



Mesa elipse
Charles Eames
1958

matDI

UT7_SECCIONES CÓNICAS

ELIPSE



ESTRUCTURA DE CONTENIDOS

1. APLICACIONES

2. RECUPERACIÓN DE CONTENIDOS PREVIOS

3. ELIPSE

3.1. DEFINICIÓN

3.2. ELEMENTOS

3.3. EXCENTRICIDAD

3.4. ECUACIÓN CANÓNICA

3.5. ECUACIÓN DE LA ELIPSE DE CENTRO
(h; k) Y EJES PARALELOS A LOS
EJES COORDENADOS

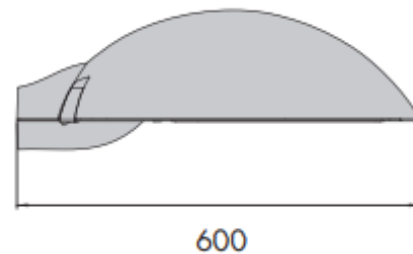
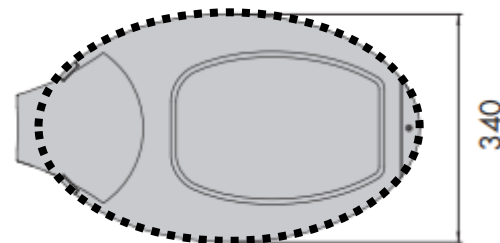
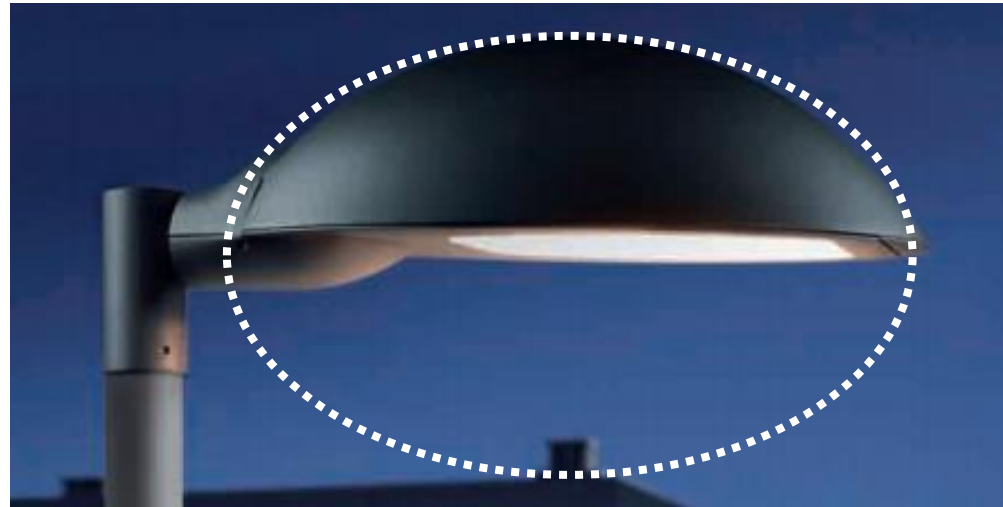
4. ELIPSE. PROPIEDADES. APLICACIÓN

