

TRIGONOMETRÍA

Sistemas de Medición de Ángulos

- Equivalencia entre los tres Sistemas

$$360^\circ = 2\pi \text{Rad} = 400^G$$

$$\frac{\alpha^\circ}{360^\circ} = \frac{\alpha^R}{2\pi} = \frac{\alpha^G}{400^G}$$

Longitud de la Circunferencia

$$C = 2 \pi \cdot \text{radio}$$

Funciones Trigonómicas

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{ordenada}}{\text{radio vector}} = \frac{y}{\rho}$$

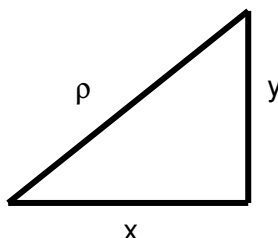
$$\text{cos } \alpha = \frac{\text{abscisa}}{\text{radio vector}} = \frac{x}{\rho}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{ordenada}}{\text{abscisa}} = \frac{y}{x}$$

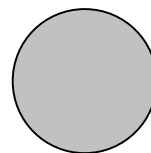
$$\text{cotg } \alpha = \frac{\text{abscisa}}{\text{ordenada}} = \frac{x}{y}$$

$$\text{sec } \alpha = \frac{\text{radio vector}}{\text{abscisa}} = \frac{\rho}{x}$$

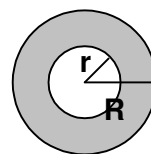
$$\text{cosec } \alpha = \frac{\text{radio vector}}{\text{ordenada}} = \frac{\rho}{y}$$



$$\text{Área del Circulo} = \pi \cdot r^2$$

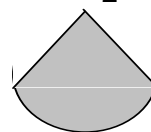


$$\text{Área de Anillo o Corona Circular} = \pi \cdot R^2 - \pi \cdot r^2$$



$$\text{Área del Sector Circular}$$

$$= \frac{\text{arco} \times \text{radio}}{2}$$

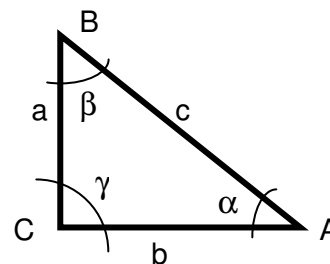


Resolución de Triángulos Rectángulos

$$C = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{a}{b} \therefore \alpha = \text{arco tg } \frac{a}{b}$$

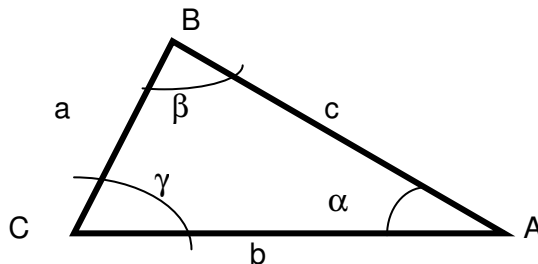
$$\text{tg } \beta = \frac{b}{a} \therefore \beta = \text{arco tg } \frac{b}{a}$$



Resolución de Triángulos Oblicuángulos

• Teorema del Seno

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$



• Teorema del Coseno

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

Calculo de Área

Área del triang = $\frac{b \times h}{2}$

Teorema Fundamental

Area = $\frac{b \cdot c \cdot \sin \alpha}{2}$

Área de un Triangulo en función de sus tres lados – Formula de Herón -

$$\text{Area} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

donde $p = \frac{a+b+c}{2}$

a, b, c son lados del triángulo

GEOMETRÍA ANALÍTICA. SISTEMAS DE COORDENADAS

Sistema de Coordenadas Unidimensional

• Distancia entre dos puntos.

La distancia entre los puntos A(x₁) y B(x₂) Distancia horizontal

$$|\overline{AB}| = |(x_2 - x_1)| = |(x_1 - x_2)|$$

$|\overline{AB}|$ = es la longitud del segmento AB (Las barras | | se lee: valor absoluto)

La distancia vertical entre los puntos C(y₁) y D(y₂)

$$|\overline{CD}| = |(y_2 - y_1)| = |(y_1 - y_2)|$$

SISTEMAS DE COORDENADAS EN EL PLANO

- Distancia entre dos puntos. $P_1 (x_1; y_1)$ y $P_2 (x_2; y_2)$

$$|P_1 P_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

- Punto Medio de un Segmento.

$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

- Relaciones entre las coordenadas Rectangulares y Polares.

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\alpha = \arctg \frac{y}{x}$$

$$x = \rho \cos \alpha$$

$$y = \rho \sin \alpha$$

SISTEMAS DE COORDENADAS EN EL ESPACIO

Sistema de coordenadas

Notación del punto

Cartesianas rectangulares	$P (x; y; z)$
Polares	$P(\rho; \alpha; \beta; \gamma)$
Cilíndricas	$P((\rho; \alpha; z)$
Esféricas	$P(\rho; \alpha; \beta).$

- Distancia entre dos puntos $A(x_1; y_1; z_1)$ y $B(x_2; y_2; z_2)$

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

- Punto Medio de un Segmento

$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$z_m = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

- Relaciones entre las coordenadas Rectangulares y Polares.

