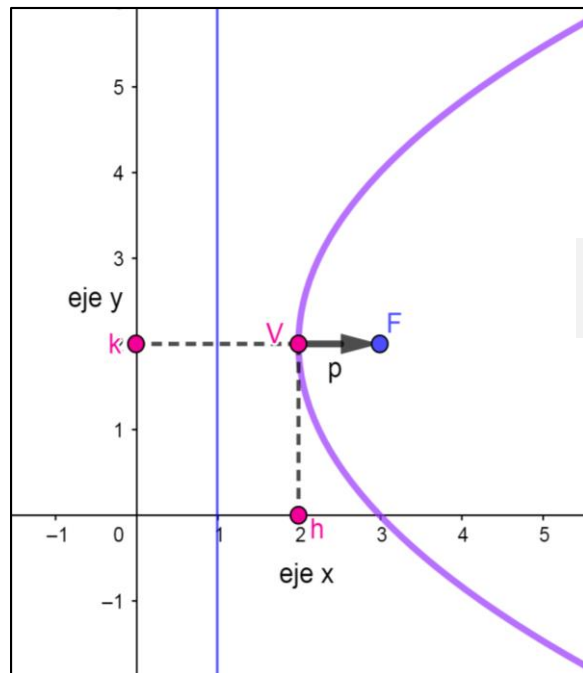


Cuando el parámetro "p" es negativo.

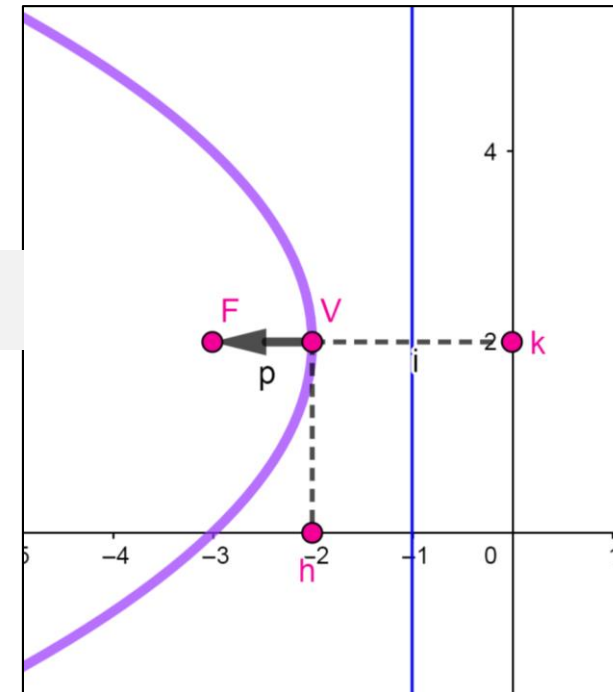
ECUACIONES DE LA PARÁBOLA

Resolución por Geometría analítica

- **Ecuación ordinaria:** Cuando el vértice no coincide con el origen del Sistema de Coordenadas Cartesianas y el eje de la parábola es paralelo al eje de abscisas