1. APLICACIONES



Lámpara Eclipse
Mauricio Klabin
1980

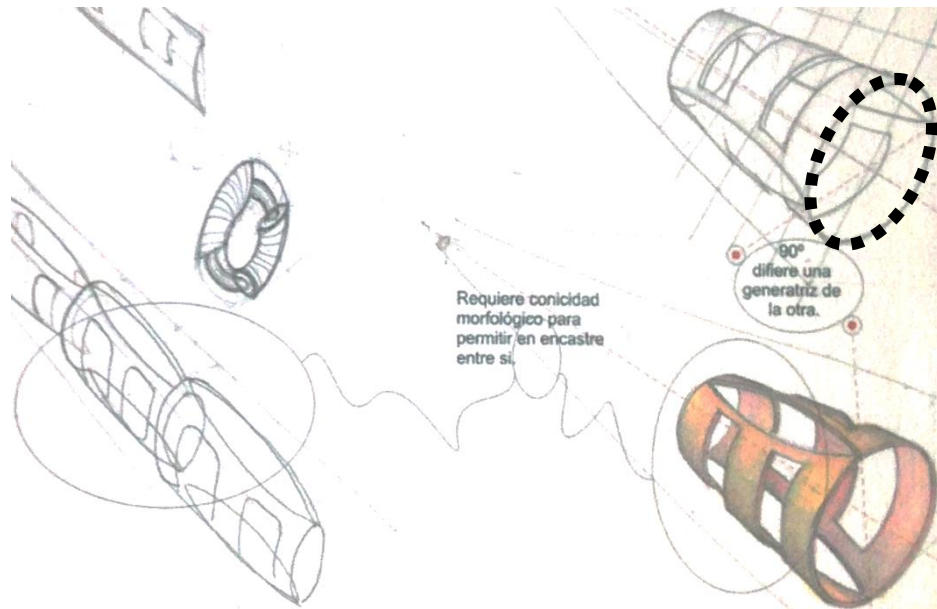
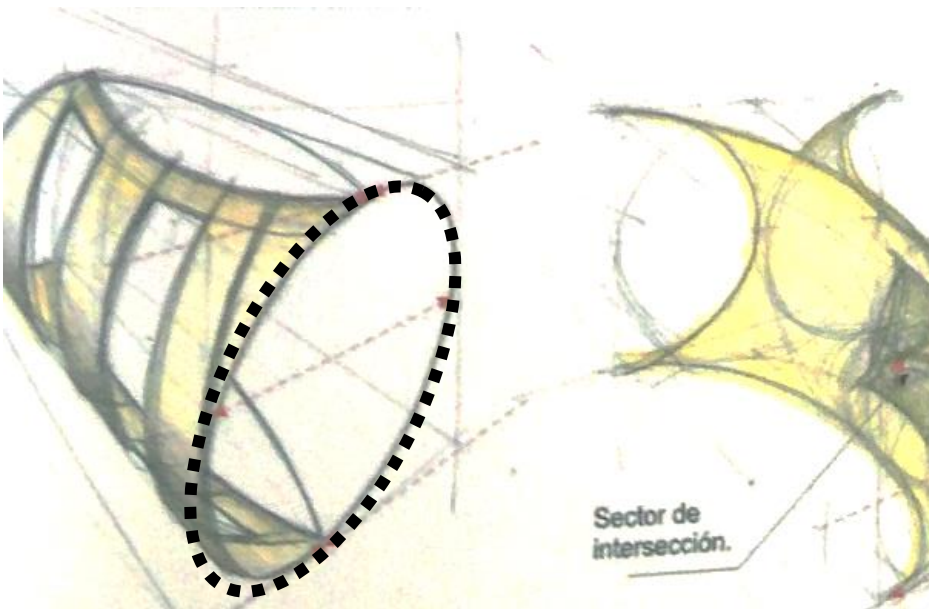
1. APLICACIONES



