

ESTRUCTURAS I B

T.P. N° 4: DIMENSIONADO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES DE MADERA SOMETIDOS A FLEXIÓN SIMPLE

EJERCICIO RESUELTO - EJEMPLO



Alumno:

Grupo N° :

TURNO :

PROF. ASIST:

OBJETIVOS

Conocer las **propiedades** de la **madera** como **material estructural**.

Reconocer las **deformaciones** que producen las acciones en los **elementos estructurales** sometidos a solicitaciones de **flexión**.

Representar en forma cualitativa la **deformada** de un **elemento estructural**, **identificando** la ubicación y valor de la **flecha máxima**.

Realizar el aprendizaje de la **verificación** de la **RIGIDEZ SECCIONAL** a partir de la **comparación** entre los **descensos máximos** y los valores **admisibles** teniendo en cuenta las **deformaciones instantánea y diferida** provocada por la fluencia lenta de la madera.

Reconocer los **valores máximos** de **Esfuerzo de Corte y Momento Flector** de un elemento estructural sometido a Flexión.

Reconocer y analizar conceptualmente los **parámetros** que intervienen en el **dimensionado** de elementos estructurales de **madera** sometidos a **flexión**.

Realizar el aprendizaje de la **verificación** de la **RESISTENCIA SECCIONAL** a partir de la **comparación** entre las **tensiones máximas** y los valores de la **resistencia de diseño ajustada** según la reglamentación del Cirsoc 601.

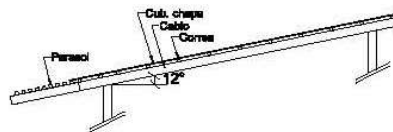
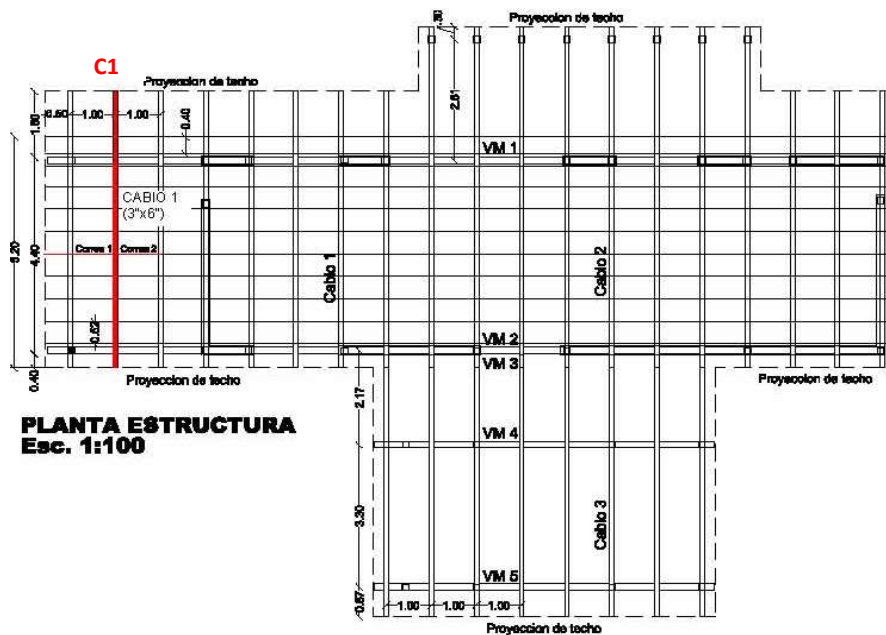
Desarrollar la **capacidad** para realizar **conclusiones** en cuanto al predimensionado, la madera seleccionada y su verificación de rigidez y resistencia, de manera de introducir cambios si fuese necesario tanto de **diseño de la organización estructural**, **elección del material** como en las **dimensiones y forma** de la **sección** en **búsqueda** de la **eficiencia estructural**.

Ejercicio resuelto

Para las 2 obras propuestas, se verificará a Rigidez y Resistencia al cabio C1 de la primera, y a la viga VM2 de la segunda.

