

Ejercicios
SUPERFICIE
ESFÉRICA

1

EJERCICIO N°1:

De esta obra de arquitectura denominada “La Géode” ubicada en parque de la Villette-París, se sabe que tiene un diámetro máximo de 36,0m y que su centro de simetría se ubica en $(0;0;0)$. Hallar la ecuación de dicha superficie



EJERCICIO N°1:

De esta obra de arquitectura denominada “La Géode” ubicada en parque de la Villette-París, se sabe que tiene un diámetro máximo de 36,0m y que su centro de simetría se ubica en (0;0;0). Hallar la ecuación de dicha superficie



$$(x - h)^2 + (y - k)^2 + (z - l)^2 = r^2$$

$$r = 36 / 2 \qquad r = 18$$

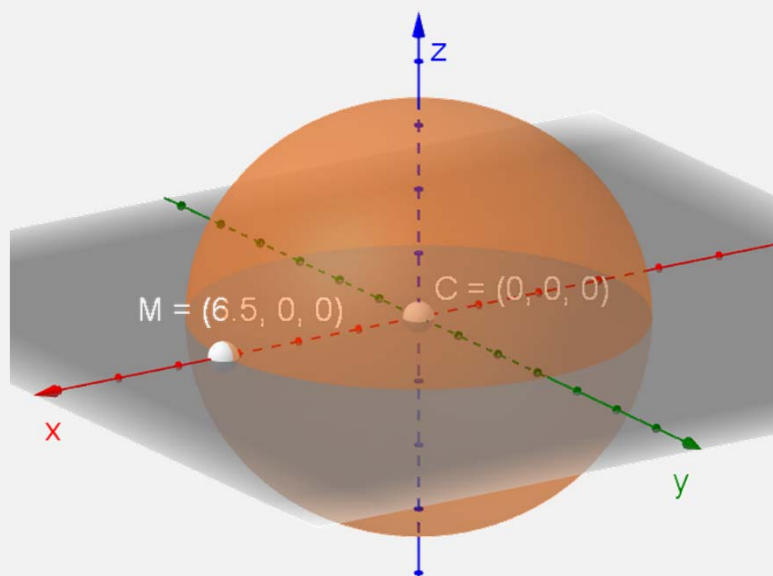
$$(x - 0)^2 + (y - 0)^2 + (z - 0)^2 = 18^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 18^2$$

2

EJERCICIO N°2:

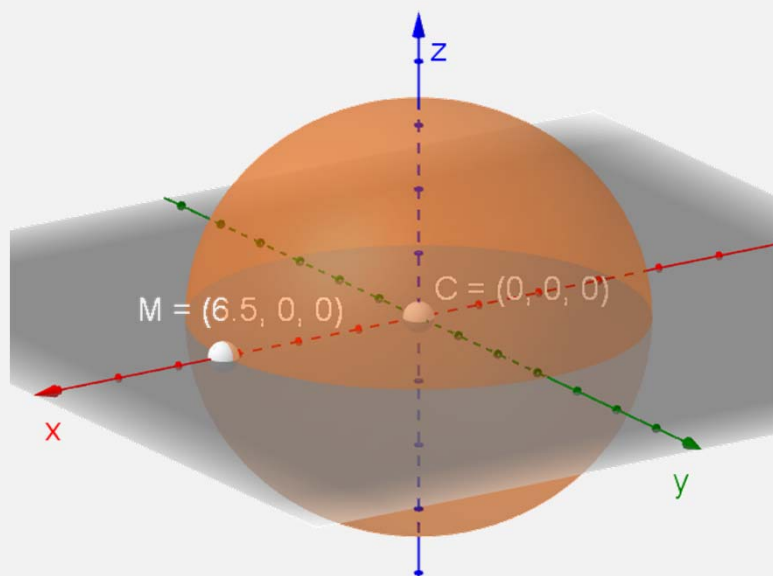
Con los datos del gráfico, se pide deducir la ecuación de la superficie esférica. El punto “M” pertenece a la superficie.