LUMINARIAS URBAN
LEDS C4
Línea promenade
Línea elipse
2012



1. APLICACIONES



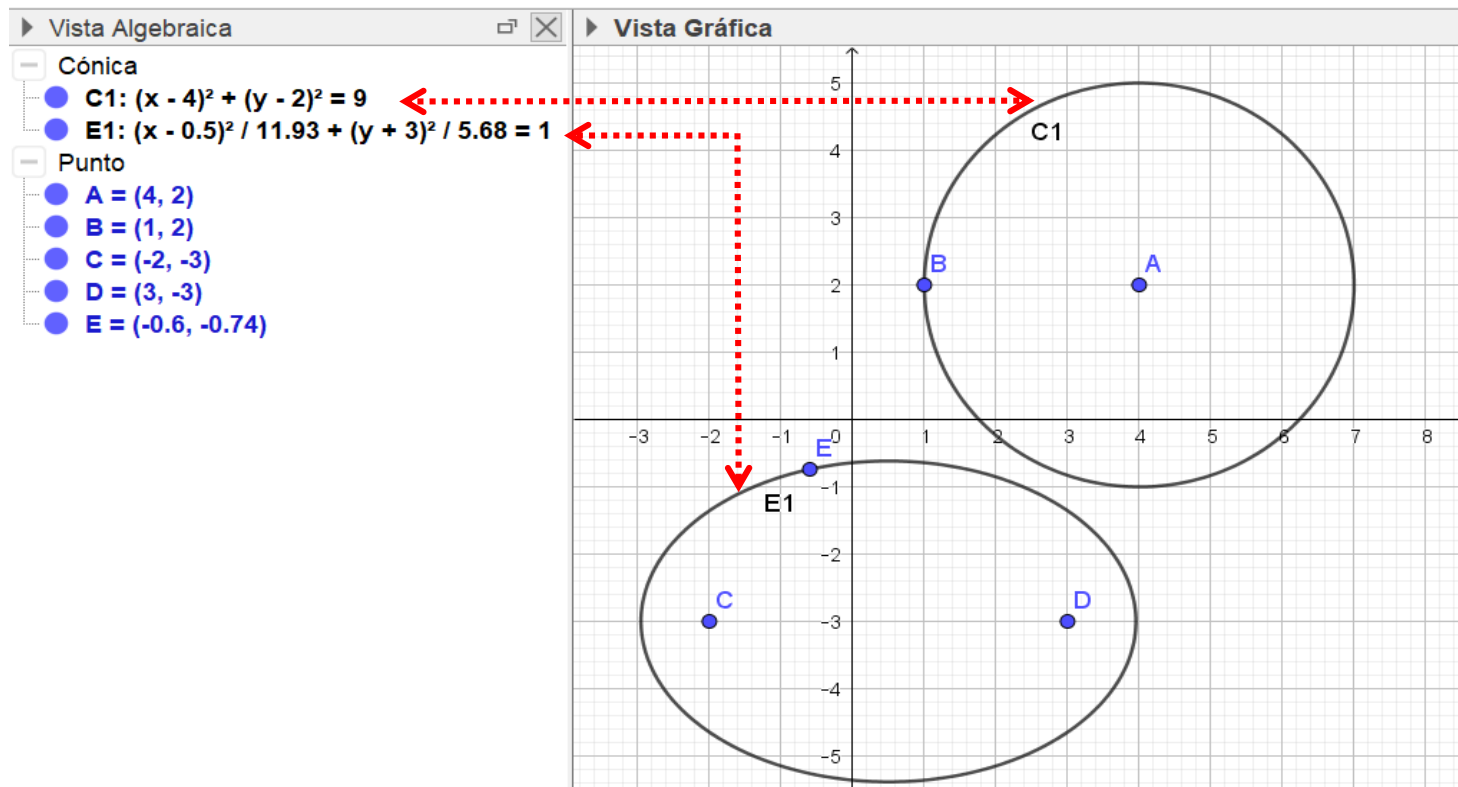
TF Andrés Caballero
Equipo protector para
obreros de la
construcción
FAUD, UNC
2009

2. RECUPERACIÓN DE CONTENIDOS PREVIOS

GEOMETRÍA ANALÍTICA

Dos problemas fundamentales:

1. Dada una **ecuación** interpretarla geoméricamente, es decir, construir la **gráfica** correspondiente.
2. Dada una **figura geométrica**, o la condición que deben cumplir los puntos de la misma, determinar su **ecuación**.



2. RECUPERACIÓN DE CONTENIDOS PREVIOS

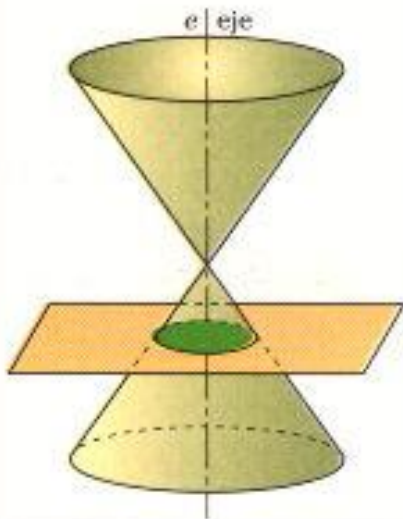
SECCIONES CÓNICAS

Curvas de segundo grado obtenidas al intersectar un **cono recto de revolución** de dos ramas con **planos** que lo cortan con diferentes ángulos de inclinación.