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\alpha = \arccos \frac{x}{\rho}$$

$$\beta = \arccos \frac{y}{\rho}$$

$$\gamma = \arccos \frac{z}{\rho}$$

$$x = \rho \cos \alpha$$

$$y = \rho \cos \beta$$

$$z = \rho \cos \gamma$$

- Relaciones que ligán las coordenadas Cilíndricas con las Rectangulares

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\alpha = \arctan \frac{y}{x}$$

$$z = z$$

$$x = \rho \cos \alpha$$

$$y = \rho \sen \alpha$$

$$z = z$$

- Relaciones que ligán las coordenadas Esféricas con las Rectangulares

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\beta = \arcsen \frac{z}{\rho}$$

$$\alpha = \arctan \frac{y}{x}$$

$$x = \rho \cos \beta \cos \alpha$$

$$y = \rho \cos \beta \sen \alpha$$

$$z = \rho \sen \beta$$

GEOMETRÍA ANALÍTICA EN DOS DIMENSIONES

LA RECTA

Ecuación General

Forma explícita :

$$y = a x + b$$

Variable
Dependiente

Coef. angular

Variable
Independiente

Ordenada al
origen

Forma implícita:

$$Ax + By + C = 0$$

Forma Segmentaria o Reducida:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

Ecuación de la recta que pasa por un punto y de pendiente a
Punto - Pendiente

$$y - y_1 = a (x - x_1)$$

Ecuación de la recta que pasa por dos puntos. Cartesiana

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

Condición de paralelismo entre rectas

Dadas las rectas:

$$y_1 = a_1x + b_1$$

$$y_2 = a_2x + b_2$$

$$y_1 \parallel y_2 \Leftrightarrow a_1 = a_2$$

Condición de perpendicularidad entre rectas

Dadas las rectas:

$$y_1 = a_1x + b_1$$

$$y_2 = a_2x + b_2$$

$$y_1 \perp y_2 \Leftrightarrow a_1 = - \frac{1}{a_2}$$

Intersección entre dos rectas

Para hallar el punto de intersección de dos rectas en el plano,

1. Igualar ambas rectas ($y_1 = y_2$)
2. despejar el valor de la abscisa (x) para el cual ambas rectas tienen idéntica ordenada (y).
3. Para hallar el valor de y reemplazar en cualquiera de las dos expresiones matemáticas originales la variable x por el valor encontrado.

Ángulo entre dos rectas:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{a_1 - a_2}{1 + (a_1 \cdot a_2)}$$

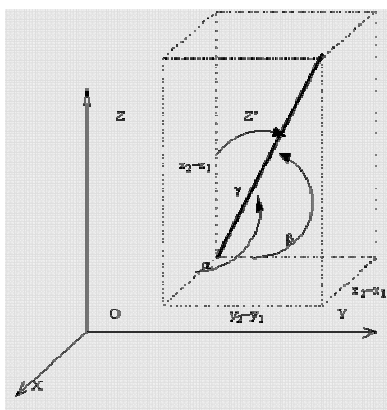
Fórmula trigonométrica:
tangente de la diferencia
de dos ángulos.

GEOMETRÍA ANALÍTICA EN TRES DIMENSIONES LA RECTA

Anexo
Elaboraron
Arq. gloria P. de Lanzetti
Arq. Clarisa Lanzillotto
Abril 2010

Dirección de una recta

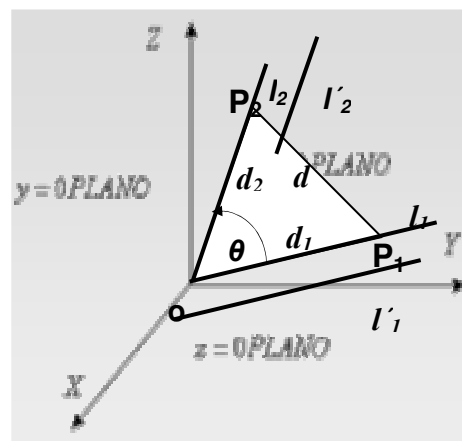
Los cosenos directores de la recta l que contiene a los puntos P1(x1,y1,z1) y P2(x2,y2,z2) Son:



$$\cos \alpha = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}}$$

$$\cos \beta = \frac{y_2 - y_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}}$$

$$\cos \gamma = \frac{z_2 - z_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}}$$



Angulo de dos rectas

El ángulo θ formado por dos rectas dirigidas cualesquiera en el espacio, cuyos ángulos directores son $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ y $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ respectivamente, se determinan por la relación

$$\cos \theta = \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 + \cos \beta_1 \cos \beta_2 + \cos \gamma_1 \cos \gamma_2$$

También podemos calcular el ángulo θ formado por dos rectas cualesquiera dirigidas en el espacio conocidos los números directores de ambas

$$\cos \theta = \pm \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$$

$$\cos \theta = \pm \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2}{|d_1| |d_2|}$$

Forma parametrica de la ecuacion de la recta en el espacio

$$x - x_1 = t \cos \alpha, \quad y - y_1 = t \cos \beta, \quad z - z_1 = t \cos \gamma \quad \text{O bien}$$

$$\begin{aligned} x &= x_1 + t \cos \alpha \\ y &= y_1 + t \cos \beta \\ z &= z_1 + t \cos \gamma \end{aligned}$$

Forma Continua

$$\frac{x - x_1}{\cos \alpha} = \frac{y - y_1}{\cos \beta} = \frac{z - z_1}{\cos \gamma}$$

CONICAS

Circunferencia

Ecuación ordinaria. Centro (h; k) y radio r
 $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

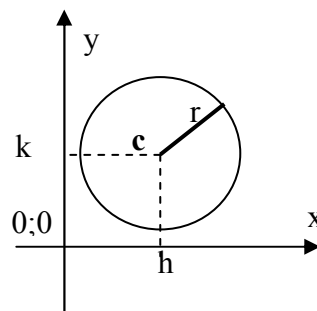
Si el Centro esta en el origen del S. de coord.
 $h = k = 0$ la ecuación será