2

EJERCICIO N°2:

Con los datos del gráfico, se pide deducir la ecuación de la superficie esférica. El punto "M" pertenece a la superficie.



$$(x - h)^2 + (y - k)^2 + (z - l)^2 = r^2$$

$$r = 6,5$$

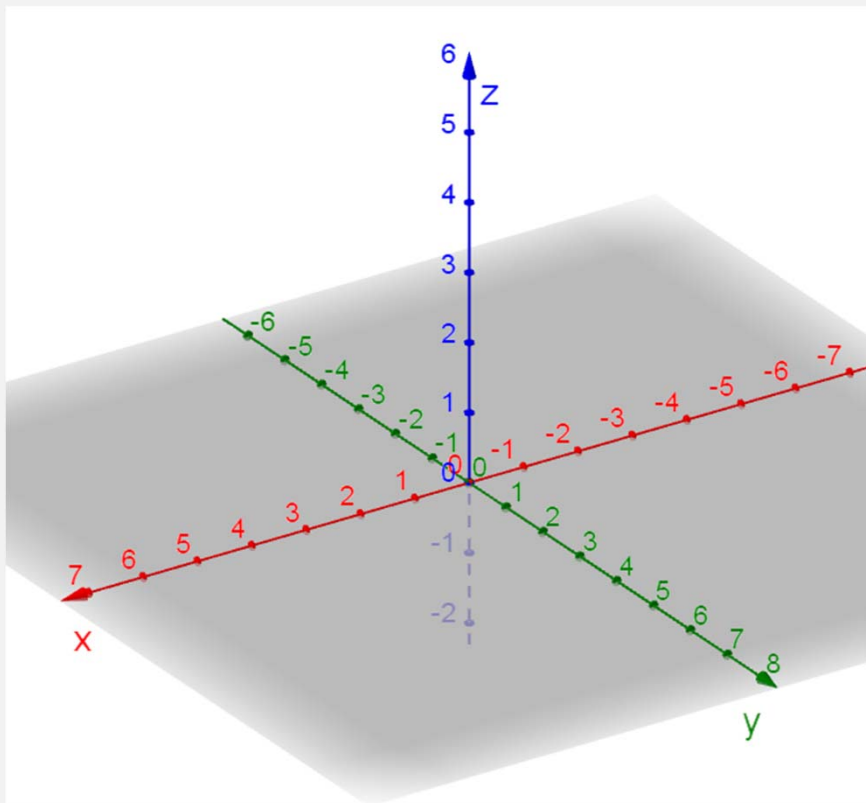
$$(x - 0)^2 + (y - 0)^2 + (z - 0)^2 = 6,5^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 6,5^2$$



EJERCICIO N°3:

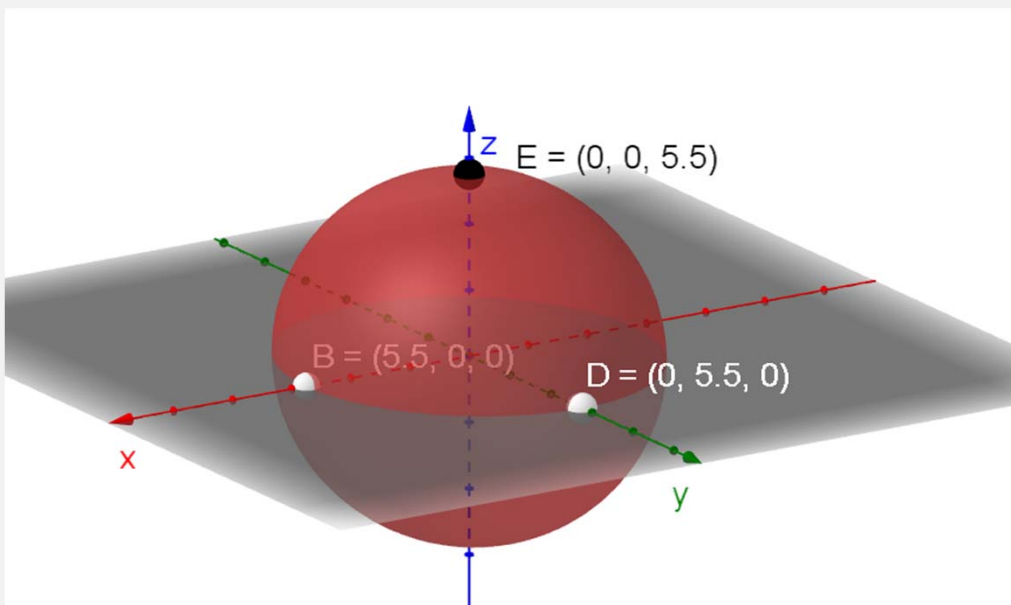
Dada la ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = 30,25$, se pide encontrar las coordenadas de los puntos de corte de la superficie con los ejes coordenados cartesianos. Graficar





