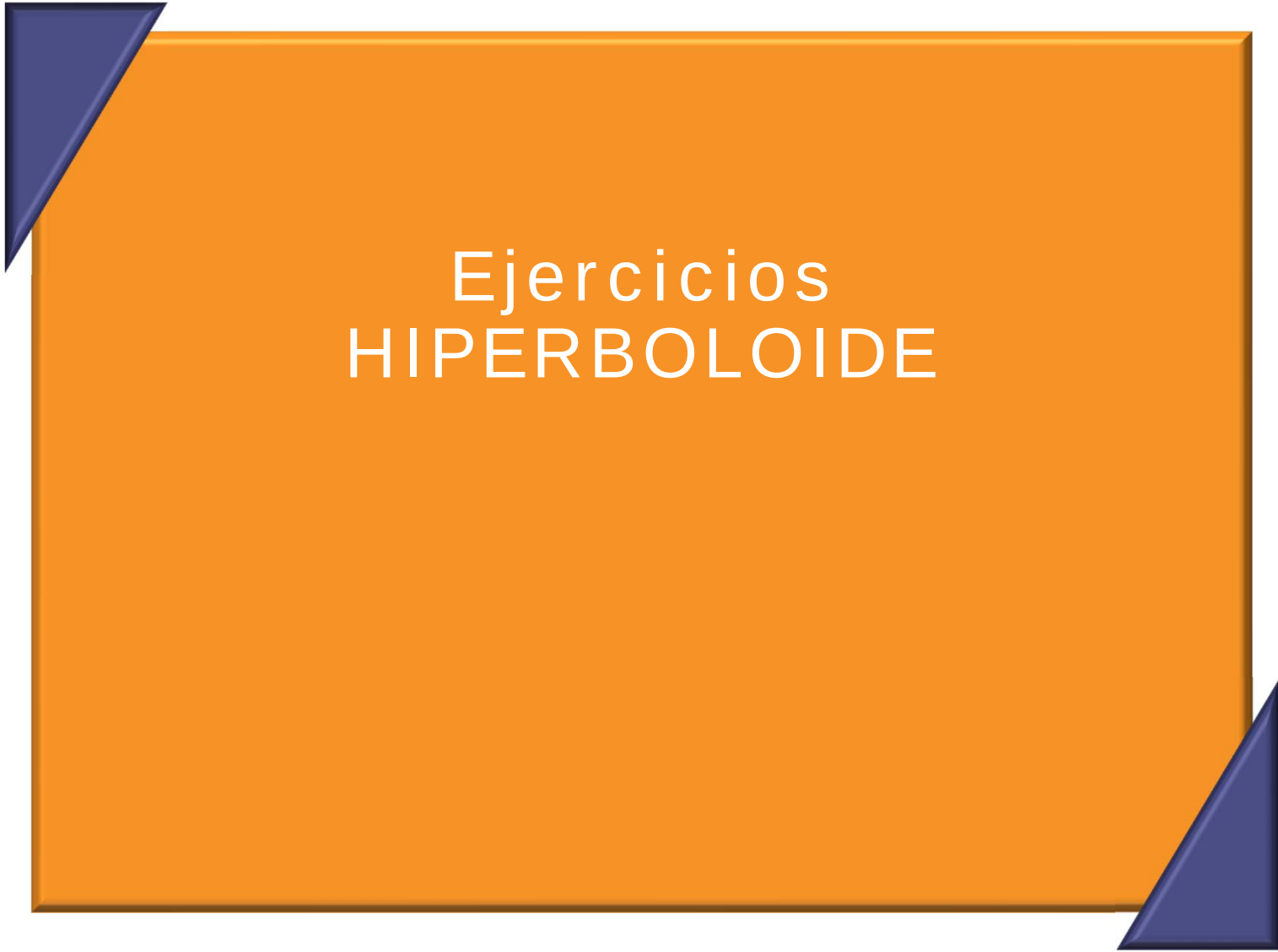




Ejercicios HIPERBOLOIDE

EJERCICIO N°1:

Las imágenes nos muestran un puente cerrado con forma de hiperboloide de una hoja, el cual comunica dos edificios a ambos lados de una calle en la ciudad de Manchester. Datos:

- Largo total del puente: 16 m
- Diámetro en la garganta de 6m.
- Este hiperboloide se desarrolla alrededor del eje “y” y su centro coincide con el centro del SCC.
- El punto P (4,5; 8; 0) pertenece a esta superficie.