$x^2 + y^2 = r^2$ **Ecuación canónica**

Ecuación General

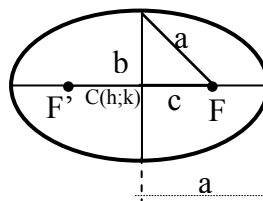
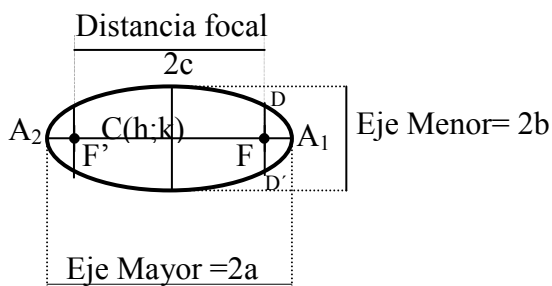
$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ en donde

$$\left\{ \begin{array}{lll} D = -2h & E = -2k & F = h^2 + k^2 - r^2 \\ h = -\frac{D}{2} & k = -\frac{E}{2} & r = \sqrt{h^2 + k^2 - F} \end{array} \right.$$



Elipse

Determinación de los focos



$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

Excentricidad de la elipse e

$$c < a$$

$$e = \frac{c}{a} < 1$$

La long del lado recto para el foco F y F' es $\frac{2b^2}{a}$

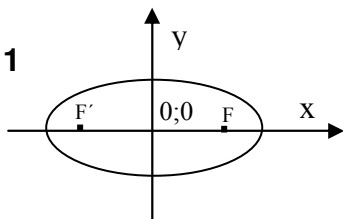
Área de la elipse = a.b.π

Perímetro = $2\pi\sqrt{1/2(a^2 + b^2)}$
Aproximadamente

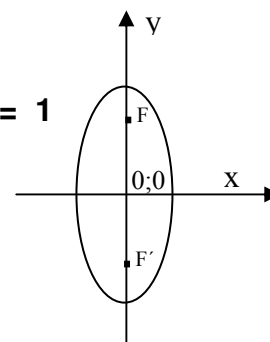
Ecuación Canónica

Elipse con centro en el origen del S. de coord. Cartesianas (0;0)

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



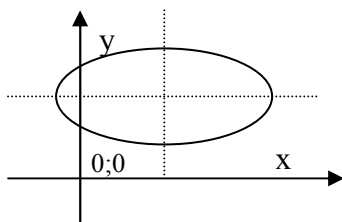
$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$



Segunda forma Ordinaria

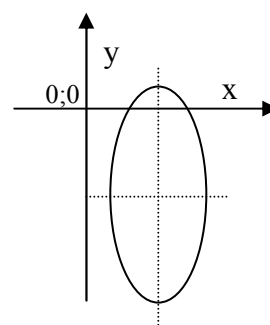
Elipse con centro en el punto (h;k)
y eje focal paralelo al eje X

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

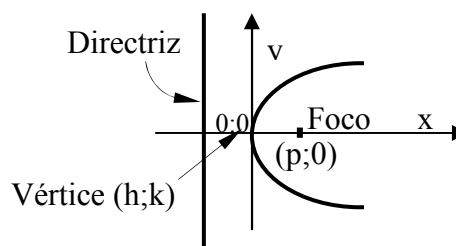


Elipse con centro en el punto (h;k)
y eje focal paralelo al eje Y

$$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$$

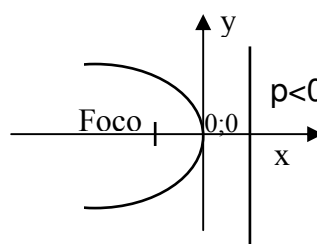
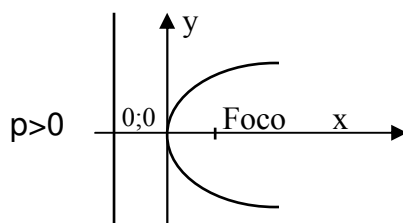


Parábola (Geometría Analítica)

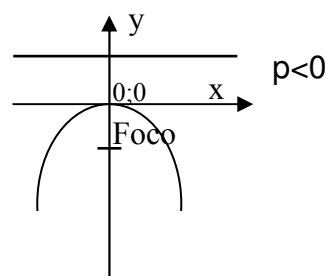
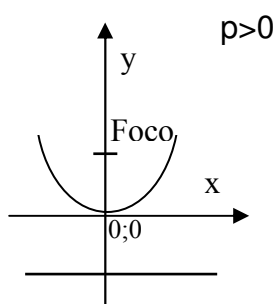


Ecuación Canónica (Vértice en el origen del Sistema de Coordenadas Cartesianas)

$$y^2 = 4 p x$$



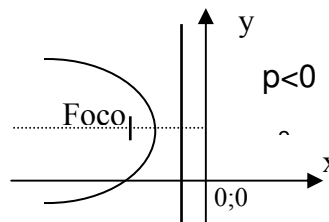
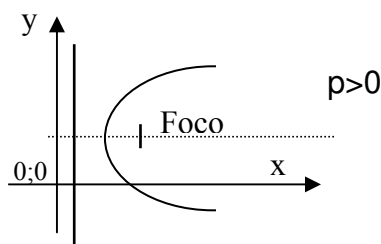
$$x^2 = 4 p y$$