EJERCICIO N°3:

Dada la ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = 30,25$, se pide encontrar las coordenadas de los puntos de corte de la superficie con los ejes coordenados cartesianos. Graficar



$$x^2 + y^2 + z^2 = 30,25$$

$$x=y=0 \quad z^2 = 30,25 \quad z=\sqrt{30,25} \quad z=\pm 5,5$$

$$(0;0;5,5)$$

$$(0;0;-5,5)$$

$$x=z=0 \quad y^2 = 30,25 \quad y=\sqrt{30,25} \quad y=\pm 5,5$$

$$(0;5,5;0)$$

$$(0;-5,5;0)$$

$$y=z=0 \quad x^2 = 30,25 \quad x=\sqrt{30,25} \quad x=\pm 5,5$$

$$(5,5;0;0)$$

$$(-5,5;0;0)$$

4

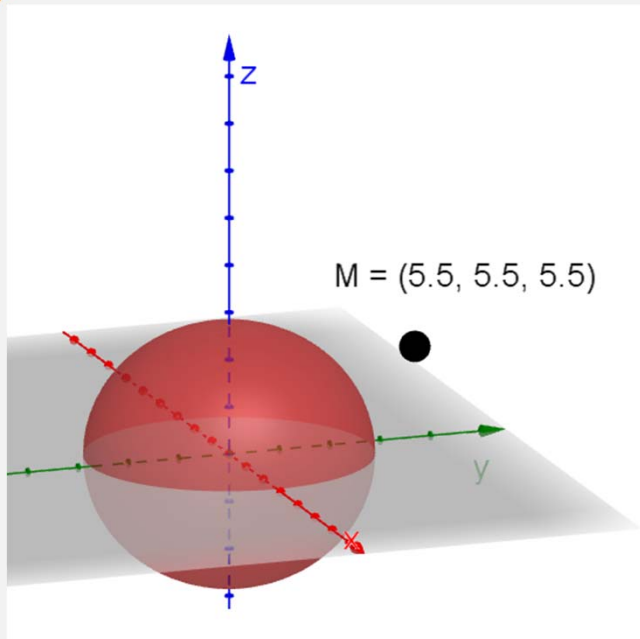
EJERCICIO N°4:

Dada la ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = 30,25$, se pide justificar analíticamente si el punto $M=(5,5;5,5;5,5)$ pertenece a la superficie esférica.

4

EJERCICIO N°4:

Dada la ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = 30,25$, se pide justificar analíticamente si el punto $M=(5,5,5,5;5,5)$ pertenece a la superficie esférica.