$$(y-k)^2 = 4p(x-h)$$



Quando el parámetro “p” es positivo

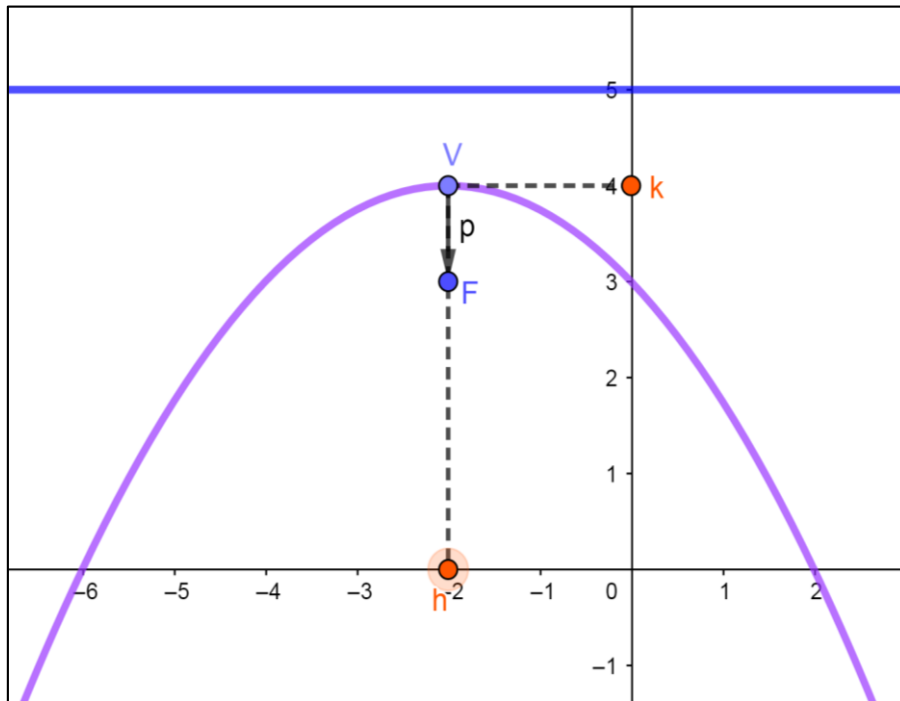
Quando el parámetro “p” es negativo

ECUACIONES DE LA PARÁBOLA

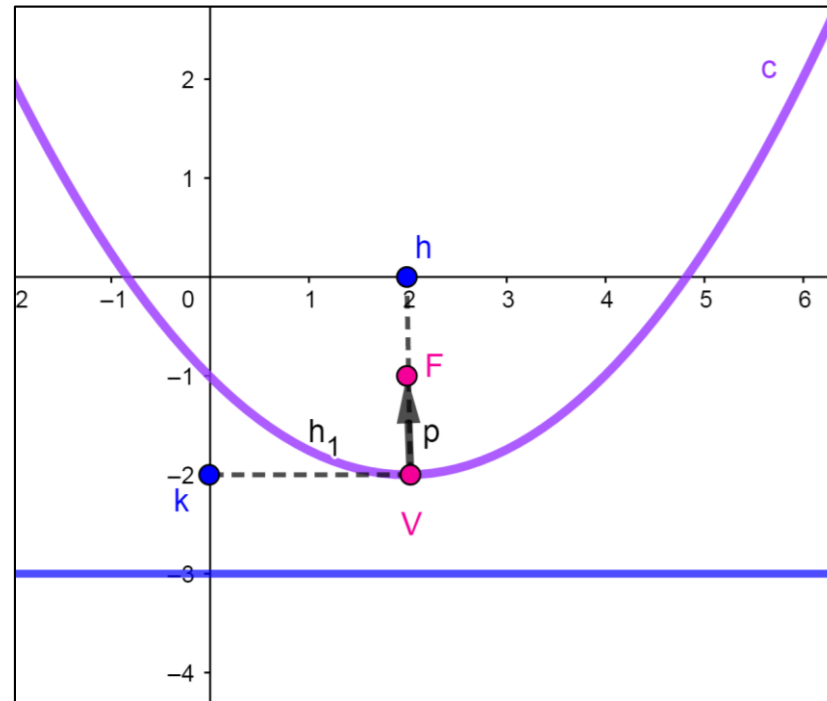
Resolución por Geometría analítica

Ecuación ordinaria: Cuando el vértice no coincide con el origen del Sistema de Coordenadas Cartesianas y el eje de simetría de la parábola es paralelo al eje de ordenadas

$$(x-h)^2 = 4p(y-k)$$



Cuando parámetro “p” negativo



Cuando parámetro “p” positivo

ECUACIONES DE LA PARÁBOLA

Parábola Análisis Matemático

- En este caso la parábola se aborda como una función de 2º grado $y = a x^2 + b x + c$
- Por lo tanto, la parábola será siempre a eje vertical.

Para encontrar el o los puntos en que la parábola corta al eje de abscisas llamados raíces de la parábola, utilizamos la fórmula que nos dará una de las coordenadas de ese o esos puntos :

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = x_1; x_2$$

Propiedades de las Raíces (Para cualquier valor de "a")

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

- Coordenadas del vértice de una parábola

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y_v = - \left[\frac{b^2 - 4ac}{4a} \right] = c - \frac{b^2}{4a}$$