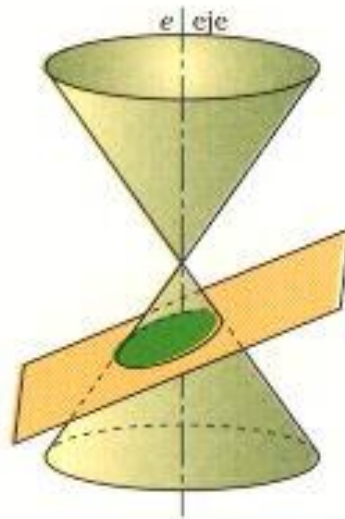
CÓNICAS CERRADAS

ELIPSE

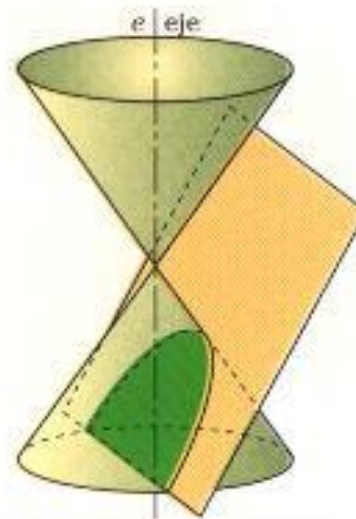
Si el plano que corta a la superficie cónica es perpendicular al eje, la sección es una **circunferencia**.



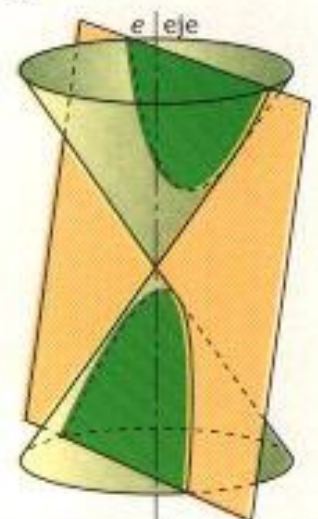
Si inclinamos el plano de modo que sea oblicuo con el eje y corte a todas las generatrices, la sección es una **elipse**.



Si continuamos inclinando el plano de modo que sea oblicuo con el eje y que sea paralelo a una generatriz, resulta una **parábola**.

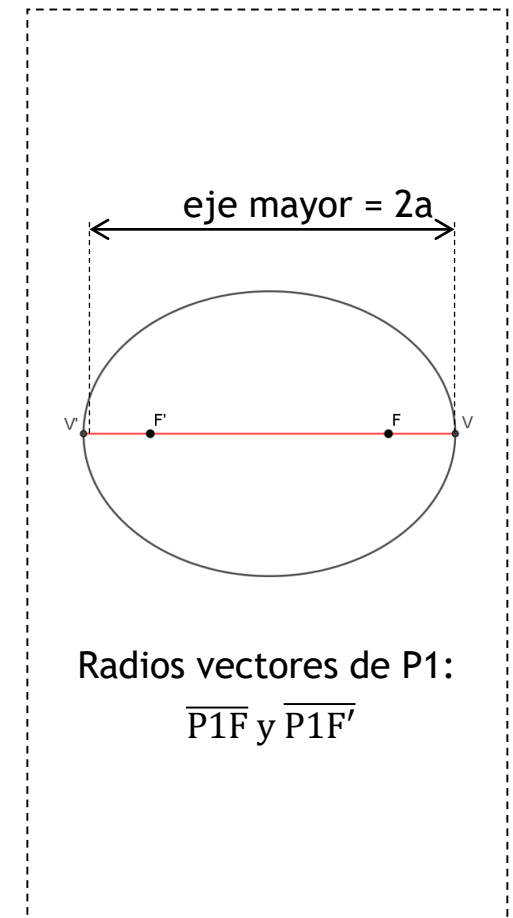
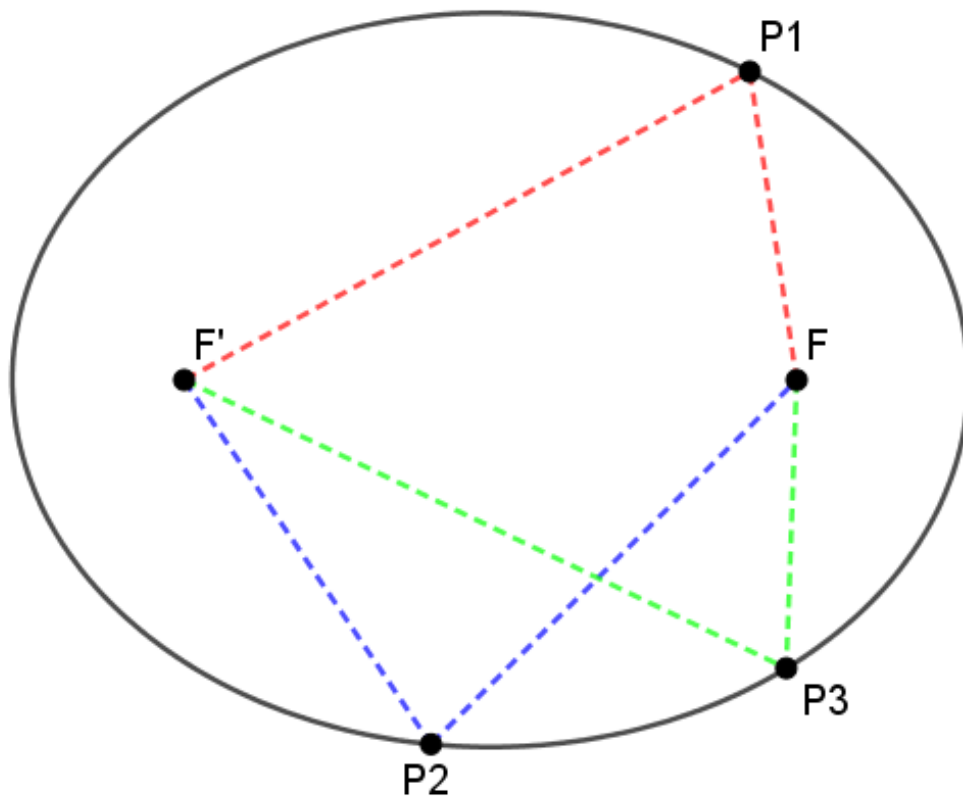