OBRA 1: CUBIERTA Casa de verano en Trosa – Widjedal Racki Bergerhoff

Cabio C1



DATOS CABIO C1

Sección predimensionada $d=L/17 \ 440/17 = 25,8 \text{ cm}$

Se adopta $4'' \times 10'' = 10 \text{ cm} \times 25 \text{ cm}$

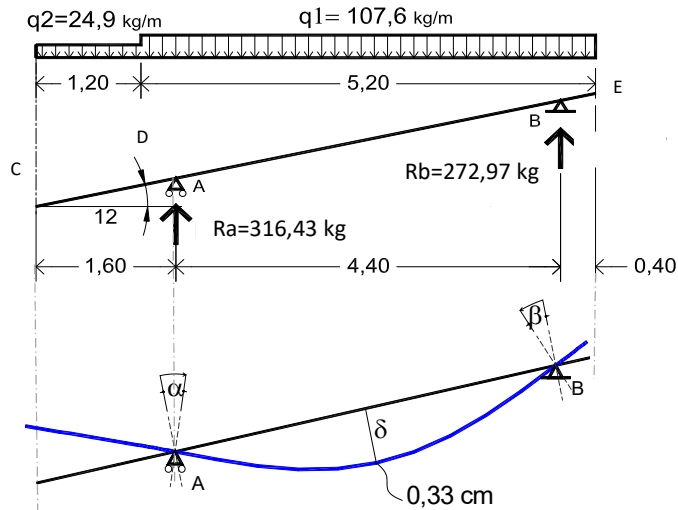
Madera Aserrada **PINO PARANA Clase 2**

$E=114.000 \text{ kg/cm}^2$ (Módulo de Elasticidad)

$F_b=66 \text{ kg/cm}^2$ Tensión de referencia a flexión de la madera

$F_v=7 \text{ kg/cm}^2$ Tensión de referencia a corte

VERIFICACIÓN DE LA RIGIDEZ



Deformación Instantánea Máxima

La deformación instantánea es obtenida a través de un programa de cálculo:

$\delta i = 0,33 \text{ cm}$

Deformación Instantánea Admisible

Según Cirsoc 601 para madera, en viviendas (primer renglón de la tabla del Anexo I):

$$\delta iadm = L/360$$

$$L = 440 \text{ cm}$$

$$\delta iadm = 440\text{cm} / 360$$

$\delta iadm = 1,22 \text{ cm}$

La deformación Instantánea debe ser menor que la admisible.

$$\delta i \leq \delta iadm$$

VERIFICA la Deformación Instantánea

Deformación Diferida

La deformación diferida se obtiene multiplicando la deformación instantánea por un coeficiente dado por Cirsoc 601, que para madera aserrada o laminada, en condición de servicio seco es $k_{crit} = 1,5$.

$$\delta F = \delta i \cdot K_{crit} = 0,33 \text{ cm} \times 1,5$$

$\delta F = 0,50 \text{ cm}$

Deformación Final Admisible

Según Cirsoc 601 para madera, en viviendas (primer renglón de la tabla del Anexo I):

$$\delta Fadm = L/300$$

$$\delta Fadm = 440\text{cm} / 300$$

$\delta Fadm = 1,47 \text{ cm}$

La deformación Diferida debe ser menor que la Final Admisible.

$$\delta F \leq \delta Fadm$$

VERIFICA la Deformación Diferida

Cálculo de Esfuerzo de Corte:

$$\begin{aligned} q1 &= 24,9 \text{ kg/m} \\ q2 &= 107,6 \text{ kg/m} \\ Ra &= 316,43 \text{ kg} \\ Rb &= 272,97 \text{ kg} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} V_{Ci} &= 0 \text{ kg} \\ V_{Cd} &= 0 \text{ kg} \\ V_{Di} &= -24,9 \text{ kg/m} \times 1,2 \text{ m} \times \cos(12^\circ) = -29,23 \text{ kg} \\ V_{Dd} &= -29,23 \text{ kg} \\ V_{Ai} &= -29,23 \text{ kg} - 107,6 \text{ kg/m} \times 0,4 \text{ m} \times \cos(12^\circ) = -71,33 \text{ kg} \\ V_{Ad} &= -71,33 \text{ kg} + 316,43 \text{ kg} \times \cos(12^\circ) = \mathbf{238,19 \text{ kg}} \\ V_{Bi} &= 238,19 \text{ kg} - 107,6 \text{ kg/m} \times 4,4 \text{ m} \times \cos(12^\circ) = -224,90 \text{ kg} \\ V_{Bd} &= -224,90 \text{ kg} + 272,97 \text{ kg} \times \cos(12^\circ) = 42,10 \text{ kg} \\ V_{Ei} &= 42,10 \text{ kg} - 107,6 \text{ kg/m} \times 0,4 \text{ m} \times \cos(12^\circ) = 0,00 \text{ kg} \end{aligned}$$

