

Sistemas de Coordenadas en el Plano

MODELOS Y REALIDAD

EL PROBLEMA DE REPRESENTAR

La búsqueda de una relación entre cosas aparentemente desvinculadas (la llamada causa aristotélica) es tan vieja como el hombre, como lo es ponerle orden al aparente caos del entorno.

Por ello, desde Galileo a Descartes (representante de la ideologización de un mundo estático y medible), y de D'Arcy Thompson (quien vincula matemática y naturaleza), a Mandelbrot (creador de la Teoría del Fractal para representar sistemas dinámicos), la Matemática ha buscado definir modelos como representación de esa realidad (hoy tan dinámica y superadora).

LUGAR GEOMÉTRICO Y COORDENADA

Cuando un ente geométrico se representa, lo puede hacer de modo:

1 UNIDIMENSIONAL

Una recta numérica.

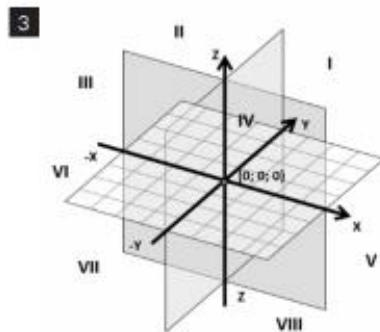
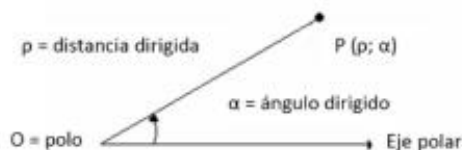
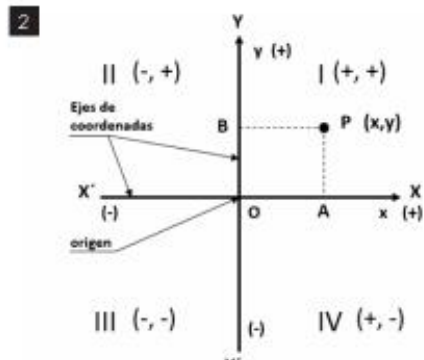
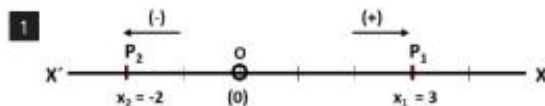
2 BIDIMENSIONAL

Dos rectas numéricas (plano cartesiano), o bien una recta numérica y un ángulo de rotación con centro en un nodo o polo (plano polar).

3 TRIDIMENSIONAL

Planos cartesianos, ejes directores polares, planos cilíndricos y esféricos, que serán objeto de estudio en la unidad 9.

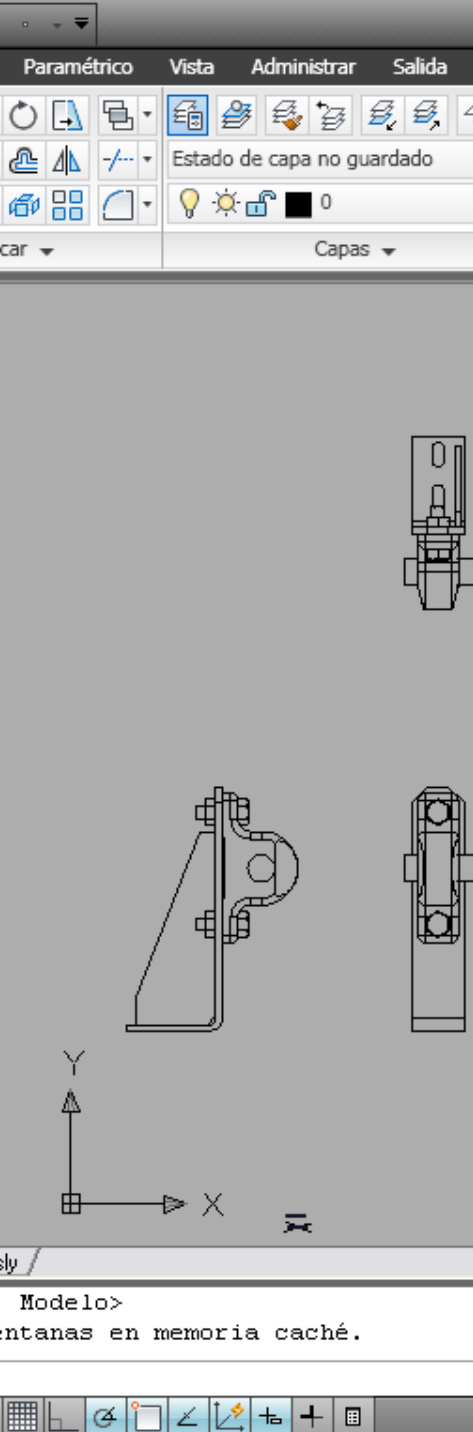
Y siempre de manera biunívoca: a un punto (y nombre) le corresponde un lugar geométrico, y a un lugar le corresponde un punto (con su nombre).