Con estos datos se pide indicar la ECUACIÓN de la CUÁDRICA.



EJERCICIO N°1:

Las imágenes nos muestran un puente cerrado con forma de hiperboloide de una hoja, el cual comunica dos edificios a ambos lados de una calle en la ciudad de Manchester. Datos:

- Largo total del puente: 16 m
- Diámetro en la garganta de 6m.
- Este hiperboloide se desarrolla alrededor del eje "y" y su centro coincide con el centro del SCC.
- El punto P (4,5; 8; 0) pertenece a esta superficie.

Con estos datos se pide indicar la ECUACIÓN de la CUÁDRICA.



$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

$$a = 3 \quad b = ? \quad c = 3$$

$$\frac{4,5^2}{3^2} - \frac{8^2}{b^2} + \frac{0^2}{3^2} = 1$$

$$-\frac{8^2}{b^2} = 1 - \frac{4,5^2}{3^2} - \frac{0^2}{3^2}$$

$$-8^2 = -1,25xb^2 \quad \frac{-8^2}{-1,25} = b^2 \quad 51,2 = b^2 \quad 7,1554 = b$$

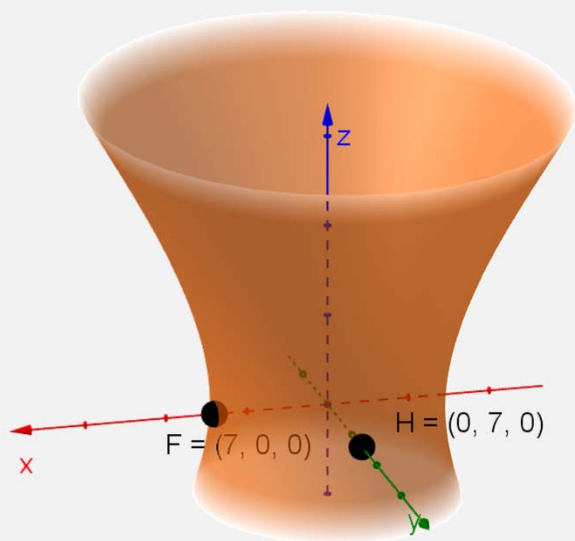
Hiperboloide de revolución

$$\frac{x^2}{3^2} - \frac{y^2}{7.1554^2} + \frac{z^2}{3^2} = 1$$

2

EJERCICIO N°2:

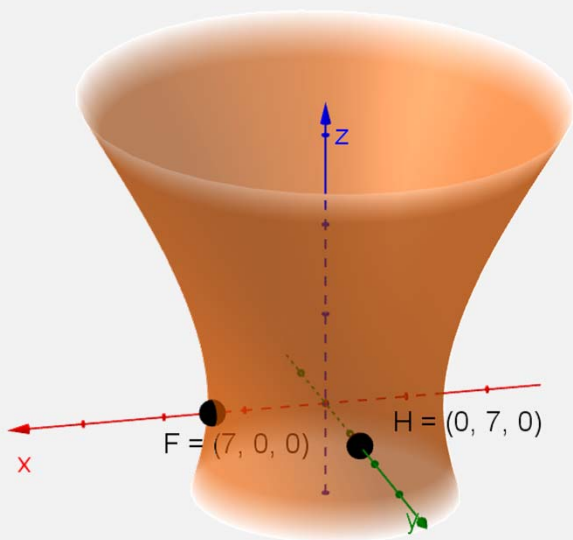
Con los datos del gráfico, se pide deducir la ecuación del Hiperboloide, sabiendo que revoluciona a lo largo del eje “z”, y que el semieje $c=9$. Los puntos F y H pertenecen a la superficie