Determinación de "x"

$$V_F = 238,19 \text{ kg} - 107,6 \text{ kg/m} \times 'X' \text{ m} \times \cos(12^\circ) = 0 \text{ kg}$$

$$\begin{aligned} X &= 238,19 \text{ kg} / (107,6 \text{ kg/m} \times \cos(12^\circ)) = 2,26 \text{ m} \\ X1 &= 4,4 \text{ m} - 2,26 \text{ m} = 2,14 \text{ m} \end{aligned}$$

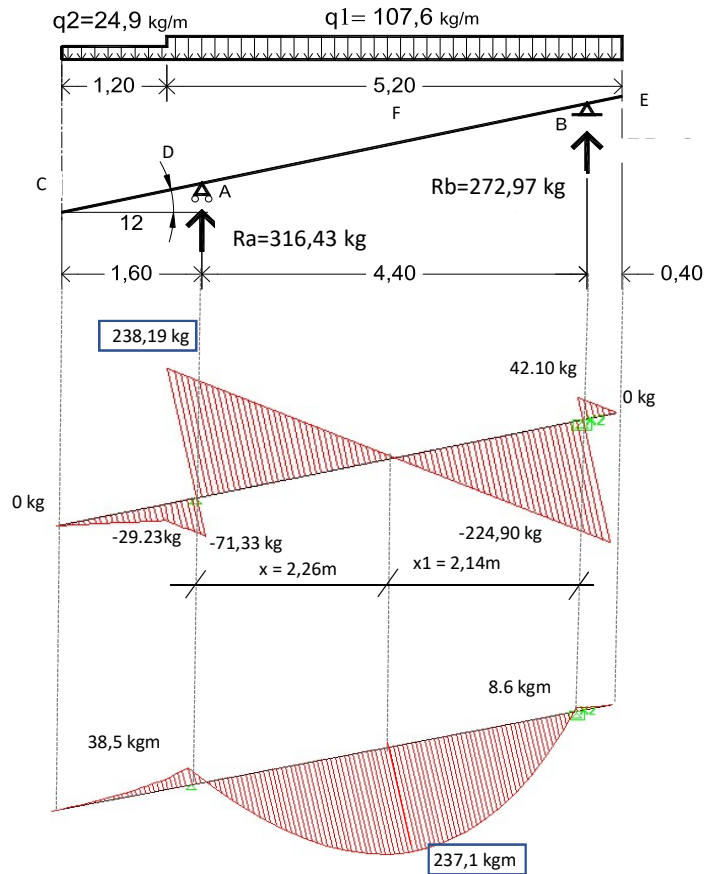
Cálculo de Momentos Flectores:

$$\begin{aligned} M_C &= M_E = 0 \text{ kgm} \\ M_A &= -24,9 \text{ kg/m} \times 1,2 \text{ m} \times 1 \text{ m} - 107,6 \text{ kg/m} \times 0,4 \text{ m} \times 0,2 \text{ m} = -38,5 \text{ kgm} \\ M_B &= 107,6 \text{ kg/m} \times 0,4 \text{ m} \times 0,4 \text{ m} / 2 = 8,6 \text{ kgm} \\ M_F &= -272,97 \text{ kg} \times 2,14 \text{ m} + 107,6 \text{ kg/m} \times 2,54 \text{ m} \times 2,54 / 2 = \mathbf{-237,1 \text{ kgm}} \end{aligned}$$