$$x^2 + y^2 + z^2 = 30,25$$

$$5,5^2 + 5,5^2 + 5,5^2 = 30,25$$

$$5,5^2 + 5,5^2 + 5,5^2 = 30,25$$

$$90,75 \neq 30,25$$

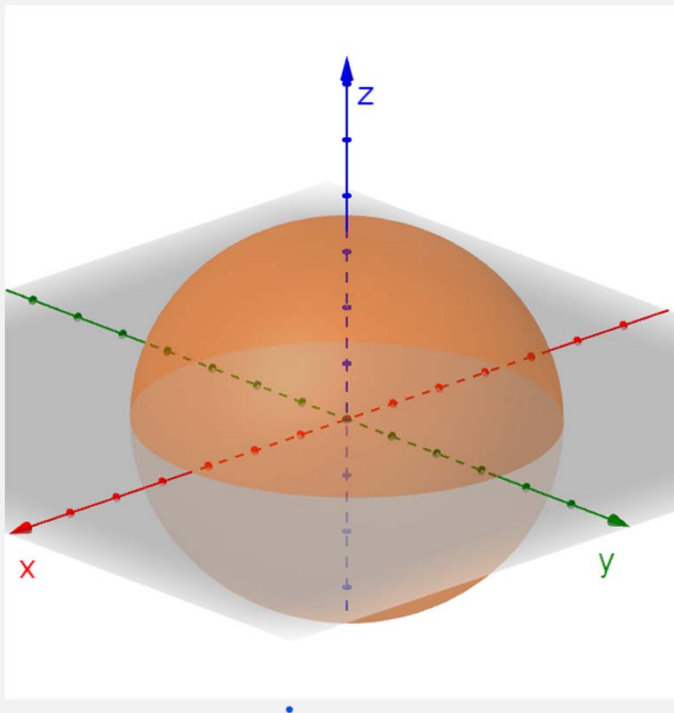
El punto "M" NO PERTENECE a la superficie

5

EJERCICIO N°5:

Dada la ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = 45,5625$, se pide:

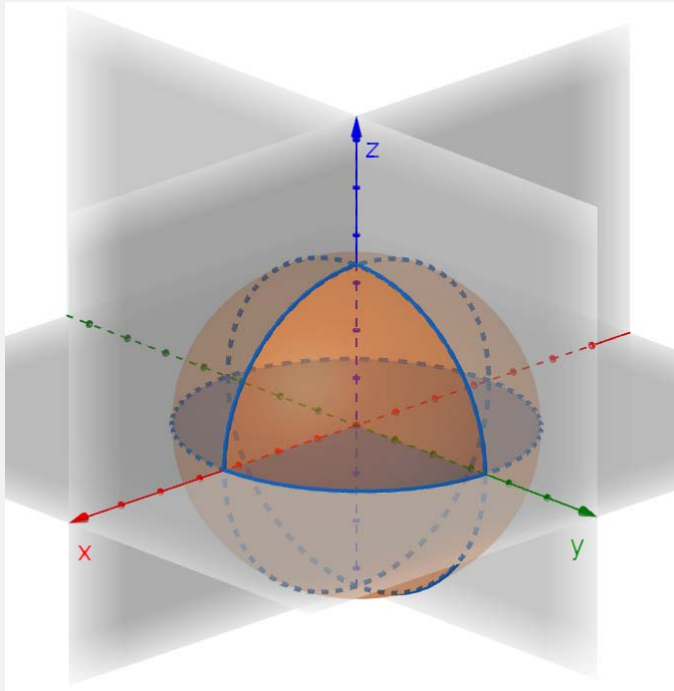
- a) Hallar las ecuaciones de sus trazas. Graficarlas
- b) Hallar el ÁREA ENCERRADA dentro de la traza XY



EJERCICIO N°5:

Dada la ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = 45,5625$, se pide:

- Hallar las ecuaciones de sus trazas. Graficarlas
- Hallar el ÁREA ENCERRADA dentro de la traza XY



Traza XY: $x^2 + y^2 = 45,5625$ Circunf.

Traza XZ: $x^2 + z^2 = 45,5625$ Circunf.

Traza YZ: $y^2 + z^2 = 45,5625$ Circunf.

Traza XY: $x^2 + y^2 = 45,5625$

$r = \sqrt{45,5625}$ $r = 6,75m$

$A = \pi r^2$ $A = \pi(6,75m)^2$

$A = 143,1388 m^2$

6

EJERCICIO N°6:

De esta obra de arquitectura denominada “La Géode” ubicada en parque de la Villette-París, se sabe que tiene un diámetro máximo de 36,0m, que su centro de simetría se ubica en (0;0;0) y que su altura máxima (desde el nivel de piso) es de 30m. Hallar la superficie encerrada cuando esta cuádrica se interseca con el plano de piso.