Ecuación Ordinaria

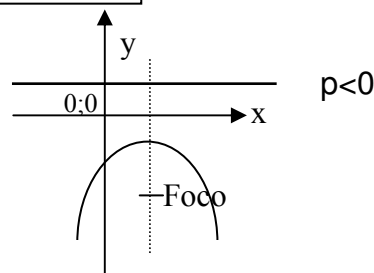
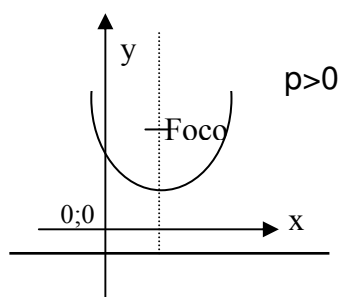
Vértice en el punto (h; k) Eje focal paralelo al eje X

$$(y - k)^2 = 4 p (x - h)$$



Vértice en el punto (h;k) Eje focal paralelo al eje Y

$$(x - h)^2 = 4 p (y - k)$$



Parábola (Análisis Matemático)

Función cuadrática, o trinomio de 2^{do} Grado

$$y = a x^2 + b x + c$$

Ecuación Completa	Ecuación Incompleta	Ecuación Incompleta	Ecuación Incompleta
$0 = a x^2 + b x + c$ Las raíces x_1, x_2 se calculan $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 a c}}{2 a}$	$0 = a x^2$ Eje de simetría de la parábola en el eje de las y y vértice en el origen	$0 = a x^2 + c$ Eje de simetría de la parábola en el eje de las y y vértice desplazado del origen	$0 = a x^2 + b x$ parábola a eje vertical y desplazado a la izquierda o derecha del eje de ordenadas.

Coordenadas del Vértice

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y_v = -\left(\frac{b^2 - 4 a c}{4 a}\right) = c - \left(\frac{b^2}{4 a}\right)$$

Propiedades de las Raíces

$$\begin{aligned} x_1 \cdot x_2 &= \frac{c}{a} \\ (x_1 + x_2) &= -\frac{b}{a} \end{aligned} \quad \text{para } a \neq 0$$

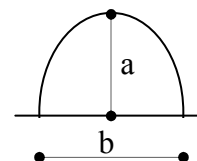
Relación entre Geometría Analítica y Análisis

Cuando $y = a x^2$

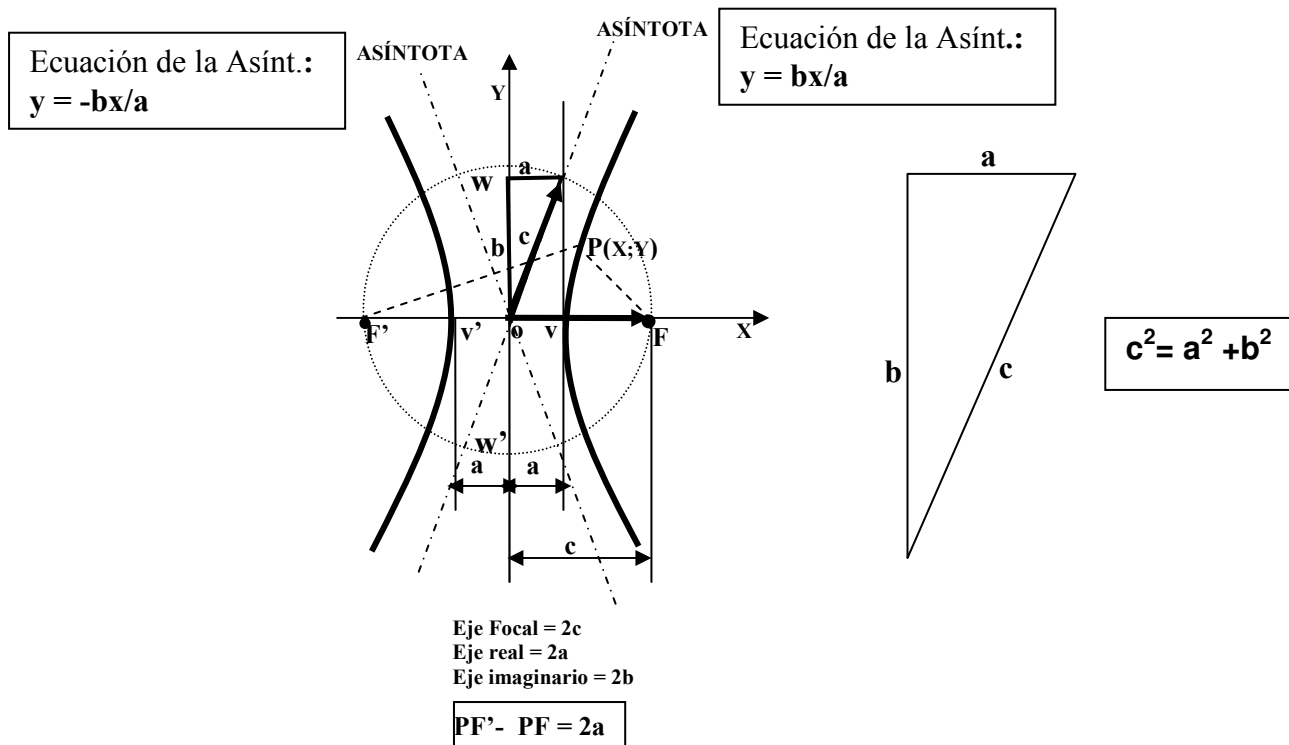
$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{4 p} \\ p &= \frac{1}{4 a} \end{aligned}$$