Solicitaciones Máximas

$$V_{\max} = \mathbf{238,19 \text{ kg}}$$

$$M_{\max} = \mathbf{237,10 \text{ kgm}}$$



VERIFICACIÓN DE LA RESISTENCIA A FLEXIÓN

Para que una viga resista a Flexión se debe cumplir que la **máxima tensión f_{max}** , provocada por el momento flector, sea menor o igual a la resistencia del material, denominada **Tensión de Referencia Ajustada de Flexión $F'b$**

$$f_{max} \leq F'b$$

Calculo de la Tension de Referencia Ajustada de Flexión

Nuestra viga es de madera aserrada de Pino Paraná Clase 2

Tensión de referencia a flexión de la madera (dato del ejercicio)

$$F_b = 66 \text{ kg/cm}^2$$

Ancho de la sección

$$b = 10 \text{ cm}$$

Altura de la sección

$$d = 25 \text{ cm}$$

Para obtener la Resistencia de Diseño AJUSTADA $F'b$, tendremos que afectar la Resistencia F_b de REFERENCIA obtenida de ensayos por los coeficientes que consideran la situación en que se utilizara esta madera en obra

$$F'b = Fb \times CD \times CM \times Ct \times CL \times CF \times Cr$$

Coeficientes a considerar:

CD = coeficiente de duración de la carga. En caso de combinar Cargas permanentes (q_D) y sobrecargas (q_L) este coeficiente vale "1"

$$CD = 1$$

CM = coeficiente de condición de servicio. En condiciones normales de uso en una vivienda y en ambientes cubiertos o semicubiertos el coeficiente es "1"

$$CM = 1$$

Ct = coeficiente de condición de temperatura. Para condiciones de uso con temperatura menores a 40° (o menores a 65° en periodos breves de tiempo) el coeficiente es "1".

$$Ct = 1$$

$$d/b = 25/10 = 2,5 > 2$$

Al ser mayor que 2 y menor que 5, y el borde comprimido de la viga está impedido de desplazarse horizontalmente mediante el plano del entrepiso.

$$CL = 1$$

Cr = coeficiente de distribución de cargas. En este caso como no podemos garantizar que las cargas se distribuyen en otras vigas iguales el coeficiente es "1".

$$Cr = 1$$

Cf = coeficiente de forma, se utiliza para madera aserrada. Es una función de la altura, que se debe colocar en milímetros en la fórmula:

$$CF = \left(\frac{150}{d} \right)^{0,2} = \left(\frac{150}{250} \right)^{0,2}$$

$$CF = 0,90 \leq 1,3 \quad \text{Si fuera mayor que 1,3, se adopta éste valor.}$$

Tensión de Referencia Ajustada de Flexión:

$$F'b = Fb \times CD \times CM \times Ct \times CL \times CF \times Cr$$

$$F'b = 66 \text{ kg/cm}^2 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 0,90 \times 1$$

$$F'b = 59,59 \text{ kg/cm}^2$$

Calculo de la Tension máxima por Flexión

$$f_{\max} = \frac{M_{\max}}{S_x}$$

Modulo elástico resistente

$$S_x = \frac{b \times d^2}{6} = \frac{10 \times 25^2}{6}$$

$$S_x = 1041,67 \text{ cm}^3$$

El momento máximo lo obtenemos del diagrama

$$M_{\max} = 237,10 \text{ kgm}$$

Cambiamos la unidad de kgm a kgcm ya que el modulo S_x está en cm^3

$$M_{\max} = 23710,00 \text{ kgcm}$$

$$f_{\max} = 23710 \text{ kgcm} / 1.041,67 \text{ cm}^3 = 22,76 \text{ kg/cm}^2$$

Comparamos las tensiones, debiendo ser la de las fibras extremas menor o igual que resistencia del material. $f_{max} \leq F'b$

$$f_{max} = 22,76 \text{ kg/cm}^2$$

$$F'b = 59,59 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{max} \leq F'b \quad \text{VERIFICA a la Flexión}$$

VERIFICACIÓN DE LA RESISTENCIA A CORTE

Para que una viga resista a Corte se debe cumplir que la **máxima tensión f_v** , provocada por el Corte, sea menor o igual a la resistencia del material, denominada **Tensión de Referencia Ajustada de Corte $F'v$**

$$f_v \leq F'v$$

Tensión de referencia de corte de la madera (dato del ejercicio)

$$F_v = 7,00 \text{ kg/cm}^2$$

Para obtener la Resistencia de Diseño AJUSTADA $F'v$, tendremos que afectar la Resistencia F_v de REFERENCIA obtenida de ensayos por los coeficientes que consideran la situación en que se utilizara esta madera en obra