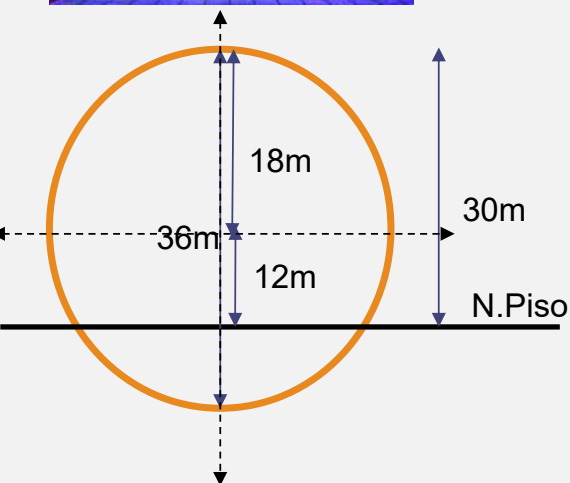


$$x^2 + y^2 + z^2 = 18^2$$

6

EJERCICIO N°6:

De esta obra de arquitectura denominada “La Géode” ubicada en parque de la Villette-París, se sabe que tiene un diámetro máximo de 36,0m, que su centro de simetría se ubica en (0;0;0) y que su altura máxima (desde el nivel de piso) es de 30m. Hallar la superficie encerrada cuando esta cuádrica se interseca con el plano de piso.



$$x^2 + y^2 + z^2 = 18^2$$

$$z = -12$$

$$x^2 + y^2 + (-12)^2 = 18^2 \quad x^2 + y^2 = 18^2 - (-12)^2$$

$$x^2 + y^2 = 180$$

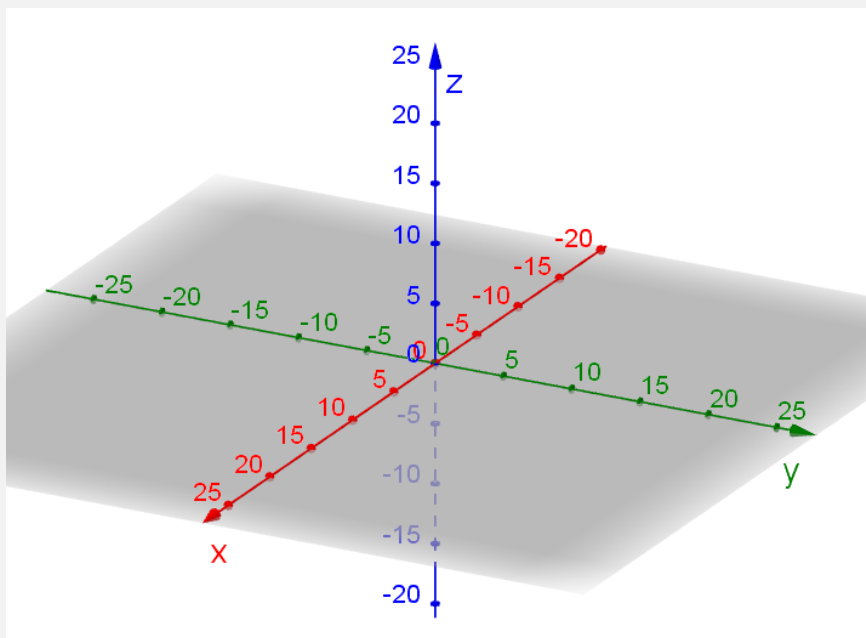
$$A = \pi r^2 \quad A = \pi \cdot 180 \text{ m}^2$$

$$A = 565,4866 \text{ m}^2$$

7

EJERCICIO N°7:

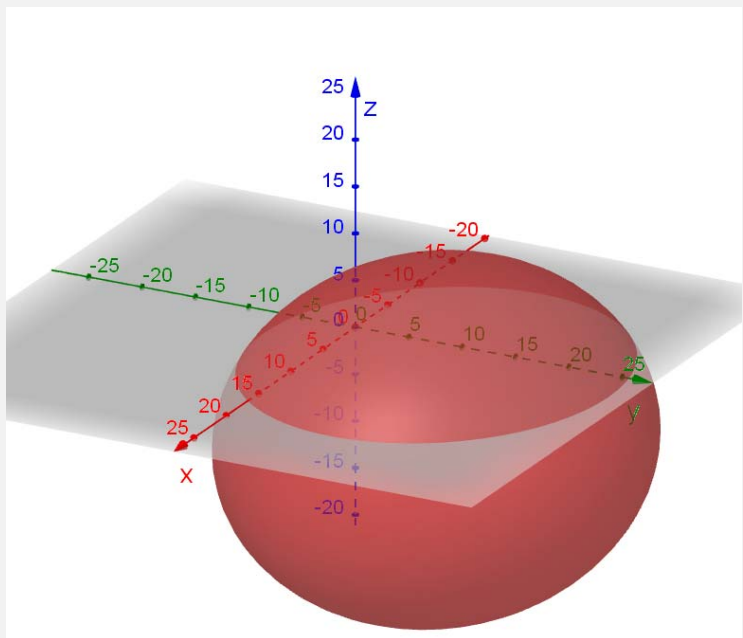
Dada la ecuación $(x - 4)^2 + (y - 10)^2 + (z + 8)^2 = 18^2$, se pide encontrar las coordenadas de los puntos de corte de la superficie con los ejes coordenados cartesianos. Graficar



7

EJERCICIO N°7:

Dada la ecuación $(x - 4)^2 + (y - 10)^2 + (z + 8)^2 = 18^2$, se pide encontrar las coordenadas de los puntos de corte de la superficie con los ejes coordenados cartesianos. Graficar



$$(x - 4)^2 + (y - 10)^2 + (z + 8)^2 = 18^2$$

$$x=y=0$$

$$(0 - 4)^2 + (0 - 10)^2 + (z + 8)^2 = 18^2$$

$$(z + 8)^2 = 18^2 - (-4)^2 - (-10)^2 \quad z = \pm\sqrt{208} - 8$$

$$(0; 0; 6,4)$$

$$(0; 0; -22,4)$$

$$x=z=0$$

$$(0 - 4)^2 + (y - 10)^2 + (0 + 8)^2 = 18^2$$

$$(y - 10)^2 = 18^2 - (-4)^2 - (8)^2 \quad y = \pm\sqrt{244} + 10$$

$$(0; 25,6; 0)$$

$$(0; -5,6; 0)$$

$$y=z=0$$

$$(x - 4)^2 + (0 - 10)^2 + (0 + 8)^2 = 18^2$$

$$(x - 4)^2 = 18^2 - (-10)^2 - (8)^2 \quad x = \pm\sqrt{160} + 4$$

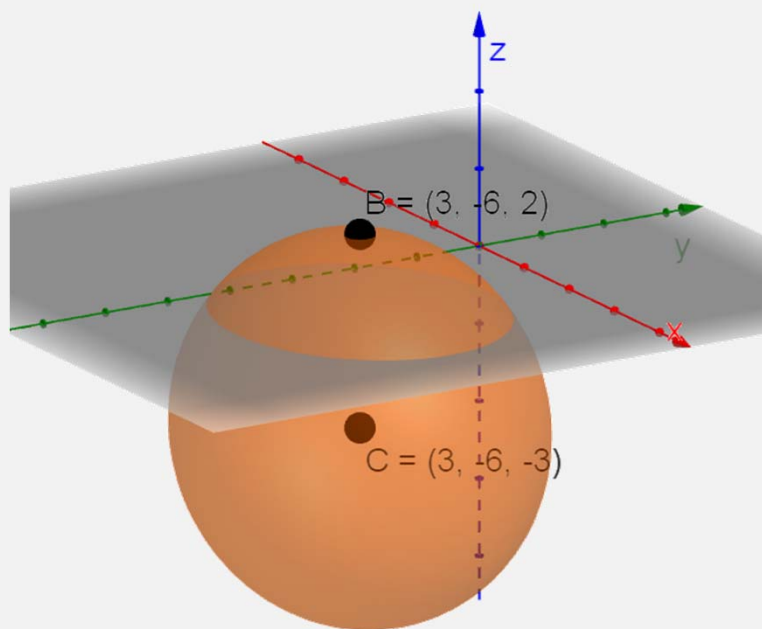
$$(16,6; 0; 0)$$

$$(-8,6; 0; 0)$$



EJERCICIO N°8:

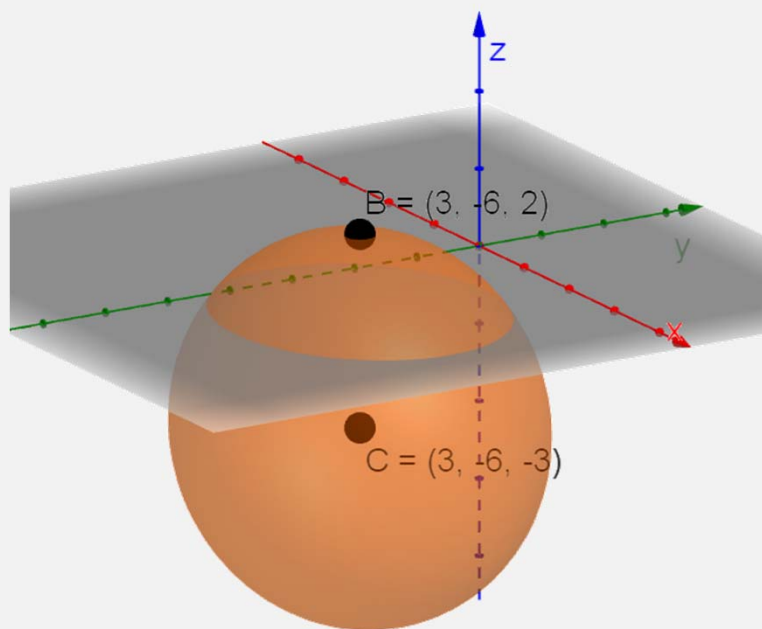
Con los datos del gráfico, se pide deducir la ecuación de la superficie esférica. El punto “B” pertenece a la superficie.



∞

EJERCICIO N°8:

Con los datos del gráfico, se pide deducir la ecuación de la superficie esférica. El punto “B” pertenece a la superficie.



$$(x - h)^2 + (y - k)^2 + (z - l)^2 = r^2$$

$$r = 5$$

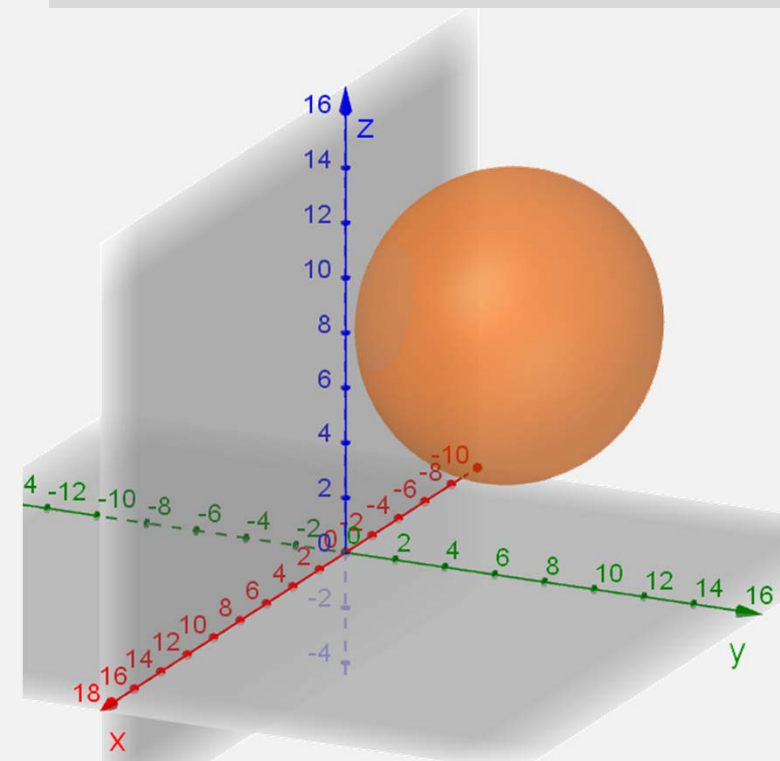
$$(x - 3)^2 + (y + 6)^2 + (z + 3)^2 = 5^2$$