- Relación entre Geometría Analítica y el Análisis Matemático

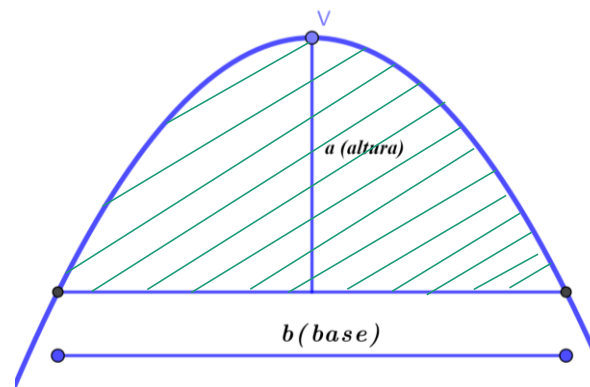
$$a = \frac{1}{4p}$$

$$p = \frac{1}{4a}$$

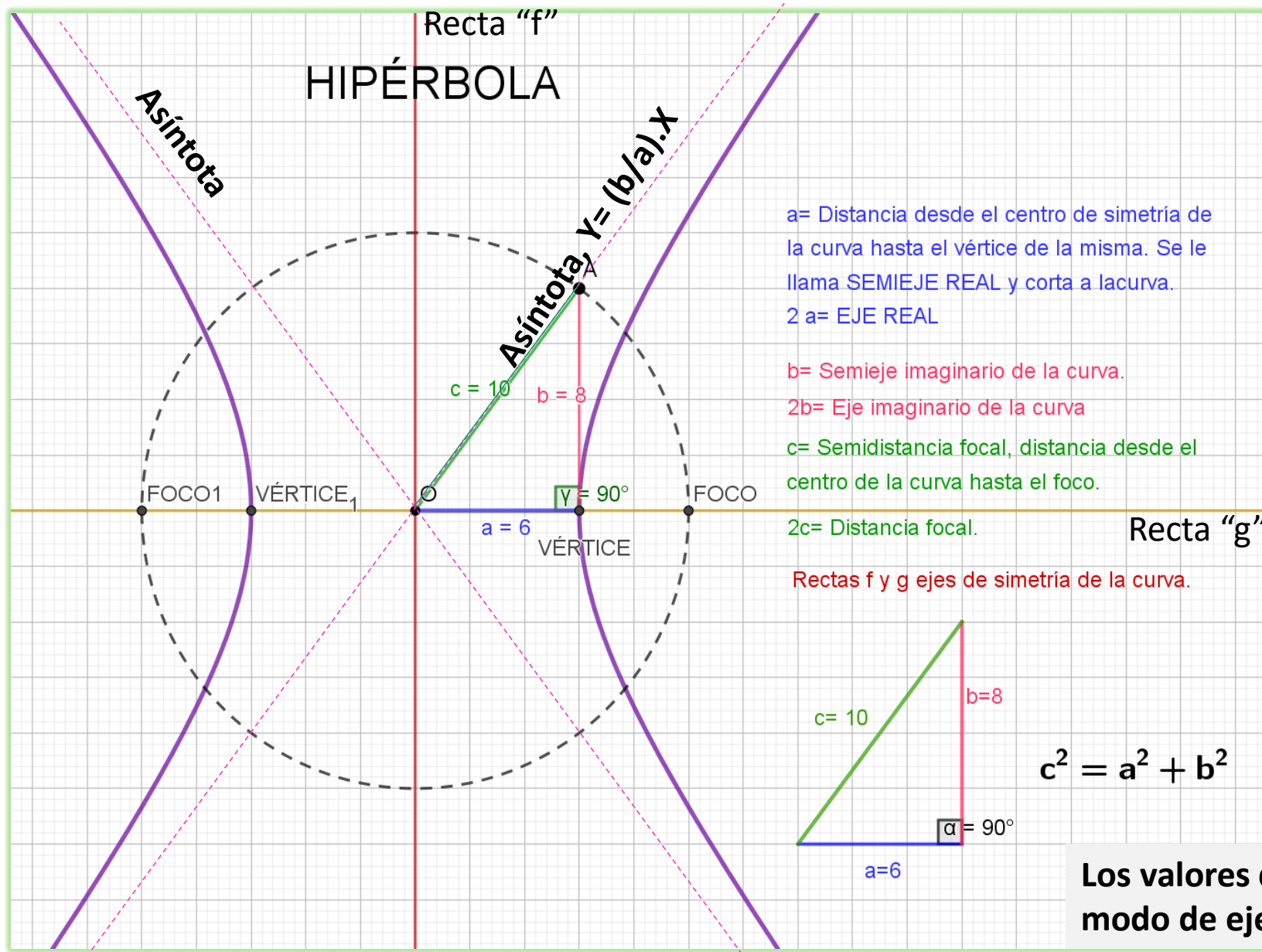
$$\text{Lado recto (LR)} = 4p$$

- Área del sector parabólico

$$\text{Área} = \frac{2 a \cdot b}{3}$$



Elementos de una Hipérbola



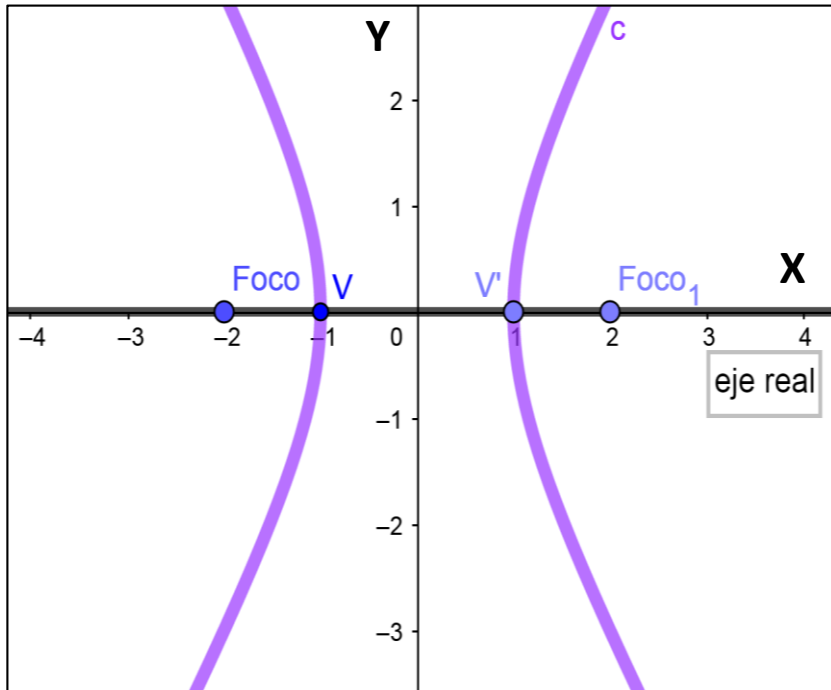
Características de una Hipérbola

- Excentricidad $e = c/a$ (siempre mayor que 1).
- Las rectas asíntotas son rectas que acompañan las ramas de la hipérbola acercándose cada vez mas a ellas sin llegar a tocar a la curva.
- Tiene dos ejes de simetría.
- El punto de intersección de los ejes de simetría es el llamado centro de la hipérbola.
- Los puntos de intersección de la curva con sus ejes de simetría se denominan vértices.