Si inclinamos aún más el plano, de modo que sea paralelo a dos generatrices, resulta una curva con dos ramas llamada **hipérbola**.



3.1. ELIPSE. DEFINICIÓN

Lugar geométrico de un punto que se mueve en un plano de tal manera que la **suma de sus distancias a dos puntos fijos** de ese plano es siempre igual a una **constante**, mayor que la distancia entre los dos puntos, e igual al **eje mayor (2a)** de la elipse. Los dos puntos fijos se denominan **focos**.



Por definición: $\overline{P_1F} + \overline{P_1F'} = \overline{P_2F} + \overline{P_2F'} = \overline{P_3F} + \overline{P_3F'} = 2a$

3.2. ELEMENTOS DE UNA ELIPSE

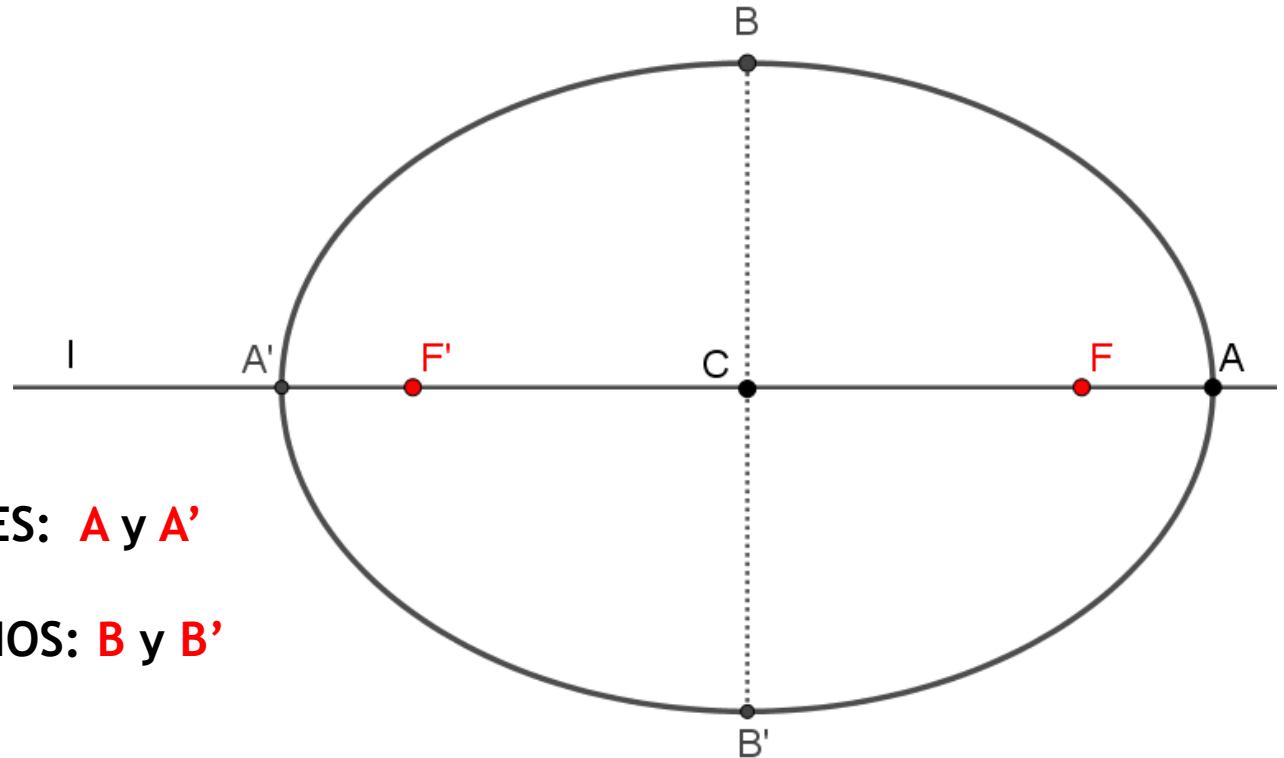
FOCOS: **F** y **F'**

CENTRO: **C**

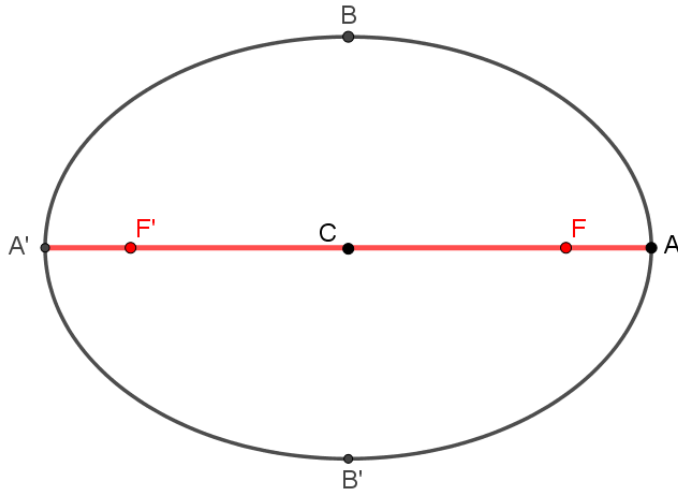
EJE FOCAL: **l**

VÉRTICES PRINCIPALES: **A** y **A'**

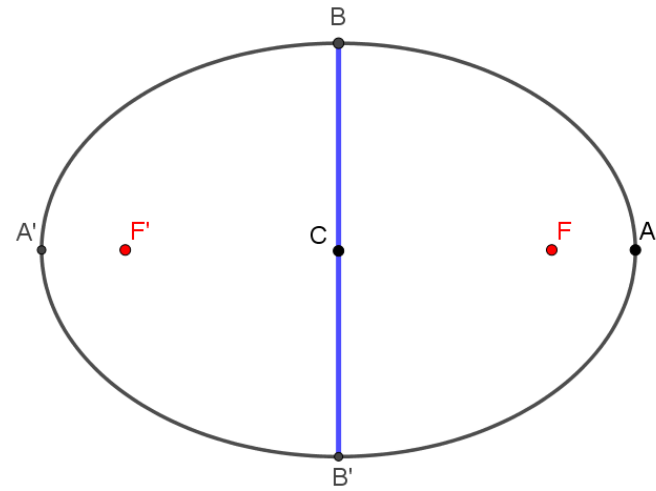
VÉRTICES SECUNDARIOS: **B** y **B'**



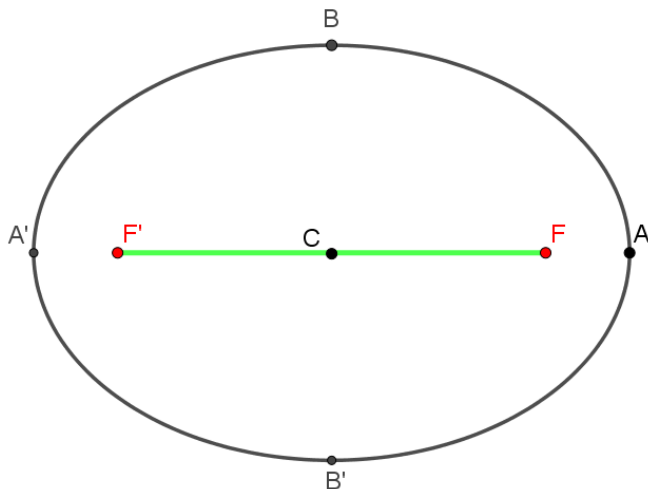
3.2. ELEMENTOS DE UNA ELIPSE