9

EJERCICIO N°9:

Dada la ecuación $(x + 3)^2 + (y - 5)^2 + (z - 8)^2 = 30,25$, se pide :

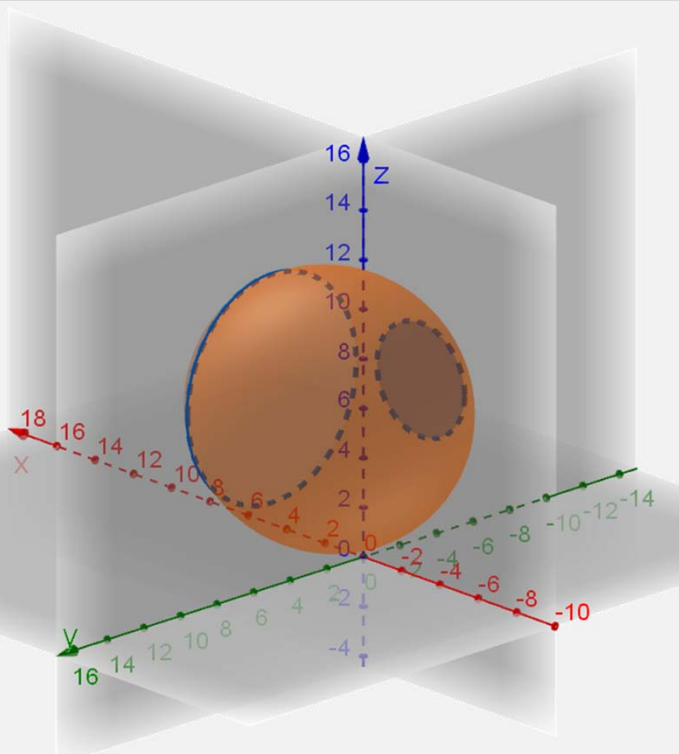
- a) Hallar las ecuaciones de sus trazas.
- b) Hallar el ÁREA ENCERRADA dentro de la traza XZ



EJERCICIO N°9:

Dada la ecuación $(x + 3)^2 + (y - 5)^2 + (z - 8)^2 = 30,25$, se pide :

- Hallar las ecuaciones de sus trazas.
- Hallar el ÁREA ENCERRADA dentro de la traza XZ



Traza XY: $(x + 3)^2 + (y - 5)^2 + (0 - 8)^2 = 30,25$

$$(x + 3)^2 + (y - 5)^2 = 30,25 - (-8)^2$$

$$(x + 3)^2 + (y - 5)^2 = -33,75 \quad \text{NO HAY INTERSECCIÓN}$$

Traza XZ: $(x + 3)^2 + (0 - 5)^2 + (z - 8)^2 = 30,25$

$$(x + 3)^2 + (z - 8)^2 = 30,25 - (-5)^2$$

$$(x + 3)^2 + (z - 8)^2 = 5,25 \quad \text{Circunf.}$$

Traza YZ: $(0 + 3)^2 + (y - 5)^2 + (z - 8)^2 = 30,25$

$$(y - 5)^2 + (z - 8)^2 = 30,25 - (3)^2$$

$$(x + 3)^2 + (z - 8)^2 = 21,25 \quad \text{Circunf.}$$

$$r^2 = 5,25 \quad A = \pi r^2 \quad A = \pi \cdot 5,25 \text{ m}^2$$

$$A = 16,4933 \text{ m}^2$$