Ecuaciones canónicas de la Hipérbola

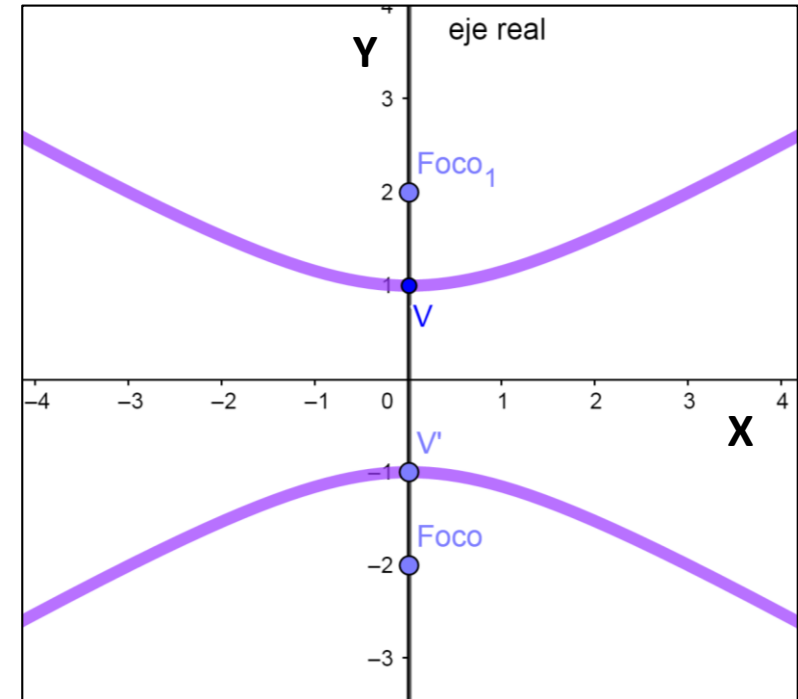
(cuando el centro de la hipérbola coincide con el origen del SCC.)

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$



Con eje real coincidente con eje de abscisas

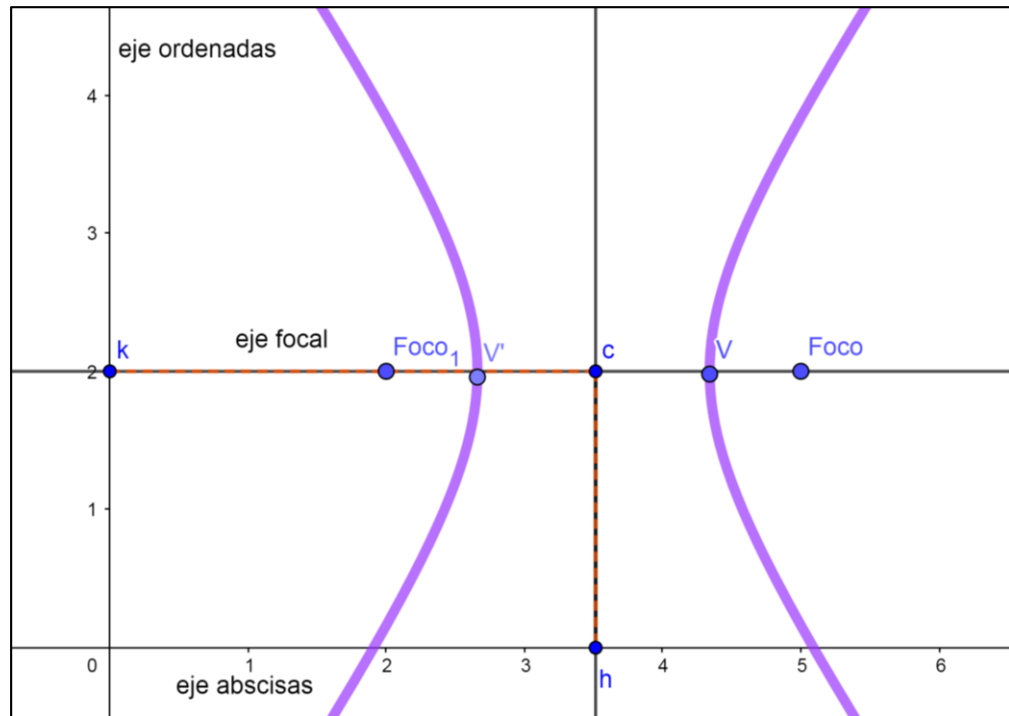
$$-\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$