2

EJERCICIO N°2:

Con los datos del gráfico, se pide deducir la ecuación del Hiperboloide, sabiendo que revoluciona a lo largo del eje “z”, y que el semieje $c=9$. Los puntos F y H pertenecen a la superficie



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

$$a = 7 \quad b = 7 \quad c = 9$$

$$\frac{x^2}{7^2} + \frac{y^2}{7^2} - \frac{z^2}{9^2} = 1$$

Hiperboloide de revolución



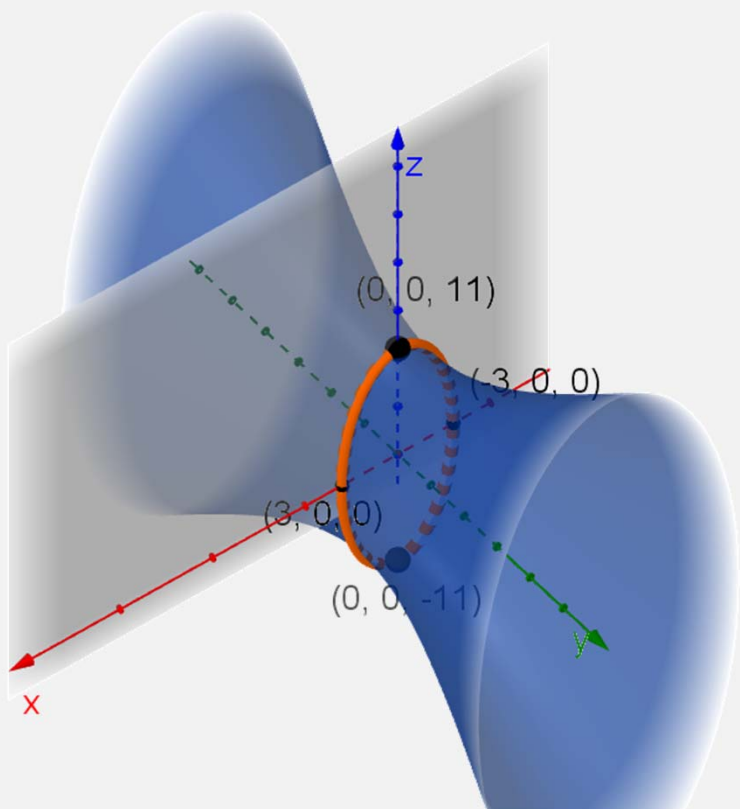
EJERCICIO N°3:

Dada la ecuación $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{36} + \frac{z^2}{11^2} = 1$, se pide encontrar las coordenadas de los puntos de corte de la superficie con los ejes coordenados cartesianos. Graficar



EJERCICIO N°3:

Dada la ecuación $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{36} + \frac{z^2}{11^2} = 1$, se pide encontrar las coordenadas de los puntos de corte de la superficie con los ejes coordenados cartesianos. Graficar



$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{36} + \frac{z^2}{11^2} = 1$$

Para $y=z=0$ $\frac{x^2}{9} = 1$ $x^2=9$ $x=\pm 3$

$(3;0;0)$ y $(-3;0;0)$

Para $x=y=0$ $\frac{z^2}{11^2} = 1$ $z^2=11^2$ $z=\pm 11$

$(0;0;11)$ y $(0;0;-11)$

Para $x=z=0$ $-\frac{y^2}{36} = 1$ $-y^2=36$ $y=\sqrt{-36}$

No hay intersección con eje "y"