Segmento de Parábola

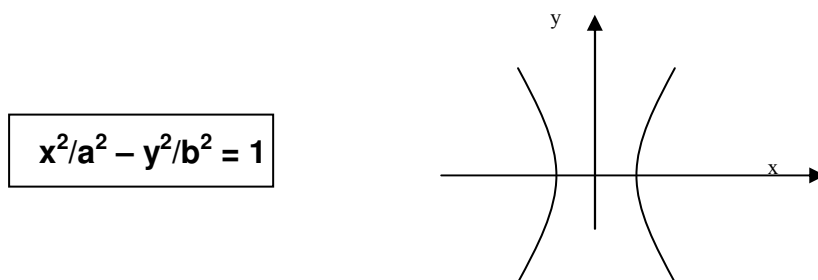
$$\text{Area} = \frac{2}{3} a \cdot b$$



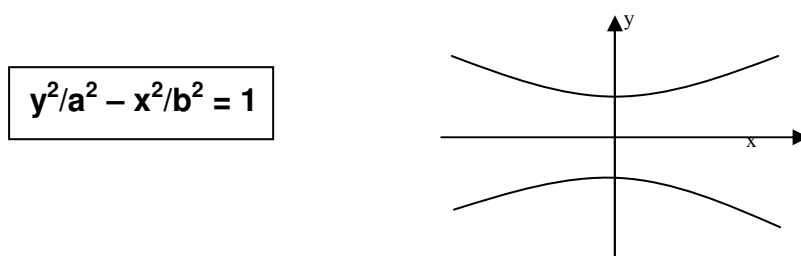
Hipérbola



ECUACIÓN CANÓNICA DE LA HIPÉRBOLA CON EJE REAL COINCIDENTE CON EL DE ABCISAS



ECUACIÓN CANÓNICA DE LA HIPÉRBOLA CON EJE REAL COINCIDENTE CON EL DE ABSCISAS



ECUACIÓN DE LA HIPÉRBOLA CON EJE FOCAL PARALELO PERO NO COINCIDENTE CON EL DE ABSCISAS Y CENTRO NO UBICADO SOBRE EL EJE DE ORDENADAS

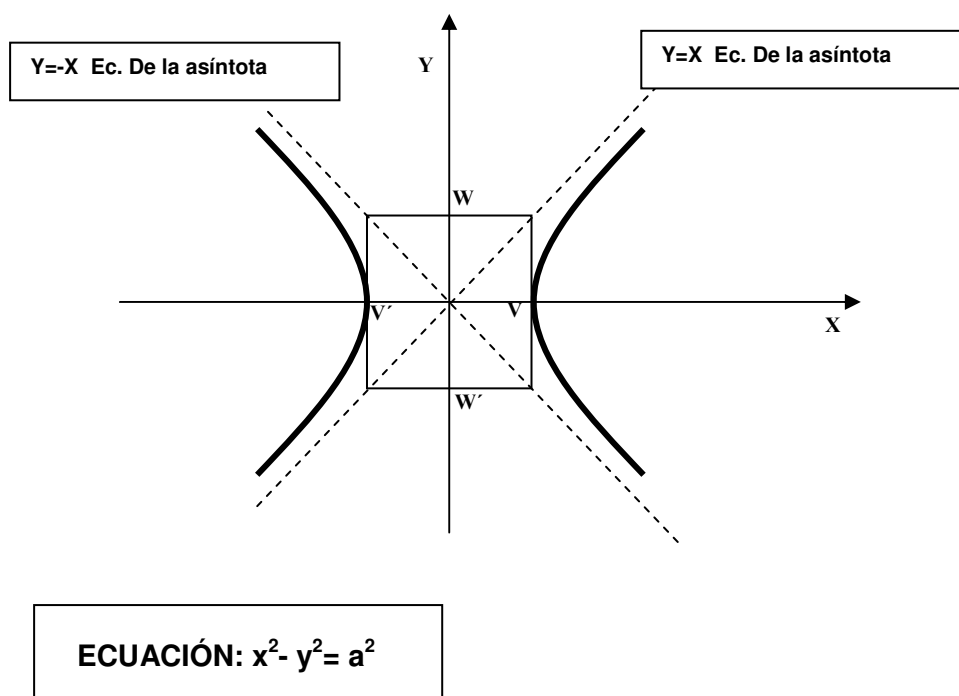
$$(x-h)^2/a^2 - (y-k)^2/b^2 = 1$$

C (h; k)

EXCENTRICIDAD DE LA HIPÉRBOLA

$$e = c/a > 1$$

HIPÉRBOLA EQUILÁTERA CON EJE REAL COINCIDENTE CON EL DE ABSCISAS Y SUS ASÍNTOTAS



SUPERFICIES:

$$F(x; y; z) = 0$$

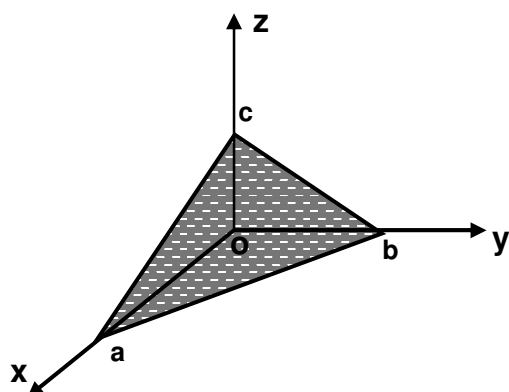
El Plano

Ecuación general

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

No siendo A, B y C nulos a la vez

Forma segmentaria de la ecuación del Plano

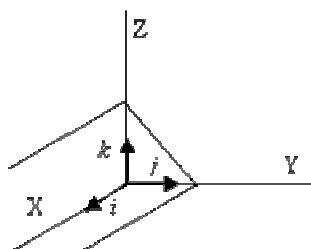


$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

POSICIONES PARTICULARES DEL PLANO CON RESPECTO A LOS EJES Y PLANOS COORDENADOS

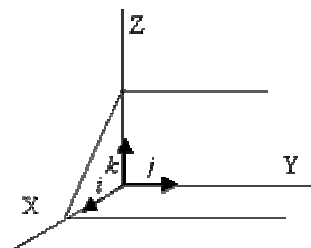
Plano paralelo al eje OX: Ecuación general