Con eje real coincidente con eje de ordenadas

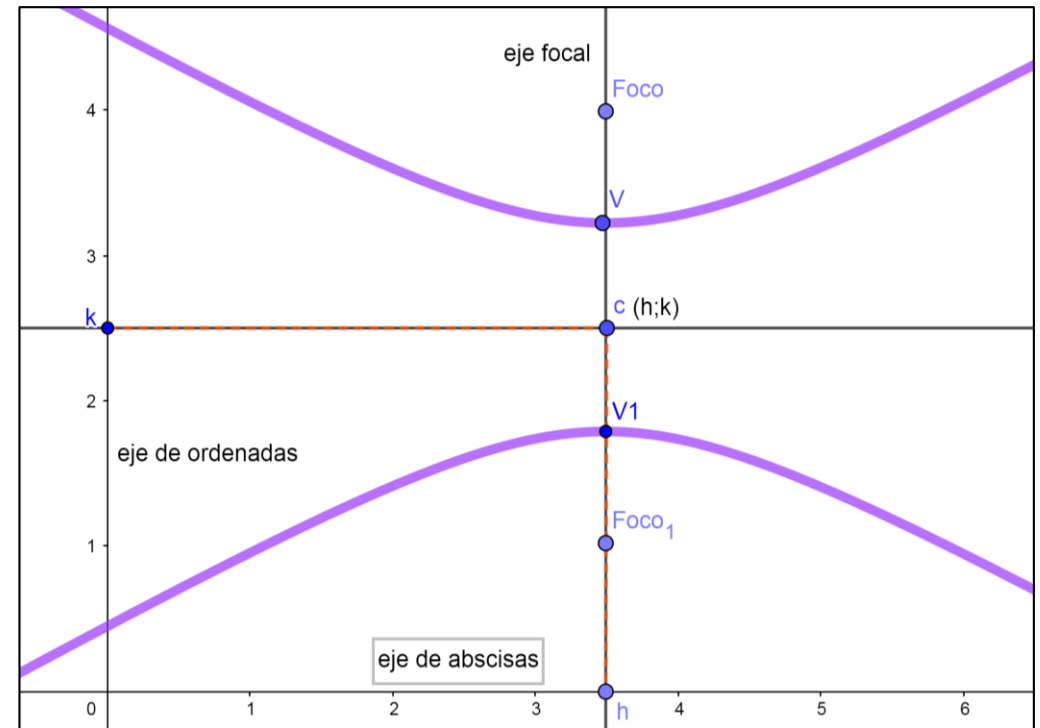
Ecuaciones ordinarias de la Hipérbola

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$



Quando el eje focal es paralelo al de abscisas

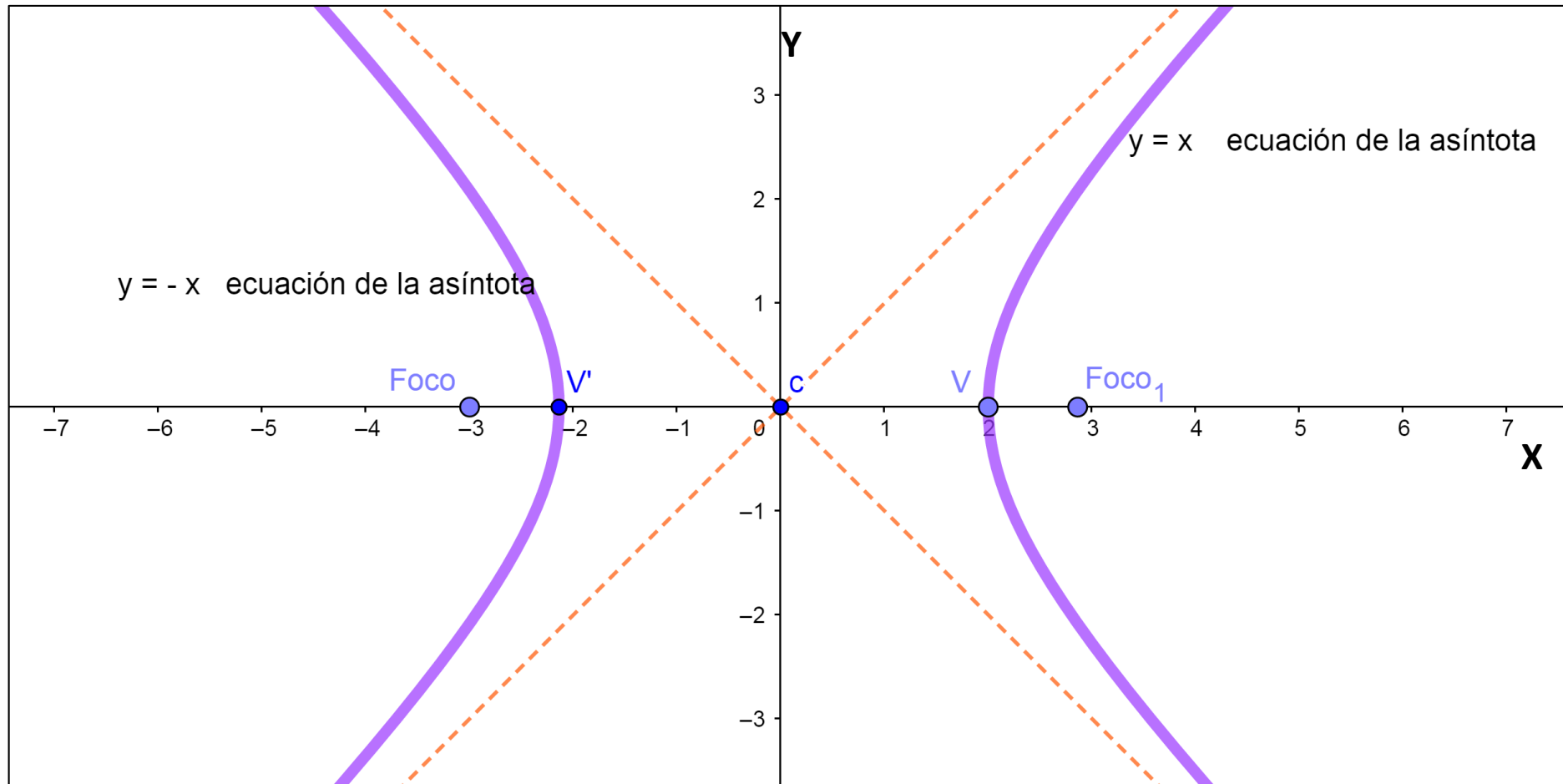
$$\frac{(y - k)^2}{a^2} - \frac{(x - h)^2}{b^2} = 1$$