4

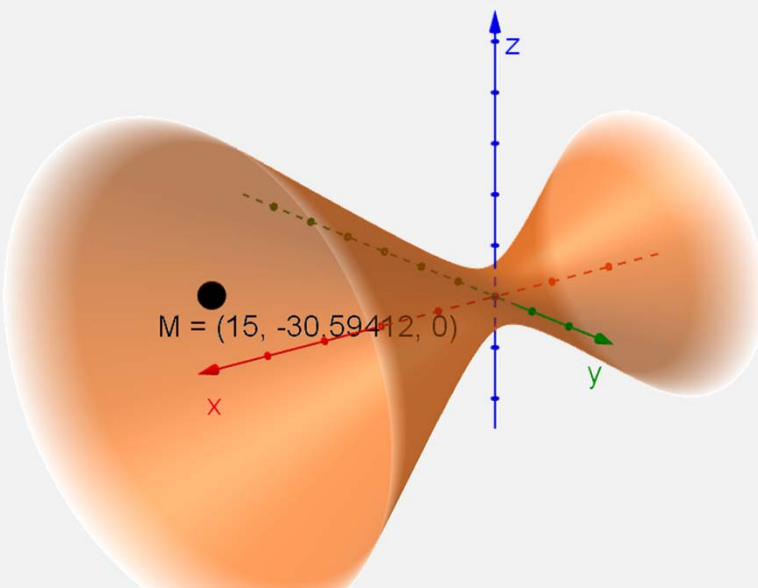
EJERCICIO N°4:

Dada la ecuación $-\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{36} + \frac{z^2}{11^2} = 1$, se pide justificar analíticamente si el punto $M=(15;-30,59412;0)$ pertenece a la superficie.

4

EJERCICIO N°4:

Dada la ecuación $-\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{36} + \frac{z^2}{11^2} = 1$, se pide justificar analíticamente si el punto $M=(15;-30,59412;0)$ pertenece a la superficie.



$$-\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{36} + \frac{z^2}{11^2} = 1$$

$$-\frac{15^2}{9} + \frac{(-30,59412)^2}{36} + \frac{0^2}{11^2} = 1$$

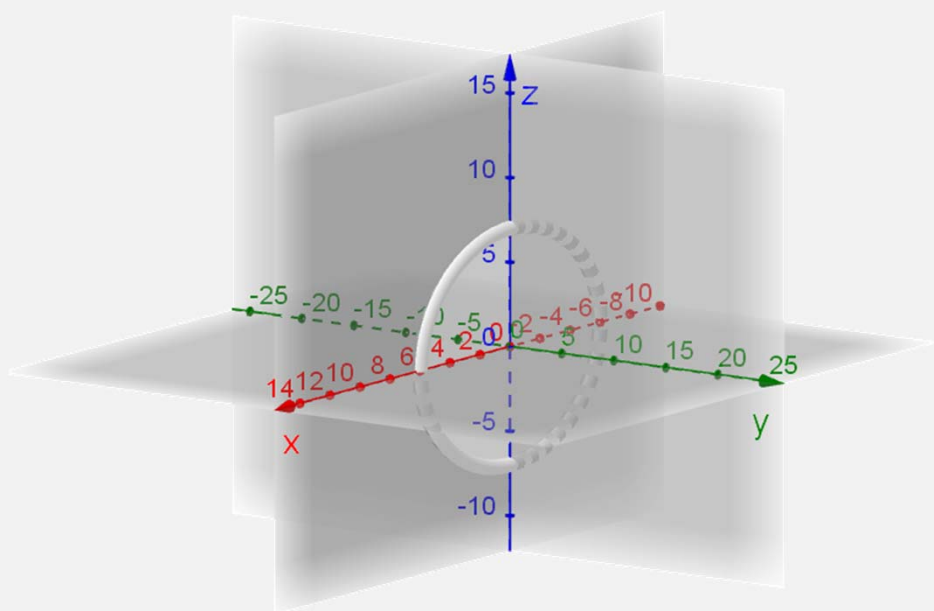
$$-25 + 26 + 0 = 1$$

El punto SI PERTENECE a la superficie

EJERCICIO N°5:

Dada la ecuación $\frac{x^2}{6^2} - \frac{y^2}{12^2} + \frac{z^2}{7^2} = 1$, se pide:

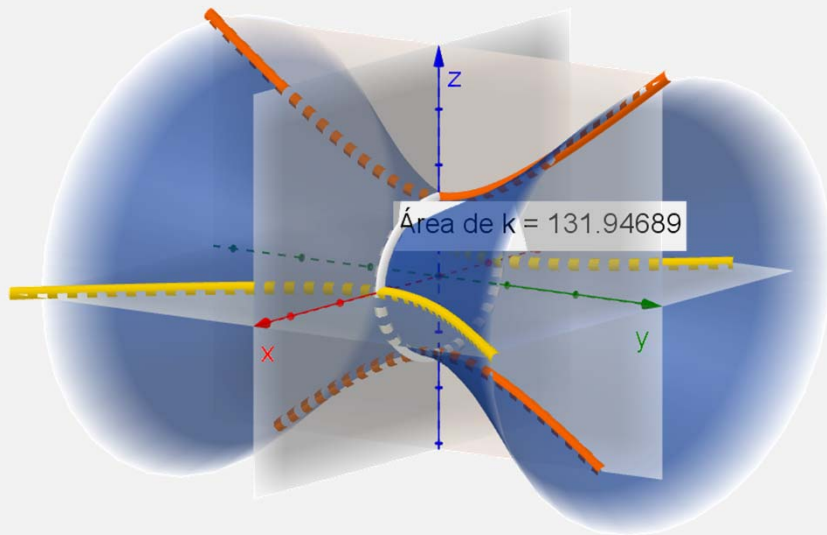
- a) Hallar las ecuaciones de sus trazas. Graficarlas
- b) Hallar el ÁREA ENCERRADA dentro de la traza XZ



EJERCICIO N°5:

Dada la ecuación $\frac{x^2}{6^2} - \frac{y^2}{12^2} + \frac{z^2}{7^2} = 1$, se pide:

- Hallar las ecuaciones de sus trazas. Graficarlas
- Hallar el ÁREA ENCERRADA dentro de la traza XZ



TRAZA XY $\frac{x^2}{6^2} - \frac{y^2}{12^2} = 1$ **HIPÉRBOLA**

TRAZA XZ $\frac{x^2}{6^2} + \frac{z^2}{7^2} = 1$ **ELIPSE**

TRAZA YZ $-\frac{y^2}{12^2} + \frac{z^2}{7^2} = 1$ **HIPÉRBOLA**

$$\frac{x^2}{6^2} + \frac{z^2}{7^2} = 1$$

$$a = 6 \quad c = 7$$

$$A = \pi \cdot a \cdot c$$

$$A = \pi \cdot 6 \cdot 7$$

$$A = 131,9468 \text{ m}^2$$

EJERCICIO N°6:

Dada la ecuación - $\frac{(x-3)^2}{169} + \frac{(y+4)^2}{5^2} + \frac{(z-5)^2}{25} = 1$, se pide:

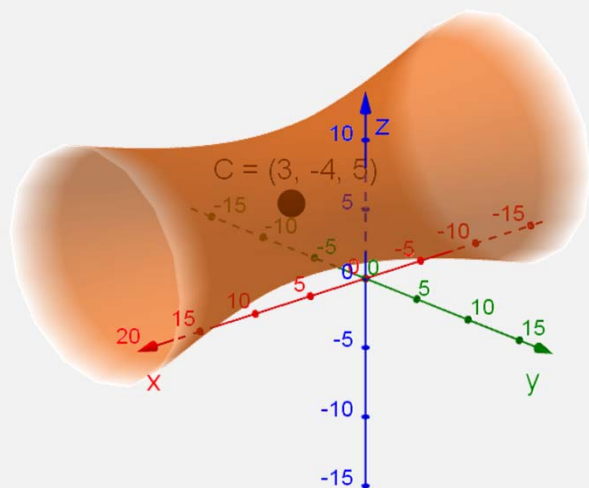
- a) Hallar coord. Puntos intersección con el eje "x". Graficarlas

6

EJERCICIO N°6:

Dada la ecuación $-\frac{(x-3)^2}{169} + \frac{(y+4)^2}{5^2} + \frac{(z-5)^2}{25} = 1$, se pide:

- a) Hallar coord. Puntos intersección con el eje "x". Graficarlas



$$-\frac{(x-3)^2}{169} + \frac{(y+4)^2}{5^2} + \frac{(z-5)^2}{25} = 1$$

Para $y=z=0$

$$-\frac{(x-3)^2}{169} + \frac{(0+4)^2}{5^2} + \frac{(0-5)^2}{25} = 1$$

$$-\frac{(x-3)^2}{169} + 0,64 + 1 = 1$$

$$-\frac{(x-3)^2}{169} = 1 - 1 - 0,64$$

$$(x-3)^2 = (-0,64) \cdot (-169)$$

$$(x-3)^2 = 108,16$$

$$x = \pm \sqrt{108,16} + 3$$

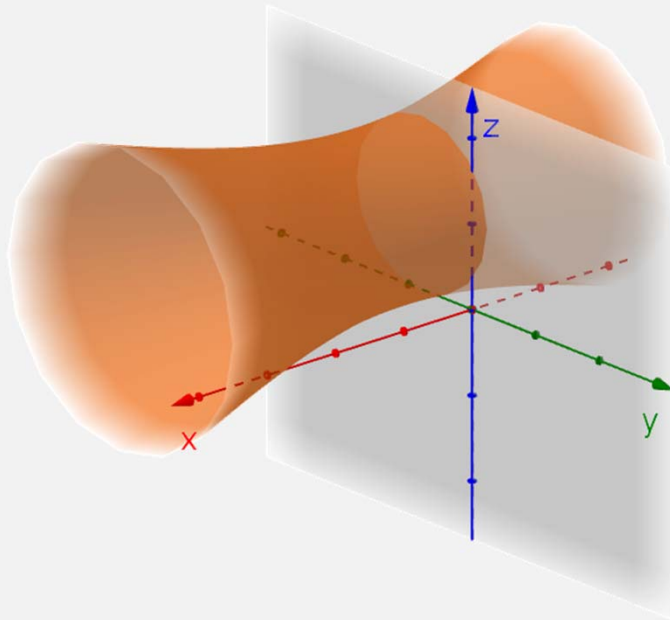
$$(13,4;0;0) \text{ y } (-7,4;0;0)$$

7

EJERCICIO N°7:

Dada la ecuación $-\frac{(x-3)^2}{169} + \frac{(y+4)^2}{5^2} + \frac{(z-5)^2}{25} = 1$, se pide:

- a) Ecuación de la traza YZ. Indicar su nombre



EJERCICIO N°7:

Dada la ecuación $-\frac{(x-3)^2}{169} + \frac{(y+4)^2}{5^2} + \frac{(z-5)^2}{25} = 1$, se pide:

- a) Ecuación de la traza YZ. Graficarla e indicar su nombre

Para $x=0$ $-\frac{(0-3)^2}{169} + \frac{(y+4)^2}{25} + \frac{(z-5)^2}{25} = 1$

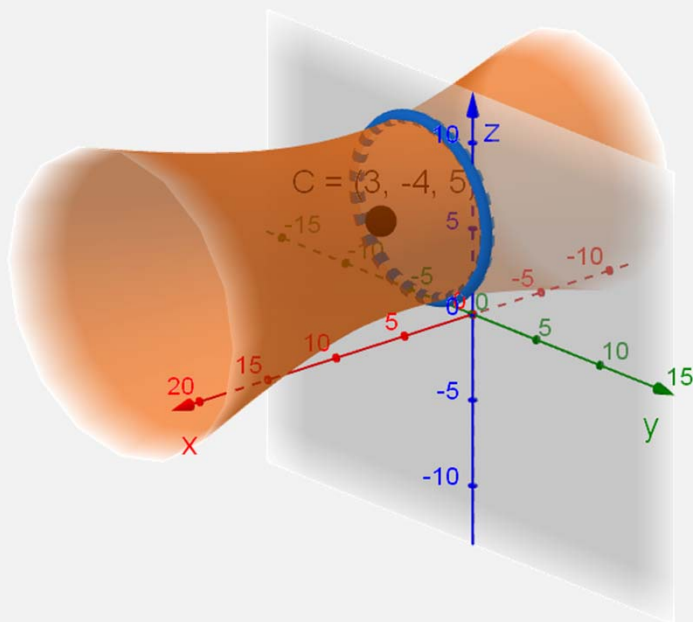
$$-0,05 + \frac{(y+4)^2}{25} + \frac{(z-5)^2}{25} = 1$$