matDI

SISTEMAS DE COORDENADAS EN EL PLANO

primera parte



ESTRUCTURA DE CONTENIDOS

Primera parte

1. Aplicaciones. Ejemplos

2. Geometría Analítica. Definición

3. Sistema Coordinado Lineal

3.1. Distancia entre dos puntos

4. Sistemas de Coordenadas en el Plano

4.1. Sistema de Coordenadas Rectangulares

4.1.1. Distancia entre dos puntos

4.1.2. Punto medio

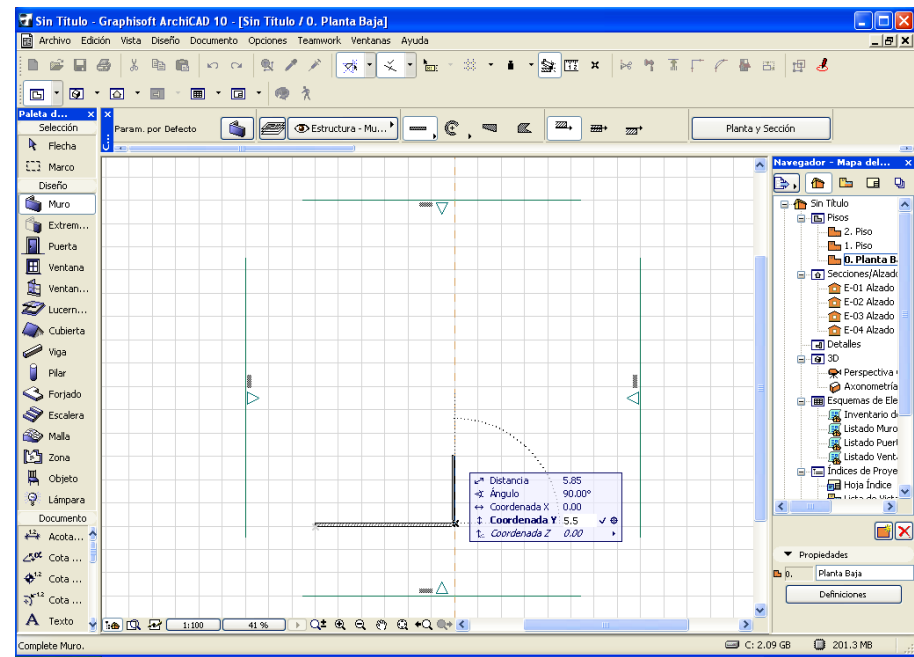
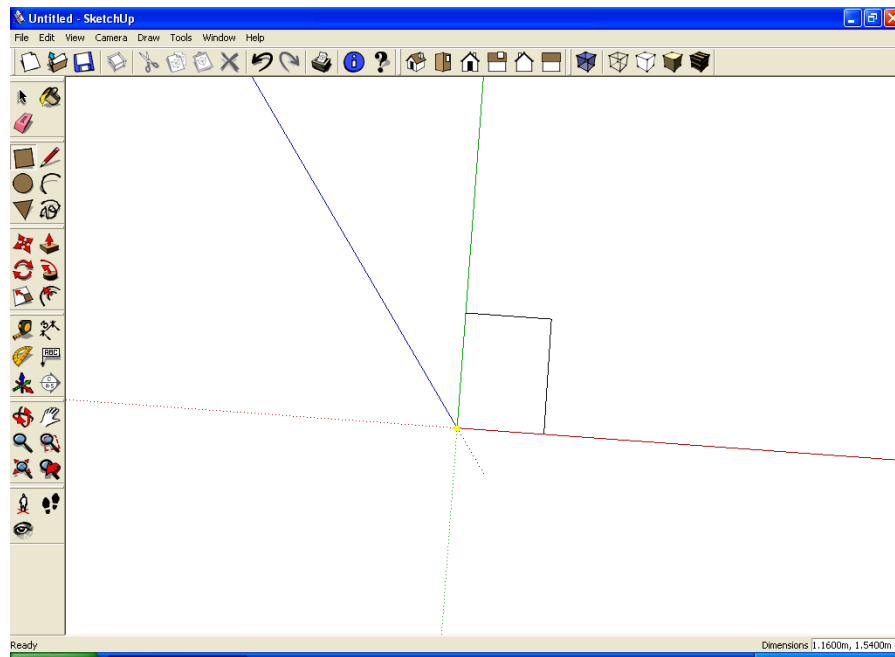
4.2. Sistema de Coordenadas Polares