Quando el eje focal es paralelo al de ordenadas

Hipérbola Equilátera con centro coincidente con el origen (h y $k = 0$)

$$\text{Ecuación: } x^2 - y^2 = a^2$$



En la Hipérbola Equilátera las rectas asíntotas tienen inclinación de 45° una y 135° la otra. Entonces a y b tienen el mismo valor.

Cuádricas con centro

Superficie esférica

Ecuación canónica

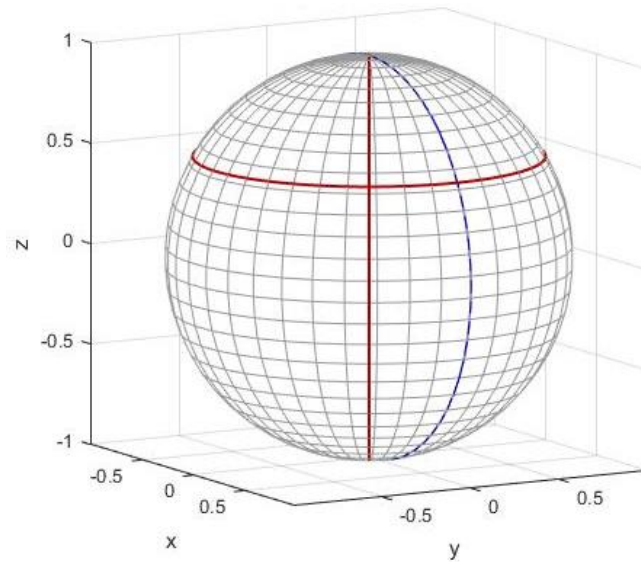
$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2$$

Con centro en (0;0;0)

Ecuación Ordinaria

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 + (z - m)^2 = r^2$$

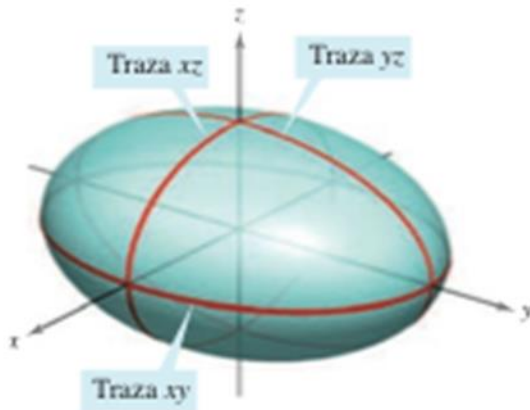
Con centro en (h; k; m)

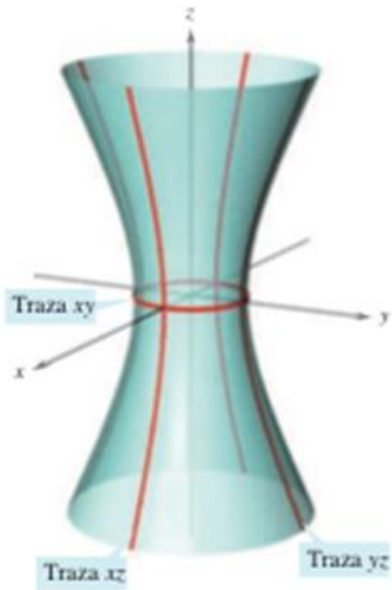


Elipsoide

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Si dos denominadores son iguales el elipsoide es de revolución,
si los tres son iguales, es una circunferencia

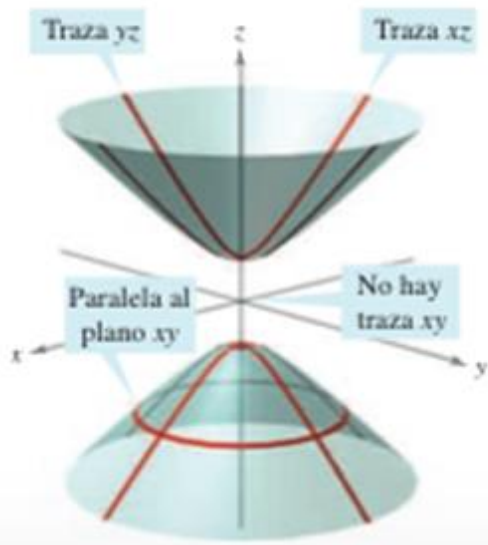




Hiperboloide de una hoja

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad -\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