$$By + Cz + D = 0$$

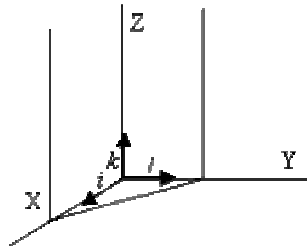


Plano paralelo al eje OY: Ecuación general

$$Ax + Cz + D = 0$$



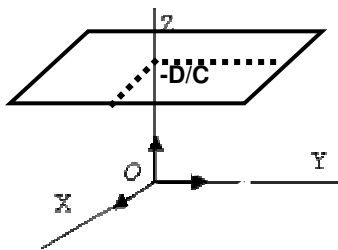
Plano paralelo al eje OZ: Ecuación general $Ax + By + D = 0$



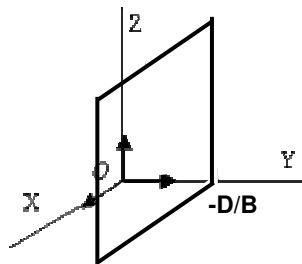
Plano que pasa por el origen: Ecuación general ($D = 0$) $Ax + By + Cz = 0$

Cuando un plano contiene a alguno de los ejes coordenados, en la ecuación es 0 el coeficiente que afecta dicho eje, por tanto ese término se anula en la ecuación.

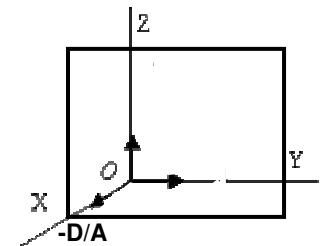
La condición necesaria y suficiente para que un plano contenga a un eje coordenado es que en su ecuación falte el término de la variable homónima de ese eje y el término independiente



Plano paralelo al plano XOY
Ecuación:
 $Cz + D = 0$

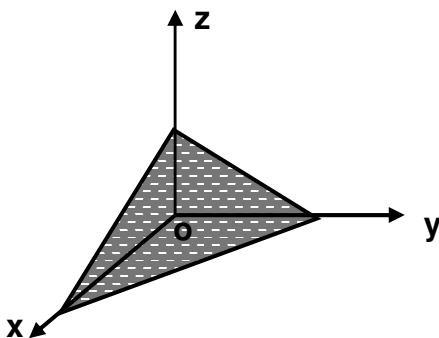


Plano paralelo al plano XOZ
Ecuación:
 $By + D = 0$



Plano paralelo al plano YOZ
Ecuación:
 $Ax + D = 0$

TRAZAS:



En el plano coordenado XY:
Ecuación general de la recta: **$Ax + By + D = 0$**

En el plano coordenado XZ:
Ecuación general de la recta: **$Ax + Cz + D = 0$**

En el plano coordenado YZ:
Ecuación general de la recta: **$By + Cz + D = 0$**

DISTANCIA DEL ORIGEN A UN PLANO:

$$d = \left| \frac{D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \right|$$

DISTANCIA DE UN PUNTO A A UN PLANO:

Para P ($x_1; y_1; z_1$)

$$d = \left| \frac{Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \right|$$

CUÁDRICAS

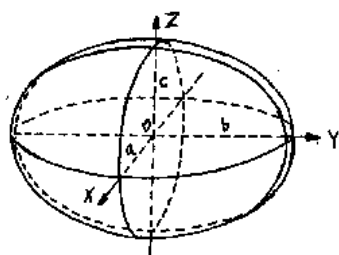
Ecuación general: $Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dxy + Eyz + Fxz + Gx + Hy + Iz + J = 0$

Uno de los 6 coeficientes es distinto de 0

- CUÁDRICAS CON CENTRO:

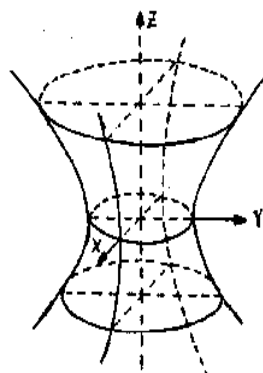
FORMAS DE LA ECUACIÓN: $Mx^2 + Ny^2 + Pz^2 = R$

$$\pm \frac{x^2}{a^2} \pm \frac{y^2}{b^2} \pm \frac{z^2}{c^2} = 1$$



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

ELIPSOIDE

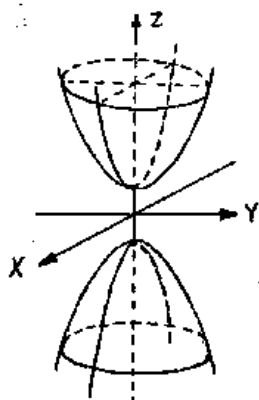


$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

$$-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

HIPERBOLOIDE DE UNA HOJA



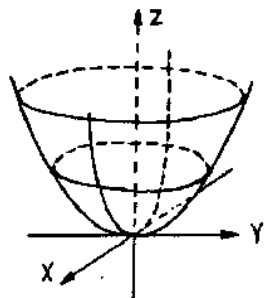
$$-\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