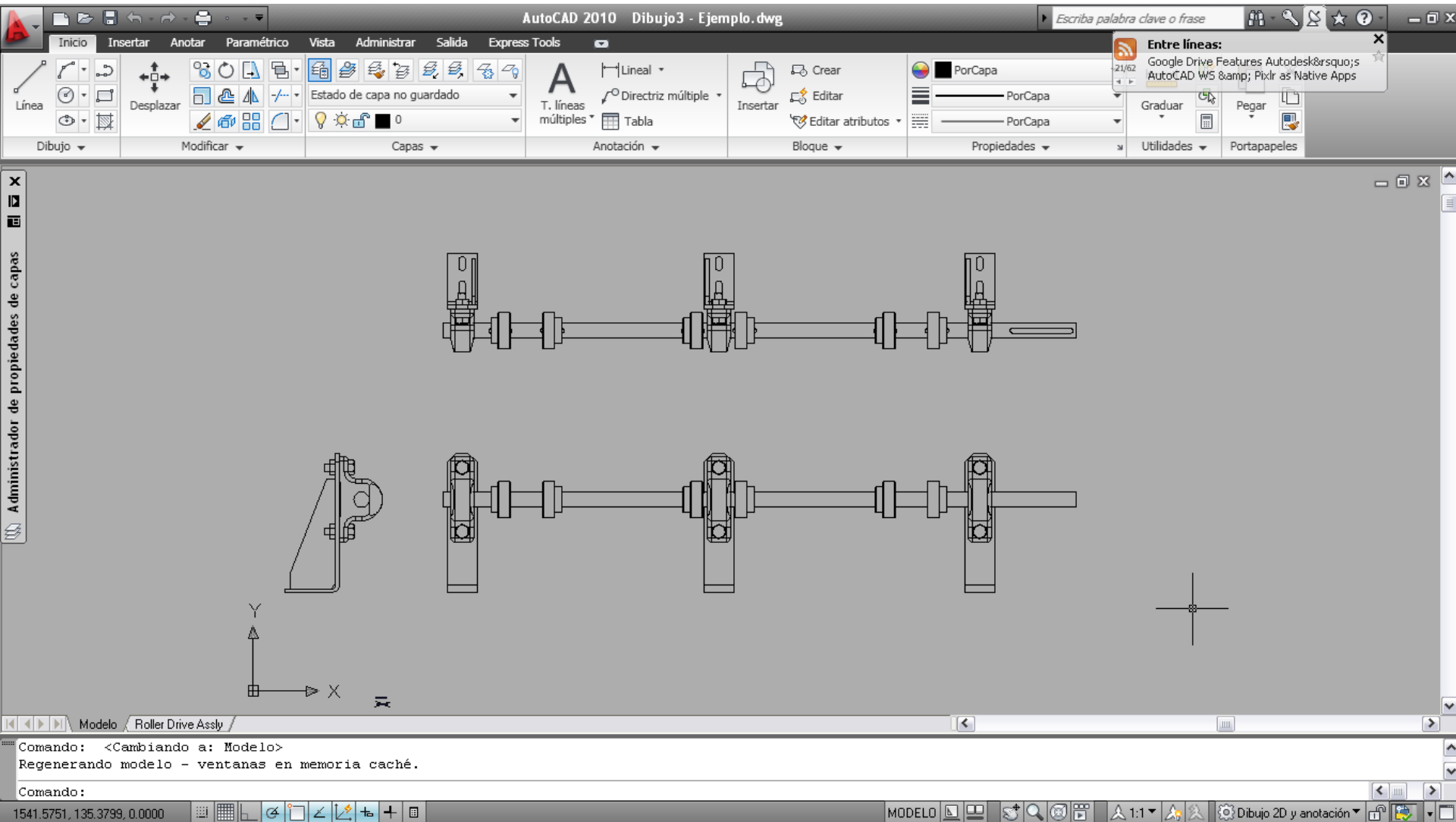
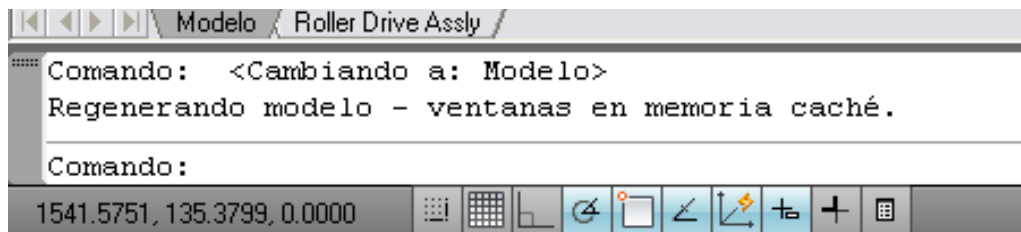
4.3. Relación entre Sistemas de Coordenadas