El término negativo corresponde al eje imaginario, alrededor del cual se desarrolla la cuádrica

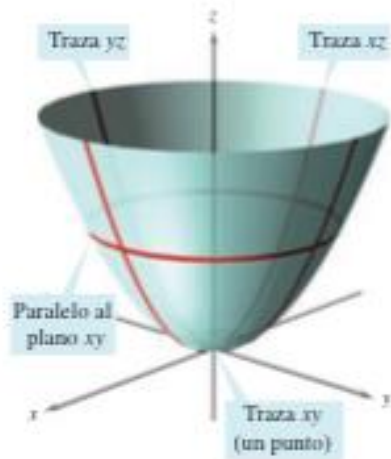


Hiperboloide de dos hojas

$$-\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad -\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

El único término positivo corresponde al eje que es cortado por la cuádrica

Cuádricas sin centro

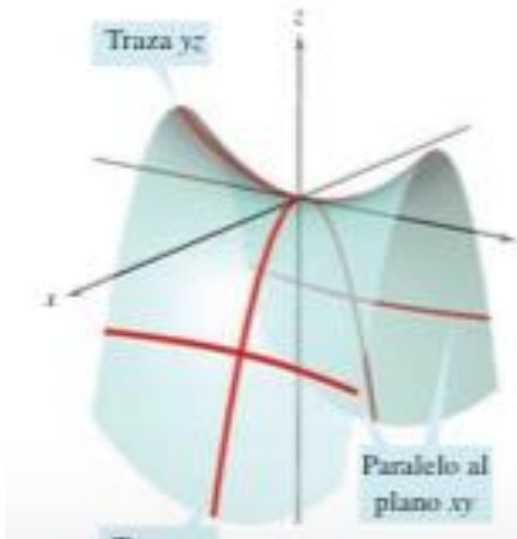


Paraboloide elíptico

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = cZ$$

$$\frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = cX$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = cy$$

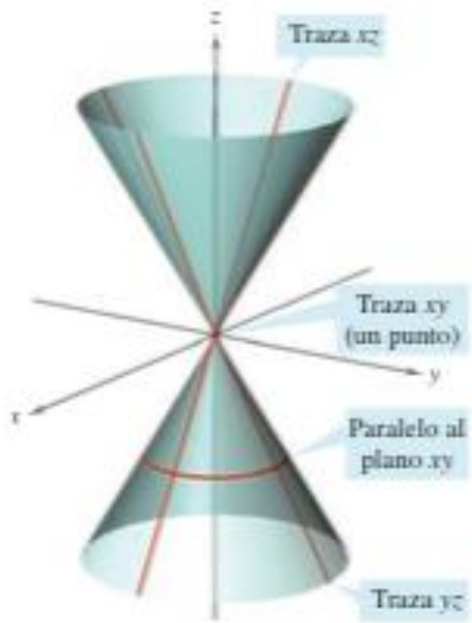


Paraboloide Hiperbólico

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = cZ$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2} = cy$$

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2} = cX$$

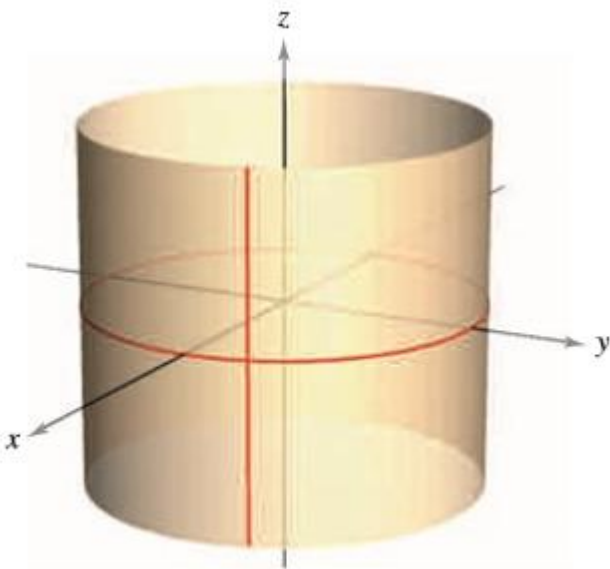


Superficie cónica

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$$

Si a y b son iguales el cono es circular (superficie de revolución)