$$\frac{(y+4)^2}{25} + \frac{(z-5)^2}{25} = 1 + 0,05$$

$$\frac{\frac{(y+4)^2}{25}}{1,05} + \frac{\frac{(z-5)^2}{25}}{1,05} = \frac{1,05}{1,05}$$

$$\frac{(y+4)^2}{26,25} + \frac{(z-5)^2}{26,25} = 1$$

CIRCUNFERENCIA





EJERCICIO N°8:

Las imágenes nos muestran un puente cerrado con forma de hiperboloide de una hoja, el cual comunica dos edificios a ambos lados de una calle en la ciudad de Manchester. Datos:

- Largo total del puente: 16 m
- Diámetro en la garganta de 6m.
- Este hiperboloide se desarrolla alrededor del eje “y” y su centro coincide con el centro del SCC.
- El punto P (4,5; 8; 0) pertenece a esta superficie.

Calcular el área que resulta de la intersección de la cuádrica con un plano perpendicular al eje “y” en uno de los extremos del puente.



$$\frac{x^2}{3^2} - \frac{y^2}{7.1554^2} + \frac{z^2}{3^2} = 1$$



EJERCICIO N°8:

Las imágenes nos muestran un puente cerrado con forma de hiperboloide de una hoja, el cual comunica dos edificios a ambos lados de una calle en la ciudad de Manchester. Datos:

- Largo total del puente: 16 m
- Diámetro en la garganta de 6m.
- Este hiperboloide se desarrolla alrededor del eje “y” y su centro coincide con el centro del SCC.
- El punto P (4,5; 8; 0) pertenece a esta superficie.

Calcular el área que resulta de la intersección de la cuádrica con un plano perpendicular al eje “y” en uno de los extremos del puente.



$$\frac{x^2}{3^2} - \frac{y^2}{7.1554^2} + \frac{z^2}{3^2} = 1$$



EJERCICIO N°8:

Las imágenes nos muestran un puente cerrado con forma de hiperboloide de una hoja, el cual comunica dos edificios a ambos lados de una calle en la ciudad de Manchester. Datos:

- Largo total del puente: 16 m
- Diámetro en la garganta de 6m.
- Este hiperboloide se desarrolla alrededor del eje “y” y su centro coincide con el centro del SCC.
- El punto P (4,5; 8; 0) pertenece a esta superficie.

Calcular el área que resulta de la intersección de la cuádrica con un plano perpendicular al eje “y” en uno de los extremos del puente.



Tendremos que tomar coordenada “y”= +8m ya que la longitud total del puente según ese eje es de 16m según datos.

REEMPLAZAMOS ese valor en la ecuación que acabamos de obtener y veamos que resulta:

$$\frac{x^2}{3^2} - \frac{8^2}{7,1554^2} + \frac{z^2}{3^2} = 1 \qquad \frac{x^2}{3^2} + \frac{z^2}{3^2} = 1 + \frac{8^2}{7,1554^2}$$