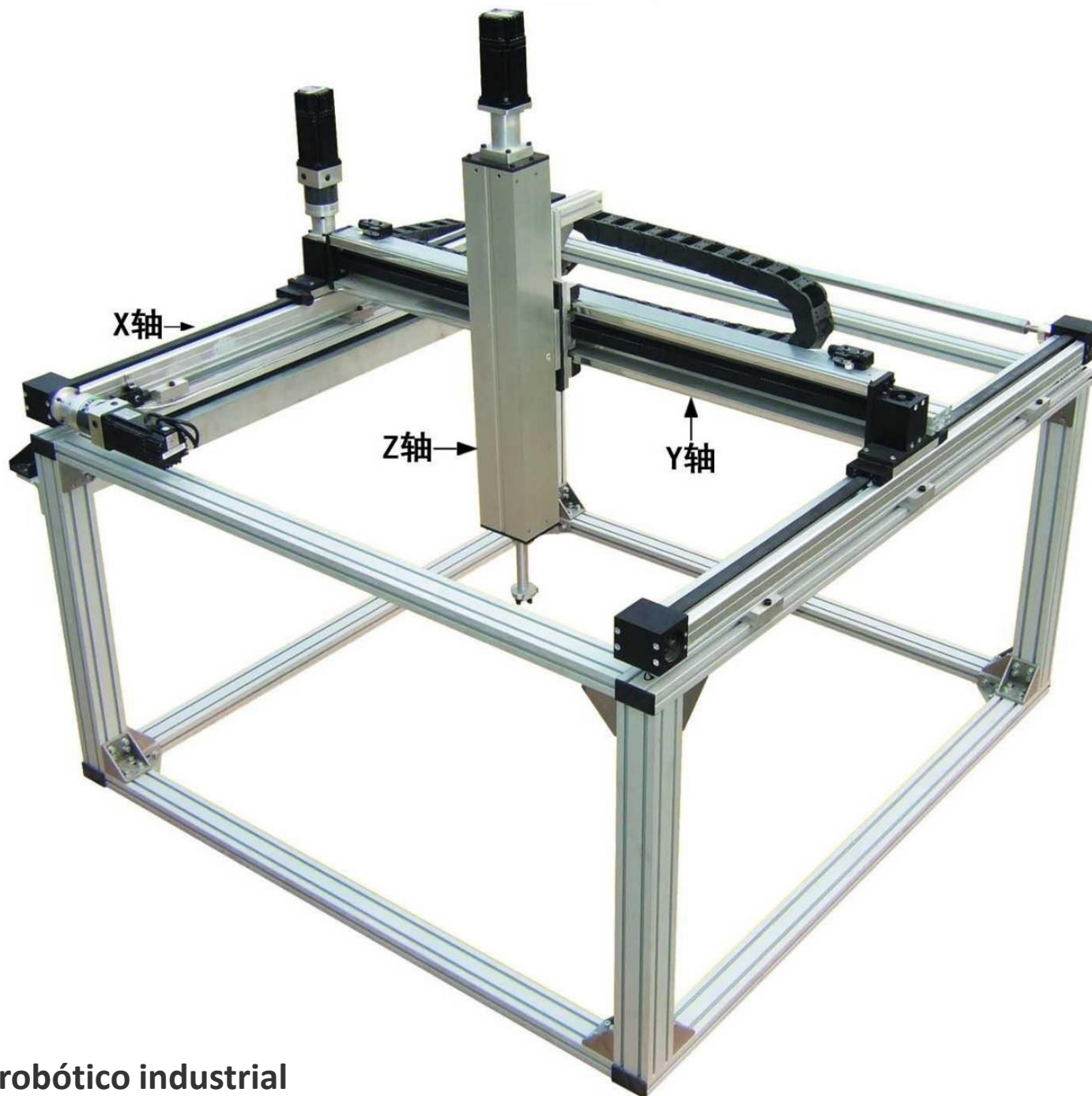
Segunda parte

5. Desarrollo de ejercicios a través de ejemplos

↖	Distancia	5.85	
↗	Ángulo	90.00°	
↔	Coordenada X	0.00	
↑	Coordenada Y	5.5	✓ ⊕
↑	Coordenada Z	0.00	▶







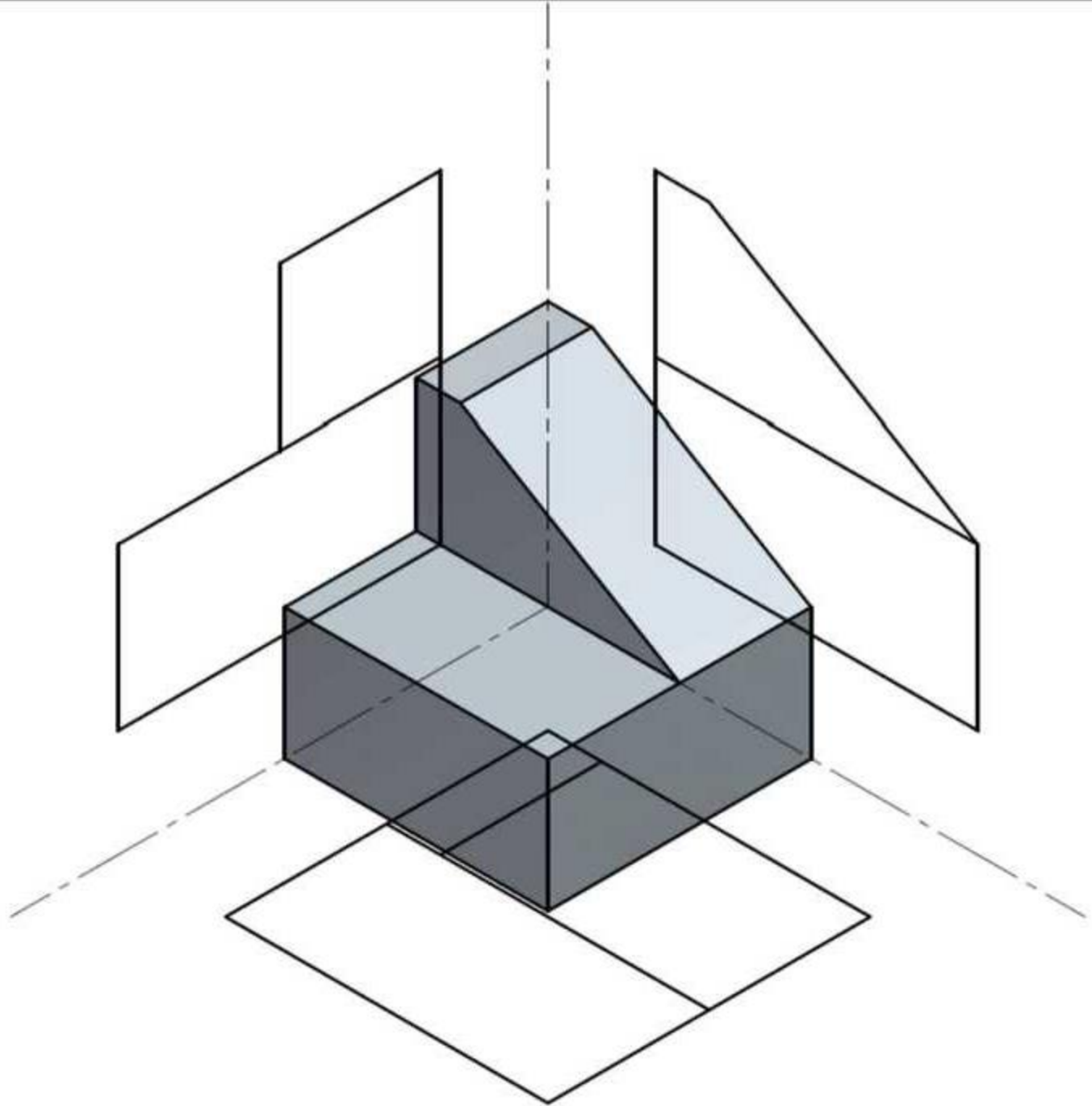
Brazo robótico industrial

Especificaciones:

Tipo	Valor		
AXIS	Eje X	Longitud del brazo (milímetro)	300
		Gama de la rotación (°)	±165°
	Eje de Y	Longitud del brazo (milímetro)	260
		Gama de la rotación (°)	±150°
	Eje de Z	Ruta (milímetro)	180
	Eje de R	Gama de la rotación (°)	±360°
Velocidad máxima	velocidad de la síntesis de XY-AXIS (m/s)		5,6
	velocidad de la síntesis de Z-AXIS (m/s)		1,1
	R-AXIS (°/s)		1020
Precisión de la repetibilidad	XY-AXIS (milímetro)		±0.01
	Z-AXIS (milímetro)		±0.01
	R-AXIS (°)		±0.01
Peso (kilogramo)			30
Tiempo estándar del período: 2kg puede mover el tiempo (el sec)			0,49
esfuerzo de torsión permisible de R-AXIS (² del kgm)			0,05
Interruptor de límite de acción			1. Límite del hardware del límite 2. del software (eje de X, de Y, de Z)
Peso móvil máximo del objeto (kilogramo)			3
Envergadura (milímetros)			560

Sistema de escaneo automático





Sistema Monge

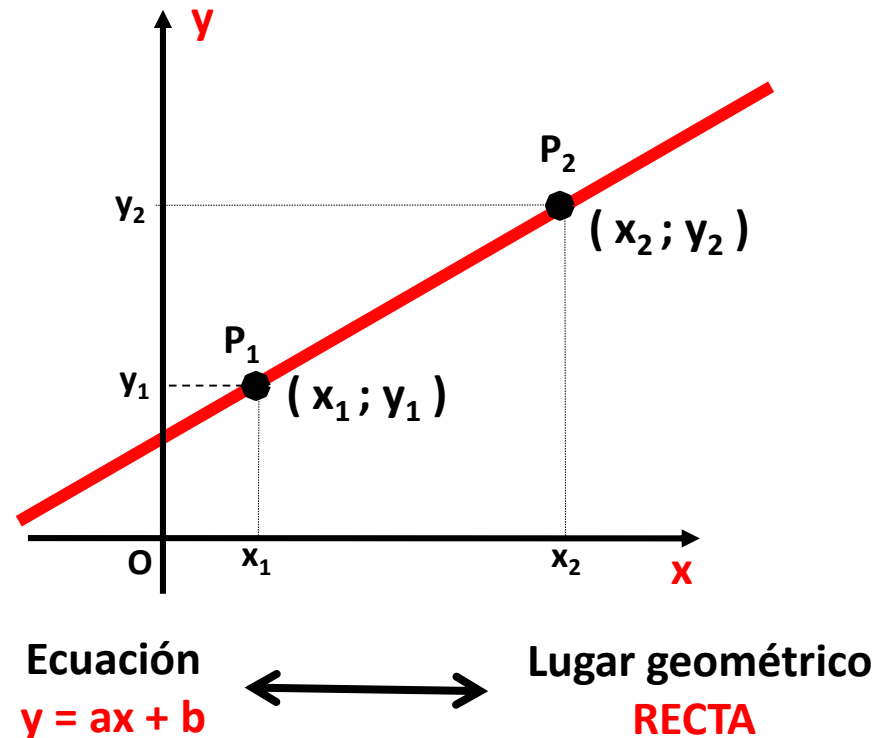
2. GEOMETRÍA ANALÍTICA

Definición

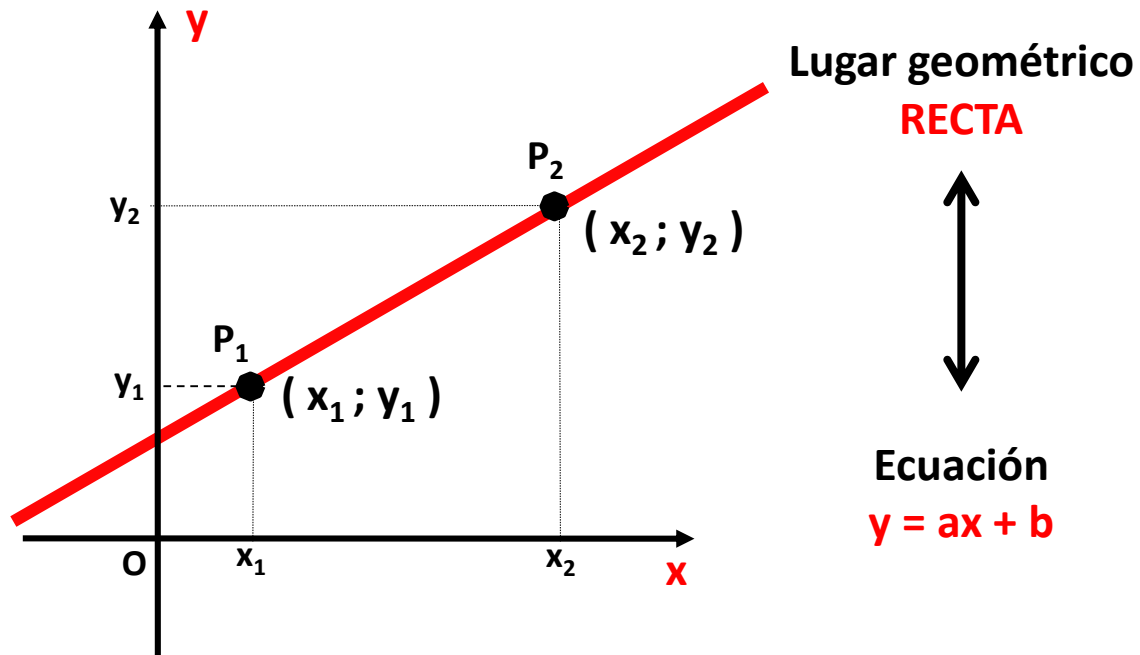
La **Geometría Analítica** tiene por objeto el estudio de las propiedades geométricas por medio del álgebra, e inversamente se ocupa del estudio de las ecuaciones mediante sus representaciones gráficas.