HIPERBOLOIDE DE DOS HOJAS

• CUÁDRICAS SIN CENTRO:

FORMAS DE LA ECUACIÓN: $Mx^2 + Ny^2 = Sz$

$$\pm \frac{x^2}{a^2} \pm \frac{y^2}{b^2} = cz$$

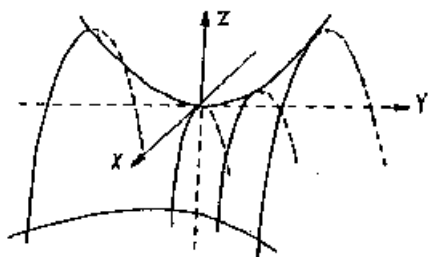


$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = cz$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = cy$$

$$\frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = cx$$

PARABOLOIDE ELÍPTICO



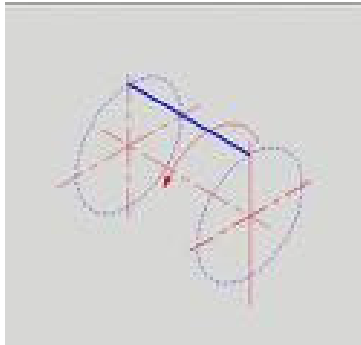
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = cz$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2} = cy$$

PARABOLOIDE HIPERBÓLICO

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2} = cx$$

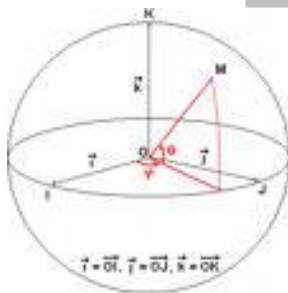
Superficie Cilíndrica



$$x^2 + z^2 = r^2$$

Superficie Esférica

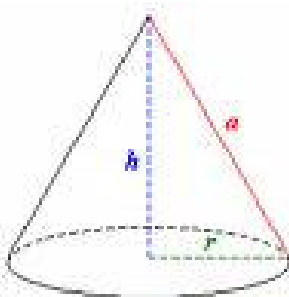
$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2 \quad \text{ECUACION CANÓNICA para } C(0;0;0)$$



$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2 \quad \text{ECUACION para } C(a;b;c)$$

• CUADRICAS DEGENERADAS:

Cono de Segundo Orden: Responde a cualquiera de estas ecuaciones

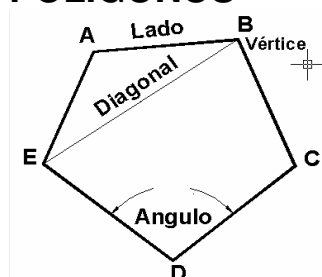


$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$$

$$-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 0$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 0$$

POLIGONOS



PROPIEDADES

NUMERO
DE
DIAGONALES

$$\text{N}^\circ \text{ de diag de un pol.} = \frac{(n-3) \cdot n}{2}$$

SUMA DE
ANGULOS
INTERIORES

$$S = 2 R (n - 2)$$

SUMA DE
ANGULOS
INTERIORES
Y EXTERIORES

$$S = 2 R \cdot n$$

SUMA DE
ANGULOS
EXTERIORES

$$S = 4 R$$

POLÍGONOS REGULARES

Ángulos de un polígono regular

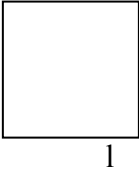
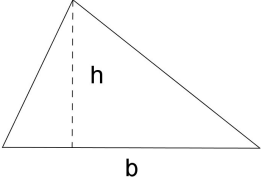
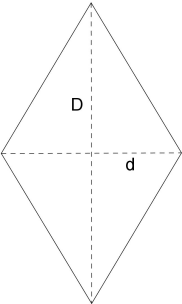
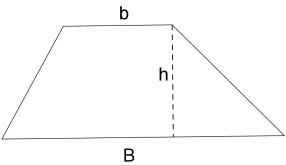
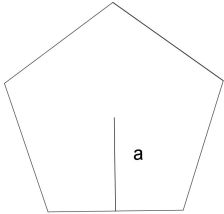
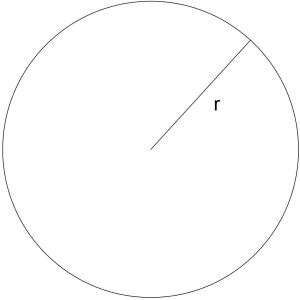
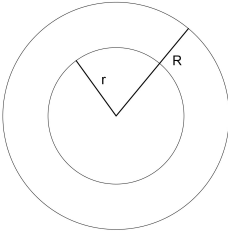
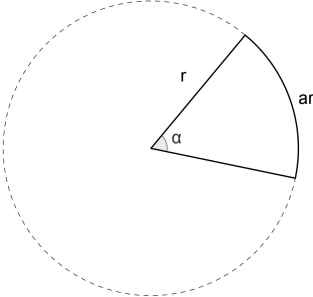
$$\text{Ángulo Interior} = \frac{2R(n-2)}{n}$$