Tensión de Referencia Ajustada de Corte:

$$F'v = F_v \times CD \times CM \times Ct$$

$$F'v = 7 \text{ kg/cm}^2 \times 1 \times 1 \times 1$$

$$F'v = 7,00 \text{ kg/cm}^2$$

Calculo de la Tension máxima por Corte

$$f_v = 1,5 \frac{V_{max}}{b \times d}$$

$$V_{max} = 238,19 \text{ kg}$$

$$f_v = 1,43 \text{ kg/cm}^2$$

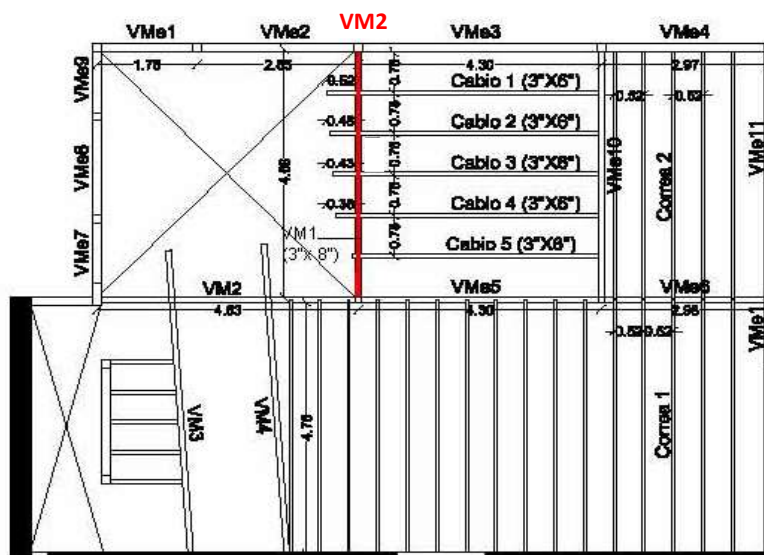
$$F'v = 7,00 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_v \leq F'v \quad \text{VERIFICA a Corte}$$

CONCLUSION: El cabio verifica a Rigidez y a Resistencia, ya que los valores son menores a los admisibles, pero como son bastante menores, se podria disminuir las dimensiones de la sección para llegar a valores mas acordes. Aun así se recuerda que no se han considerado otros estados de carga posibles como por ejemplo el viento.

OBRA 2: ENTREPISO Casa en North Bend – Johnston Architects

Viga VM2



ESTRUCTURA SOBRE PLANTA BAJA
Esc. 1:100

FOTO ENTREPISO

DATOS VM2

Sección predimensionada $d = L/20 = 468 / 20 = 23,4 \text{ cm}$ se adopta 25 cm

6" x 10" = 15 cm x 25 cm

Madera LAMINADA

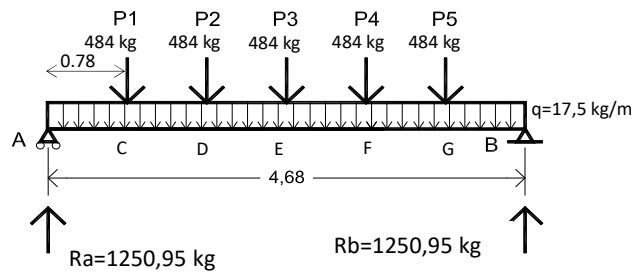
EUCALIPTUS GRANDIS – Clase 1

E=134.000 kg/cm² (Módulo de Elasticidad)