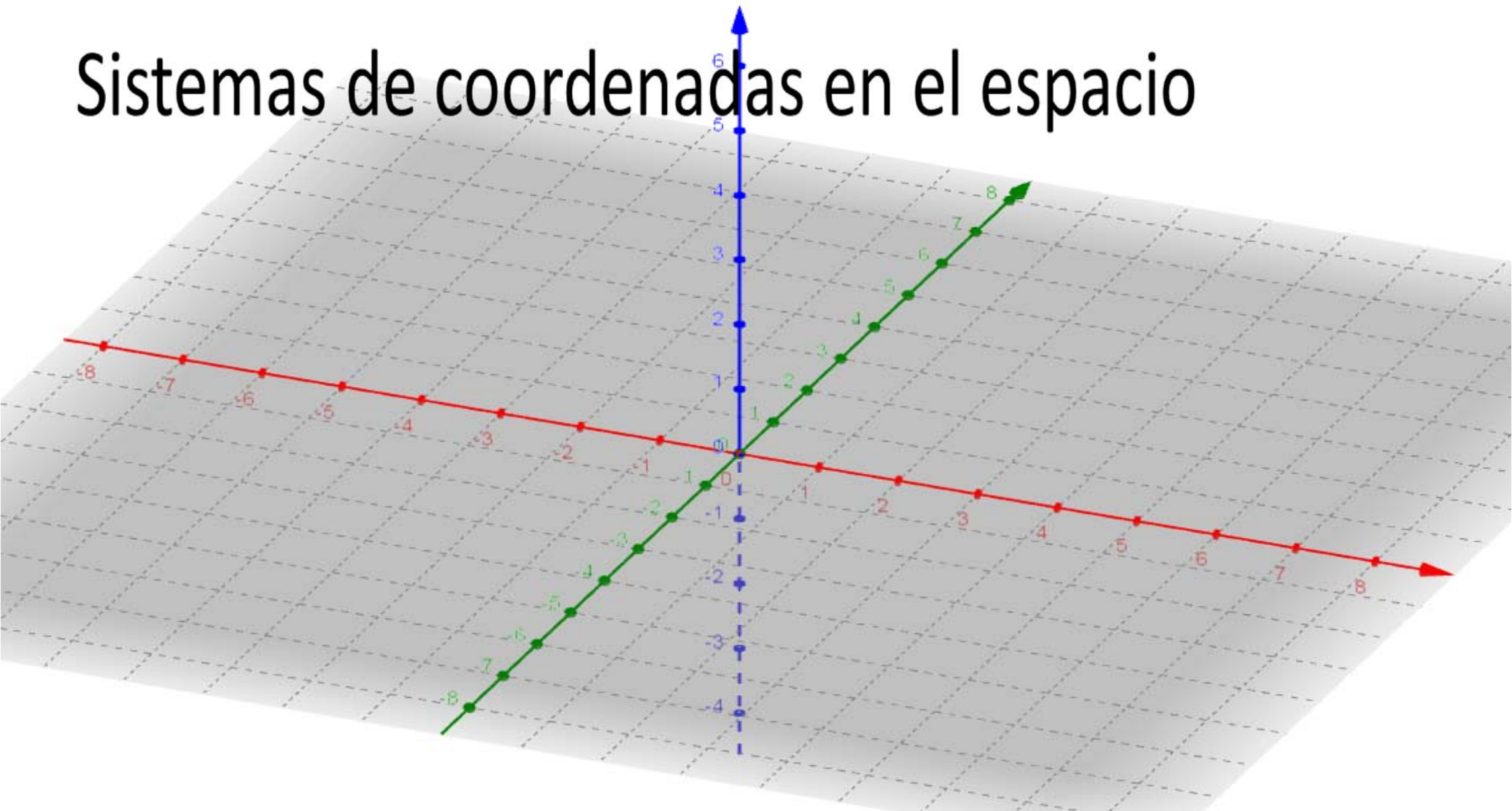
Si a y b son diferentes el cono es elíptico (la superficie no revoluciona)



Superficie Cilindrica

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Sistemas de coordenadas en el espacio



Comparación entre los diferentes sistemas de coordenadas y la notación de un punto P

Coordenadas Cartesianas o Rectangulares	P: (x; y; z)
Coordenadas Polares	P : (ρ ; $\hat{\alpha}$; $\hat{\beta}$; $\hat{\gamma}$)
Coordenadas Cilíndricas	P : (ρ ; $\hat{\alpha}$; z)
Coordenadas Esféricas	P : (ρ ; $\hat{\alpha}$; $\hat{\beta}$)

Relaciones entre las coordenadas Cartesianas y las Coordenadas Polares

$\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
$\hat{\alpha} = \arccos \frac{x}{\rho}$
$\hat{\beta} = \arccos \frac{y}{\rho}$
$\hat{\gamma} = \arccos \frac{z}{\rho}$

$x = \rho \cos \hat{\alpha}$
$y = \rho \cos \hat{\beta}$
$z = \rho \cos \hat{\gamma}$

Relaciones entre las Coordenadas Cilíndricas y las Coordenadas Cartesianas

$\theta = \sqrt{x^2 + y^2}$
$\hat{\alpha} = \text{arc tang } \frac{y}{x}$
$z = z$

$x = \theta . \cos \hat{\alpha}$
$y = \theta . \text{sen } \hat{\alpha}$
$z = z$

Relaciones entre las Coordenadas Esféricas y las Coordenadas Cartesianas

$\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
$\hat{\beta} = \text{arc sen } \frac{z}{\rho}$
$\hat{\alpha} = \text{arc tg } \frac{y}{x}$

$x = \rho . \cos \hat{\alpha} . \cos \hat{\beta}$
$y = \rho . \text{sen } \hat{\alpha} . \cos \hat{\beta}$
$z = \rho . \text{sen } \hat{\beta}$

Distancia entre dos puntos en el espacio $P(x_1; y_1; z_1)$ y $M(x_2; y_2; z_2)$

$$\overline{PM} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Punto medio de un Segmento: $P_m(x_m; y_m; z_m)$

$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$z_m = \frac{z_1 + z_2}{2}$$