Los dos problemas fundamentales a resolver con la Geometría Analítica son:

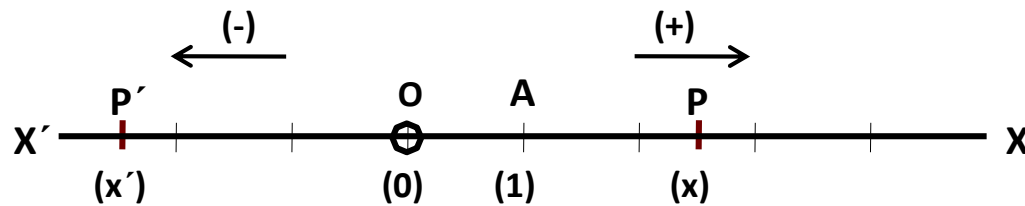
- Dada una **ecuación** hallar el **lugar geométrico** que representa.
- Dado el **lugar geométrico**, definido por ciertas condiciones, hallar su **ecuación matemática**.



Se llama “lugar geométrico” al conjunto de los puntos que cumplen con cierta condición.



3. SISTEMA COORDENADO LINEAL



Sistema Unidimensional

$X'X$: eje

O : origen del sistema

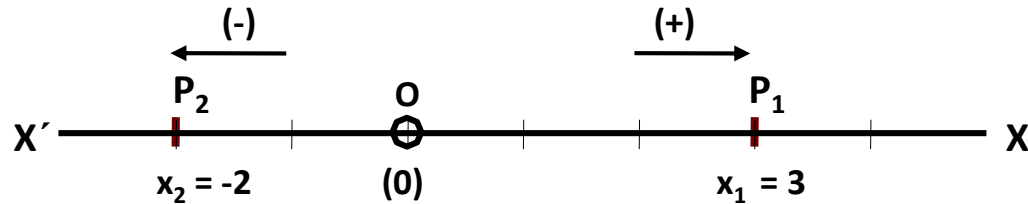
P : punto

x : coordenada del punto

} $\longrightarrow$ $P(x)$

3. SISTEMA COORDENADO LINEAL

3.1. DISTANCIA ENTRE 2 PUNTOS



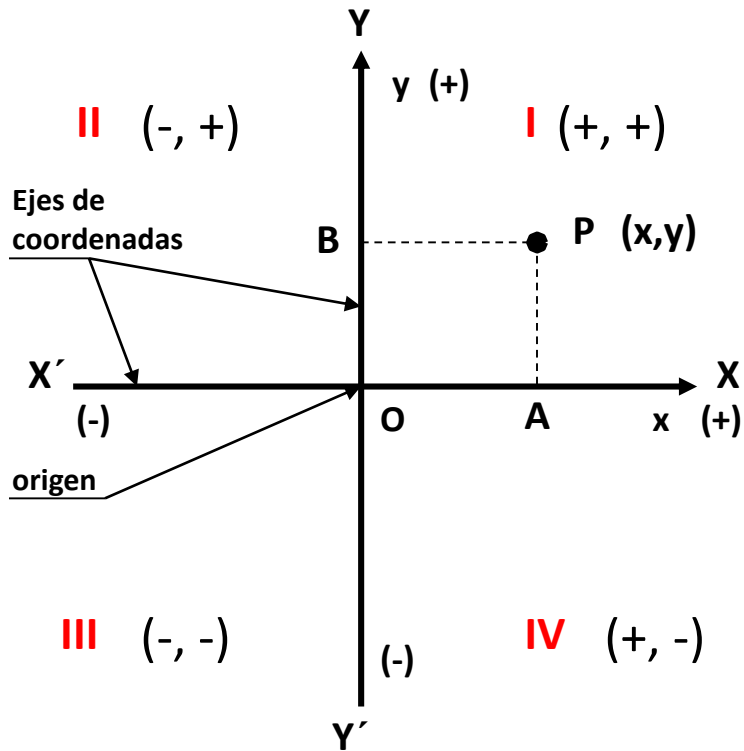
Distancia $\overline{P_1P_2}$ / $\overline{P_2P_1}$

$$d = | P_1P_2 | = | x_2 - x_1 | \quad d = | -2-3 | = | -5 | = 5$$

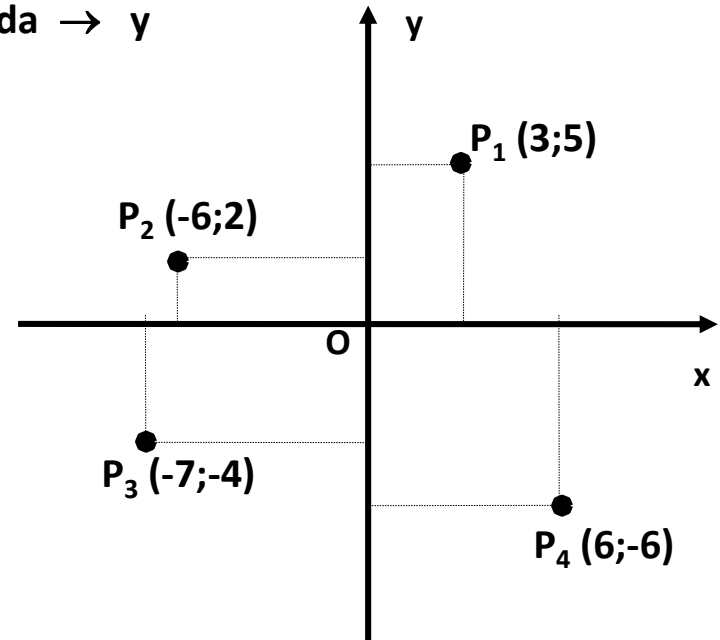
$$d = | P_2P_1 | = | x_1 - x_2 | \quad d = | 3-(-2) | = | 5 | = 5$$