Fb=75 kg/cm² Tensión de referencia a flexión de la madera

Fv=8 kg/cm² Tensión de referencia a corte de la madera





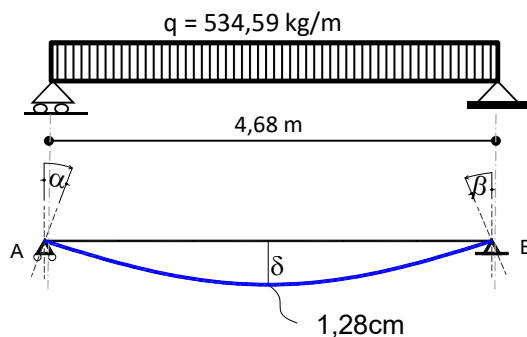
Determinación de la carga uniforme equivalente

$$q_{\text{equivalente}} = q + \Sigma P / \text{long viga}$$

$$q_{\text{equivalente}} = 17,5 \text{ kg/m} + 5 \times 484 \text{ kg} / 4,68 \text{ m}$$

$$q_{\text{equivalente}} = 534,59 \text{ kg/m}$$

Diagrama de cargas simplificado:



Cálculo de Deformación Máxima:

$$\delta_{\text{máx}} = \frac{5}{384} \frac{q \cdot L^4}{I \cdot E}$$

Momento de Inercia "I"

$$I = \frac{b \cdot d^3}{12}$$

$$b = 15 \text{ cm}$$

$$d = 25 \text{ cm}$$

$$I = 19531,25 \text{ cm}^4$$

$$q = 5,35 \text{ kg/cm}$$

$$L = 468 \text{ cm}$$

$$E = 134000 \text{ kg/cm}^2$$

Deformación Instantánea Máxima

$\delta i =$	1,28 cm
--------------	----------------

Deformación Instantánea Admisible

Según Cirsoc 601 para madera, en viviendas (primer renglón de la tabla del Anexo I):

$$\delta i_{adm} = L/360$$

$$\delta i_{adm} = 468\text{cm} / 360$$

$\delta i_{adm} =$	1,30 cm
--------------------	----------------

La deformación Instantánea debe ser menor que la admisible.

$$\delta i \leq \delta i_{adm}$$

VERIFICA la Deformación Instantánea

Deformación Diferida

La deformación diferida se obtiene multiplicando la deformación instantánea por un coeficiente dado por Cirsoc 601, que para madera aserrada o laminada, en condición de servicio seco es $k_{crit} =$

$$\delta F = \delta i \cdot K_{crit} = 1,28 \text{ cm} \times 1,5$$

$$\delta F = 1,91 \text{ cm}$$

Deformación Final Admisible

Según Cirsoc 601 para madera, en viviendas (primer renglón de la tabla del Anexo I):

$$\delta F_{adm} = L/300$$

$$\delta F_{adm} = 468\text{cm} / 300$$

$$\delta F_{adm} = 1,56 \text{ cm}$$

La deformación Diferida debe ser menor que la Final Admisible.

$$\delta F \not\leq \delta F_{adm}$$

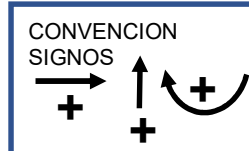
NO VERIFICA la Deformación Diferida

Como la deformación depende de la carga, de la luz, de la sección y del material, en este caso se podría colocar una viga intermedia, para disminuir la carga, o incrementar la altura de la viga para que aumente el momento de inercia. Cambiar el material implicaría una modificación a la estética del entrepiso. Y modificar la luz no es posible ya que implicaría agregar alguna columna intermedia.

VERIFICACIÓN DE LA RESISTENCIA

Cálculo de Esfuerzo de Corte:

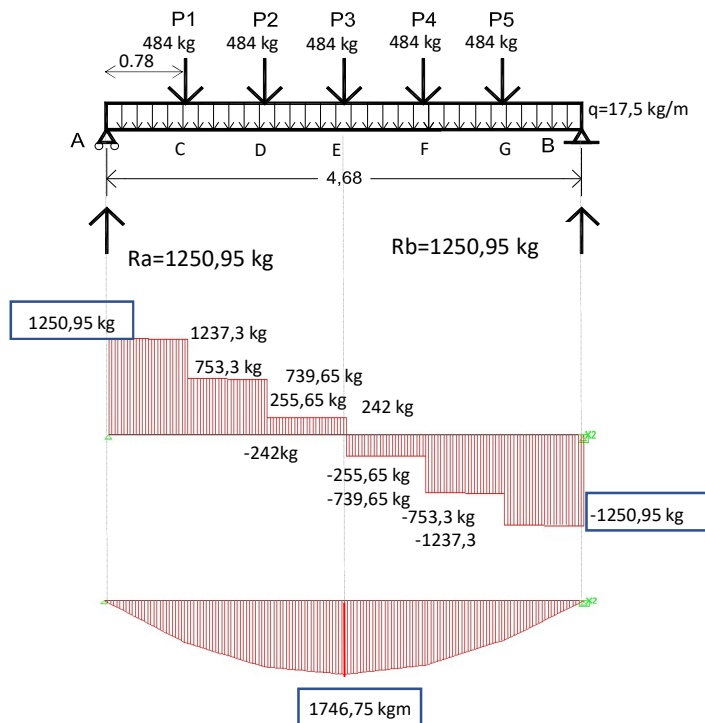
$$\begin{aligned} q &= 17,5 \text{ kg/m} \\ P1 \text{ a } P5 &= 484 \text{ kg} \\ R_a &= 1250,95 \text{ kg} \\ R_b &= 1250,95 \text{ kg} \end{aligned}$$



VAi =	0,00 kg
VAd = 1.250,95 kg =	1250,95 kg
VCi = 1.250,95 kg - 17,5 kg x 0,78m =	1237,30 kg
VCd = 1.237,30 kg - 484,00 kg =	753,30 kg
VDi = 753,30 kg - 17,5 kg x 0,78m =	739,65 kg
VDd = 739,65 kg - 484,00 kg =	255,65 kg
VEi = 255,65 kg - 17,5 kg x 0,78m =	242,00 kg
VEd = 242,00 kg - 484,00 kg =	-242,00 kg
VFd = -242,00 kg - 17,5 kg x 0,78m =	-255,65 kg
VGd = -255,65 kg - 484,00 kg =	-739,65 kg
VGi = -739,65 kg - 17,5 kg x 0,78m =	-753,30 kg
VGd = -753,30 kg - 484,00 kg =	-1237,30 kg
VBd = -1.237,30 kg - 17,5 kg x 0,78m =	-1250,95 kg
VBd = -1.250,95 kg + 1.250,95 kg =	0,00 kg

Como la viga es simétrica, el momento flector máximo se ubicará al centro.

MC = MB =	0 kgm
ME = 1250,95kg x 2,34m - 484kg x (1,56+0,78)m - 17,5kg/m x 2,34m x 2,34/2m	
ME =	1.746,75 kgm



Solicitaciones Máximas

$$V_{\max} = 1250,95 \text{ kg}$$

$$M_{\max} = 1.746,75 \text{ kgm}$$

VERIFICACIÓN DE LA RESISTENCIA A FLEXIÓN

Para que una viga resista a Flexión se debe cumplir que la **máxima tensión $f_{\max}$** , provocada por el momento flector, sea menor o igual a la resistencia del material, denominada **Tensión de Referencia Ajustada de Flexión $F'b$**

$$f_{\max} \leq F'b$$

Calculo de la Tension de Referencia Ajustada de Flexión

Nuestra viga es de madera Laminada de Eucaliptus Grandis Clase 1

Tensión de referencia a flexión de la madera (dato del ejercicio)

$$F_b = 75 \text{ kg/cm}^2$$

Ancho de la sección

$$b = 15 \text{ cm}$$

Altura de la sección

$$d = 25 \text{ cm}$$

Para obtener la Resistencia de Diseño AJUSTADA $F'b$, tendremos que afectar la Resistencia F_b de REFERENCIA obtenida de ensayos por los coeficientes que consideran la situación en que se utilizara esta madera en obra

$$F'b = F_b \times CD \times CM \times Ct \times CL \times CV \times Cr$$

Coeficientes a considerar:

Los coeficientes a considerar son similares a la obra anterior. El único que difiere es CV en lugar de CF ya que la madera de esta obra es laminada. Este coeficiente CV es una función de las dimensiones de la sección, que se deben colocar en milímetros en la fórmula:

$$CV = \left(\frac{600}{d}\right)^{0,1} \left(\frac{150}{b}\right)^{0,05} = \left(\frac{600}{250}\right)^{0,1} \left(\frac{150}{150}\right)^{0,05}$$

$$CF = 1,09 \leq 1,1 \quad \text{Si fuera mayor que 1,1, se adopta éste valor.}$$