$$\frac{x^2}{3^2} + \frac{z^2}{3^2} = 2,25$$

$$\frac{x^2+z^2}{3^2} = 2,25$$

$$x^2+z^2=3^2 \cdot 2,25$$

$$x^2+z^2=20,25$$

circunferencia
de radio: 4,5 m

$$\frac{x^2}{3^2} - \frac{y^2}{7.1554^2} + \frac{z^2}{3^2} = 1$$

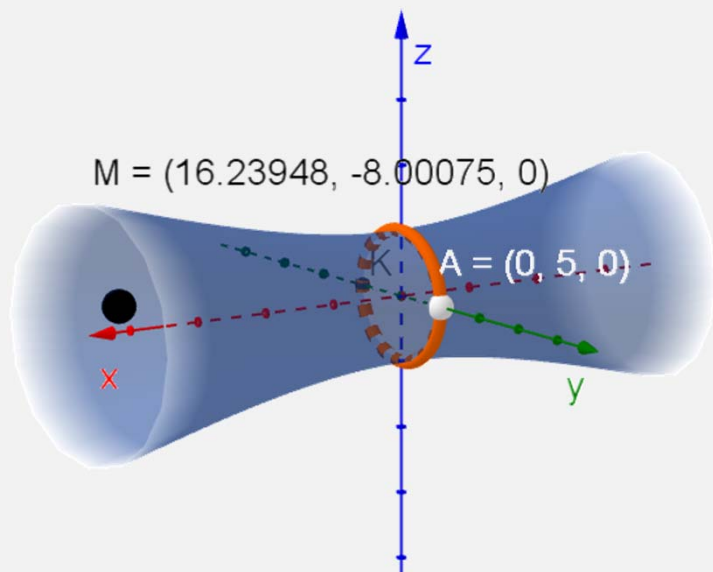
$$\text{Área de un extremo: } \pi \times (\text{radio})^2 \\ \pi \times 20,25 \text{ m}^2 = 63,61 \text{ m}^2$$

9

EJERCICIO N°9:

De esta superficie cuádrica que conoce que es de revolución, y que el punto $M=(16,23948;-8,00075;0)$ pertenece a la superficie.

- a) Enunciar la ecuación de esta cuádrica.
- b) Calcular ÁREA ENCERRADA dentro de traza YZ

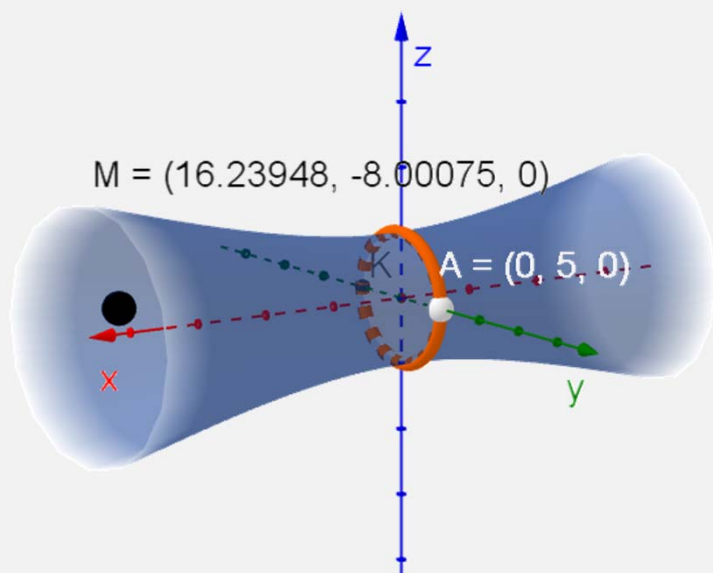


9

EJERCICIO N°9:

De esta superficie cuádrica que conoce que es de revolución, y que el punto $M=(16,23948;-8,00075;0)$ pertenece a la superficie.

- a) Enunciar la ecuación de esta cuádrica.
b) Calcular ÁREA ENCERRADA dentro de traza YZ



$$-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

$$b = c = 5 \quad a = ?$$

$$-\frac{16,23948^2}{a^2} + \frac{(-8,00075)^2}{5^2} + \frac{0^2}{5^2} = 1 \quad \frac{(-8,00075)^2}{5^2} + \frac{0^2}{5^2} - 1 = \frac{16,23948^2}{a^2}$$

$$1,56048 = \frac{16,23948^2}{a^2} \quad a^2 = \frac{16,23948^2}{1,56048} \quad a^2 = 168,9997$$

$$a = \pm 13$$

$$-\frac{x^2}{13^2} + \frac{y^2}{5^2} + \frac{z^2}{5^2} = 1$$

Traza YZ $\frac{y^2}{5^2} + \frac{z^2}{5^2} = 1 \quad A = \pi r^2 \quad A = \pi \cdot 25$

$$A = 78,3981 \, m^2$$