4. SISTEMAS DE COORDENADAS EN EL PLANO

4.1. SISTEMA DE COORDENADAS RECTANGULARES

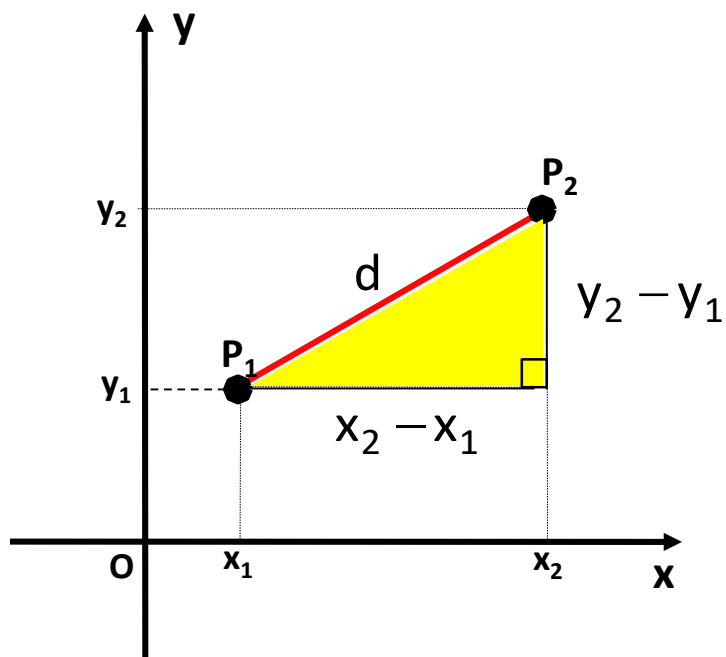


OA $\rightarrow$ abscisa $\rightarrow x$
OB $\rightarrow$ ordenada $\rightarrow y$



4.1. SISTEMAS DE COORDENADAS EN EL PLANO

4.1.1. DISTANCIA ENTRE 2 PUNTOS



Distancia $\overline{P_1P_2} / \overline{P_2P_1}$

$P_1(x_1; y_1)$ $P_2(x_2; y_2)$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

4.1. SISTEMAS DE COORDENADAS EN EL PLANO

4.1.2. PUNTO MEDIO DE UN SEGMENTO DE RECTA

$$P_1(x_1; y_1) \quad P_2(x_2; y_2) \quad P_m(x_m; y_m)$$

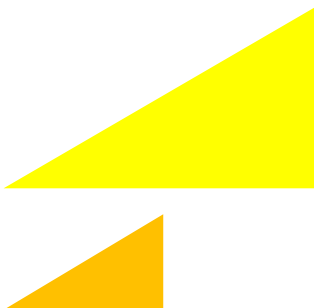
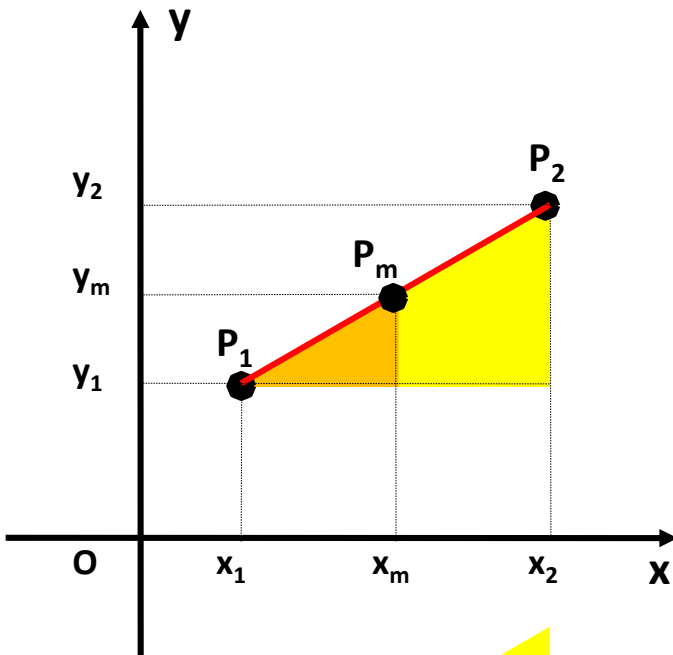
$$\frac{x_2 - x_1}{PP_2} = \frac{x_m - x_1}{PP_m} \rightarrow \overline{PP_2} = 2\overline{PP_m}$$

$$\frac{x_2 - x_1}{2\overline{PP_m}} = \frac{x_m - x_1}{1\overline{PP_m}} \rightarrow \frac{x_2 - x_1}{2} = \frac{x_m - x_1}{1}$$