Tensión de Referencia Ajustada de Flexion:

$$F'b = F_b \times CD \times CM \times Ct \times CL \times CV \times Cr$$

$$F'b = 75 \text{ kg/cm}^2 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1,09 \times 1$$

$$F'b = 81,86 \text{ kg/cm}^2$$

Calculo de la Tension máxima por Flexión

$$f_{max} = \frac{M_{max}}{S_x}$$

Modulo elástico resistente

$$S_x = \frac{b \times d^2}{6} = \frac{15 \times 25^2}{6}$$

$$S_x = 1562,50 \text{ cm}^3$$

El momento máximo lo obtenemos del diagrama

$$M_{max} = 1.746,75 \text{ kgm}$$

Cambiamos la unidad de kgm a kgcm ya que el modulo S_x está en cm^3

$$M_{max} = 174675,00 \text{ kgcm}$$

$$f_{max} = 174675 \text{ kgcm} / 1.562,50 \text{ cm}^3 = 111,79 \text{ kg/cm}^2$$

Comparamos las tensiones, debiendo ser la de las fibras extremas menor o igual que resistencia del material. **$f_{max} \leq F'b$**

$$f_{max} = 111,79 \text{ kg/cm}^2$$

$$F'b = 81,86 \text{ kg/cm}^2$$

$f_{max} \not\leq F'b$ NO VERIFICA a la Flexión

Buscamos una sección que pueda resistir el momento solicitante

como
$$f_{max} = \frac{M_{max}}{S_x}$$

despejamos S_x , reemplazando a f_{max} por $F'b$ disminuido para tener en cuenta la diferencia de peso propio.

$$S_x = \frac{M_{max}}{f_{max}}$$

$$S_x = 174675 \text{ kgcm} / 77,86 \text{ kg/cm}^2$$

$$S_x = 2243,39 \text{ cm}^3$$

$$S_x = \frac{b \times d^2}{6} \quad \text{Dejamos fijo el ancho de la sección y despejamos la altura necesaria}$$

$$d = \sqrt{\frac{6S_x}{b}}$$

$$d = 29,96 \text{ cm}$$

Adoptamos

$$d = 30 \text{ cm} \quad 12"$$

Se debería comprobar si con esta altura verifica la Deformación Diferida.

VERIFICACIÓN DE LA RESISTENCIA A CORTE

Para que una viga resista a Corte se debe cumplir que la **máxima tensión f_v** , provocada por el Corte, sea menor o igual a la resistencia del material, denominada **Tensión de Referencia Ajustada de Corte $F'v$**

$$f_v \leq F'v$$

Tensión de referencia de corte de la madera (dato del ejercicio)

$$F_v = 8,00 \text{ kg/cm}^2$$

Para obtener la Resistencia de Diseño AJUSTADA $F'v$, tendremos que afectar la Resistencia F_v de REFERENCIA obtenida de ensayos por los coeficientes que consideran la situación en que se utilizara esta madera en obra

Tensión de Referencia Ajustada de Corte:

$$F'v = F_v \times C_D \times C_M \times C_t$$

$$F'v = 8 \text{ kg/cm}^2 \times 1 \times 1 \times 1$$

$$F'v = 8,00 \text{ kg/cm}^2$$

Calculo de la Tension máxima por Corte

$$f_v = 1,5 \frac{V_{\max}}{b \times d}$$

$$V_{\max} = 1250,95 \text{ kg}$$

$$f_v = 4,17 \text{ kg/cm}^2$$

$$F'v = 8,00 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_v \leq F'v \quad \text{VERIFICA a Corte}$$

CONCLUSION: Cuando una viga no verifica la Deformación, la Flexión o el Corte, debe modificarse alguno de los parámetros que participan: o se disminuye la carga, aumentando la cantidad de elementos que soportan el entrepiso, o se disminuye la luz del elemento agregando nuevos apoyos o se aumenta la sección de la viga, en especial la altura que participa elevada al cubo en el momento de inercia.