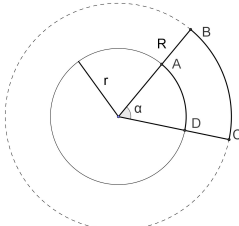
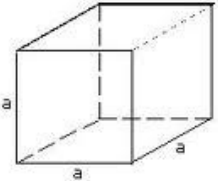
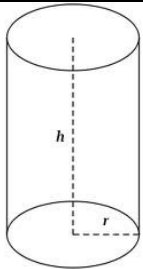
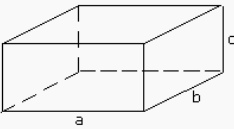
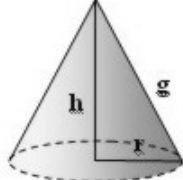
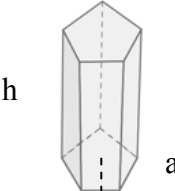
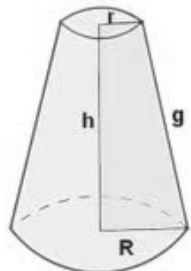
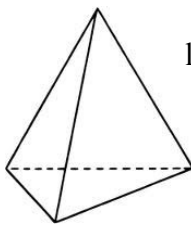
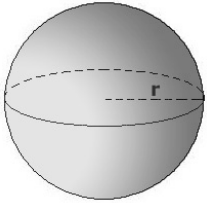
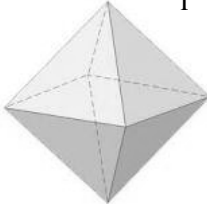
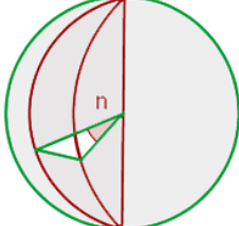
$$\text{Angulo Central} = \frac{4R}{n} \quad \begin{matrix} (4 \text{ rectos}) \\ (\text{número de lados}) \end{matrix}$$

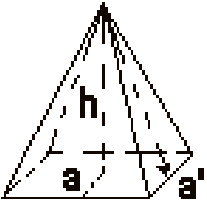
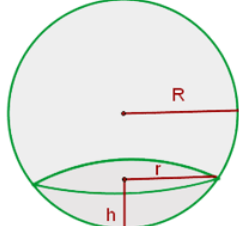
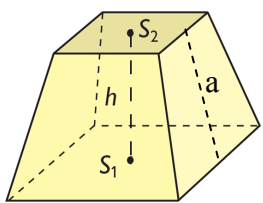
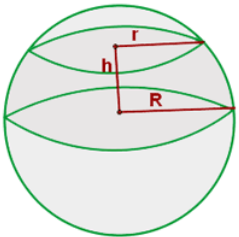
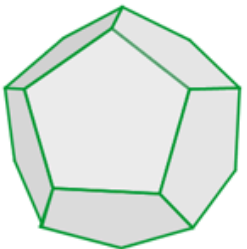
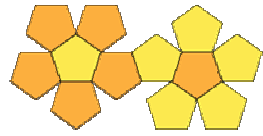
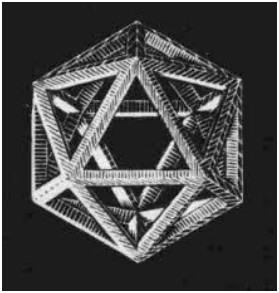
Superficie del Polígono Regular

$$\text{Superficie} = \frac{\text{Perimetro} \times \text{Apotema}}{2}$$

AREAS Y VOLÚMENES

	Cuadrado $A = l^2$	Triángulo $A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h$	
	Rectángulo $A = b \cdot h$	Paralelogramo $A = b \cdot h$	
	Rombo $A = \frac{1}{2} \cdot D \cdot d$	Trapezio $A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$	
	Polígono regular $A = \frac{P \cdot a}{2}$	Circunferencia y círculo $P = 2 \cdot \pi \cdot r$ $A = \pi \cdot r^2$	
	Corona circular $A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$	Sector circular $A = \frac{\pi \cdot r^2}{360^\circ} \cdot \alpha$ $A = \frac{1}{2} \text{ arco} \cdot \text{radio}$	

	Trapezio circular ABCD $A = \frac{\pi \cdot r^2}{360^\circ} \cdot \alpha$		
	Cubo $A = 6 \cdot a^2$ $V = a^3$	Cilindro $A = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (r+h)$ $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$	
	Ortoedro $A = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$ $V = a \cdot b \cdot c$	Cono $A = \pi \cdot r \cdot (g+r)$ $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$	
	Prisma recto $A = P \cdot (h+a)$ $V = A_b \cdot h$	Tronco de cono $A = \pi \cdot [g \cdot (R+r) + R^2 + r^2]$ $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot (R^2 + r^2 + R \cdot r)$	
	Tetraedro regular $A = \sqrt{3} \cdot l^2$ $V = \frac{\sqrt{2} \cdot l^3}{12}$	Esfera $A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$ $V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$	
	Octaedro regular $A = 2 \cdot \sqrt{3} \cdot l^2$ $V = \frac{l^3 \cdot \sqrt{2}}{3}$	Huso- Cuña esférica $A = \frac{2 \pi R^2}{360} \cdot n$ $V = \frac{4}{3} \cdot \frac{\pi R^3}{360} \cdot n$	

	Pirámide recta $A = \frac{1}{2} P (a + a')$ $V = \frac{1}{3} A_b \cdot h$	Casquete esférico $A = 2 \pi R h$ $V = \frac{1}{3} \pi h^2 (3R - h)$	
	Tronco de Pirámide $A = \frac{1}{2} (P + P') \cdot a + S_1 + S_2$ $V = \frac{1}{3} h (S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 \cdot S_2})$	Zona esférica $A = 2 \pi R h$ $V = \frac{(\pi h)}{6} \cdot (h^2 + 3R^2 + 3r^2)$	
		Dodecaedro $A = 30 \cdot a \cdot ap$ $V = \frac{1}{4} (15 + 7\sqrt{5}) a^3$	
		Icosaedro $A = 5 \sqrt{3} a^2$ $V = \frac{5}{12} (3 + \sqrt{5}) a^3$ a = arista	