$$x_2 - x_1 = 2x_m - 2x_1 \rightarrow 2x_m = x_1 + x_2$$

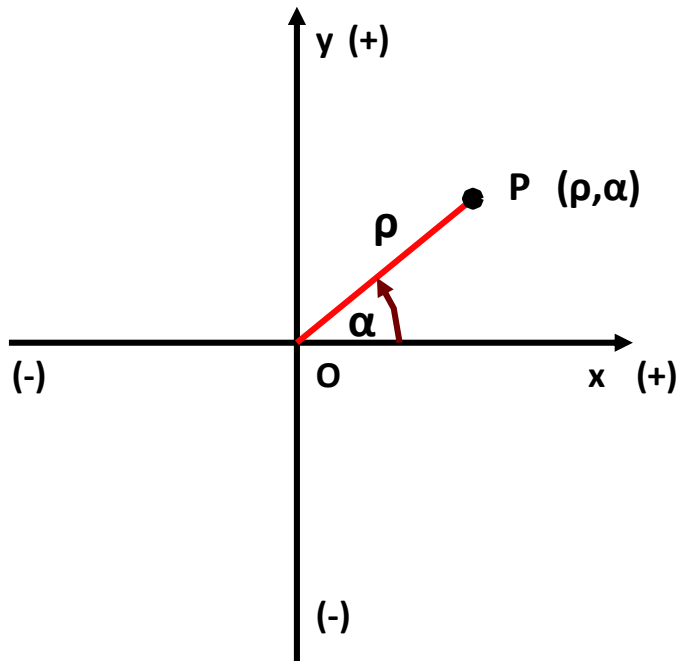
$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}$$



4. SISTEMA DE COORDENADAS EN EL PLANO

4.2. SISTEMA DE COORDENADAS POLARES

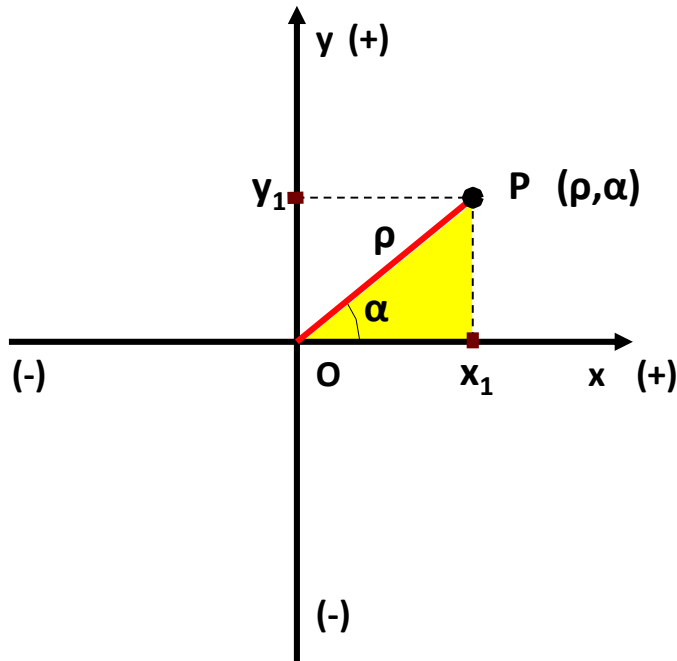


- O → polo
- $\overline{OX}$ → eje polar
- ρ → distancia al polo O
- α → ángulo polar

4. SISTEMAS DE COORDENADAS EN EL PLANO

4.3. RELACIÓN ENTRE COORD. RECTANGULARES Y POLARES

...de coordenadas **polares** a coordenadas **rectangulares**...



$$\cos \alpha = \frac{x}{\rho}$$

$$x_1 = \rho \cdot \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{y}{\rho}$$

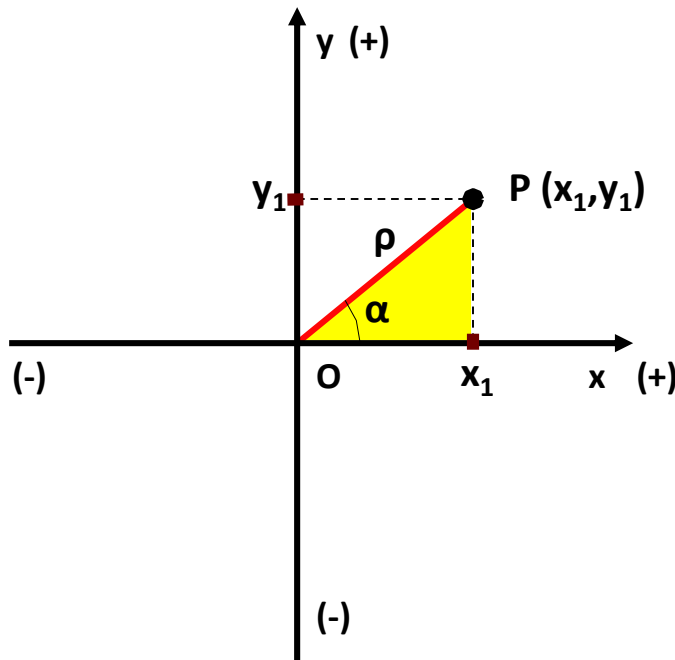
$$y_1 = \rho \cdot \sin \alpha$$

$P(x_1, y_1)$

4. SISTEMAS DE COORDENADAS EN EL PLANO

4.3. RELACIÓN ENTRE COORD. RECTANGULARES Y POLARES

...de coordenadas **cartesianas** a coordenadas **polares**...



$$\rho^2 = x^2 + y^2$$

$$\rho = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x}$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{y_1}{x_1}$$

P (ρ, α)

5. DESARROLLO DE EJERCICIOS A TRAVÉS DE EJEMPLOS

A continuación presentamos algunos ejemplos que nos permiten responder los siguientes interrogantes:

- a) ¿Cómo pasar de un sistema de coordenadas a otro?
- b) ¿Cómo expresar el ángulo “ α ” en el sistema de coordenadas polares según el cuadrante en que se encuentre el punto?
- c) ¿Cómo calcular distancias entre dos puntos?
- d) ¿Cómo calcular el punto medio entre dos puntos dados?
- e) ¿Cómo calcular distancias, perímetro y superficie de una figura en el plano?