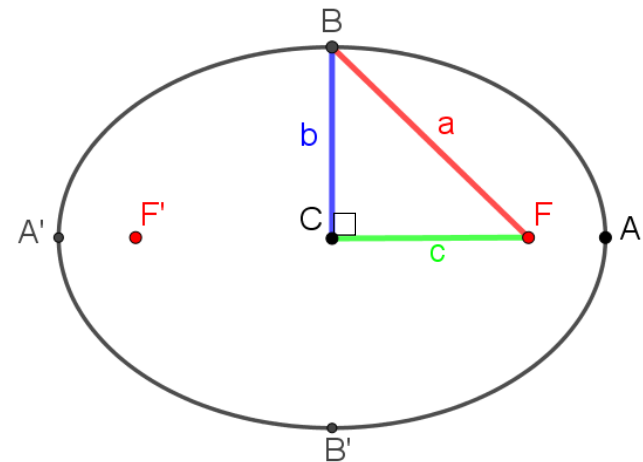
EJE MAYOR $AA' = 2a$
SEMIEJE MAYOR $CA = CA' = a$



EJE MENOR $BB' = 2b$
SEMIEJE MENOR $BC = B'C = b$



DISTANCIA FOCAL $FF' = 2c$
SEMIDISTANCIA FOCAL $CF = CF' = c$



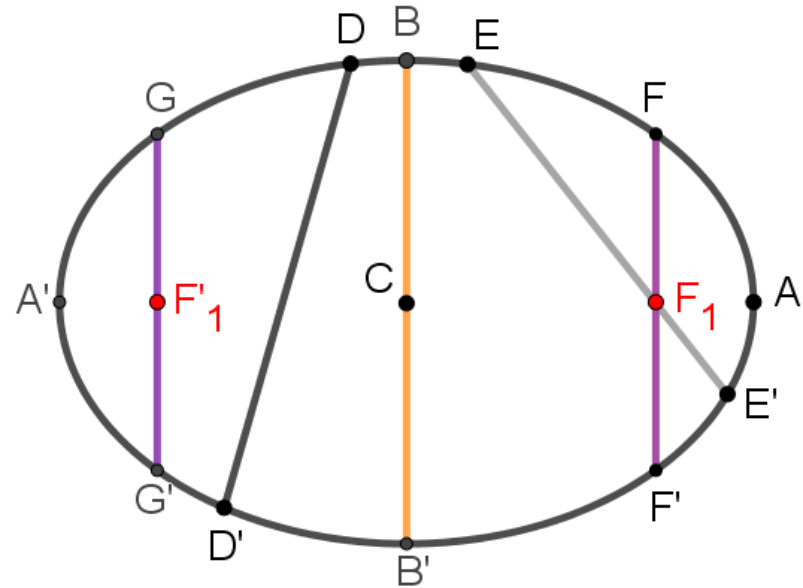
Relación pitagórica
entre semiejes a, b y c: $a^2 = b^2 + c^2$

3.2. ELEMENTOS DE UNA ELIPSE

CUERDA: **DD'**

CUERDA FOCAL: **EE'**

LADO RECTO (LR): **GG' = FF'**



LADO RECTO

$$LR = \frac{2b^2}{a}$$

PERÍMETRO

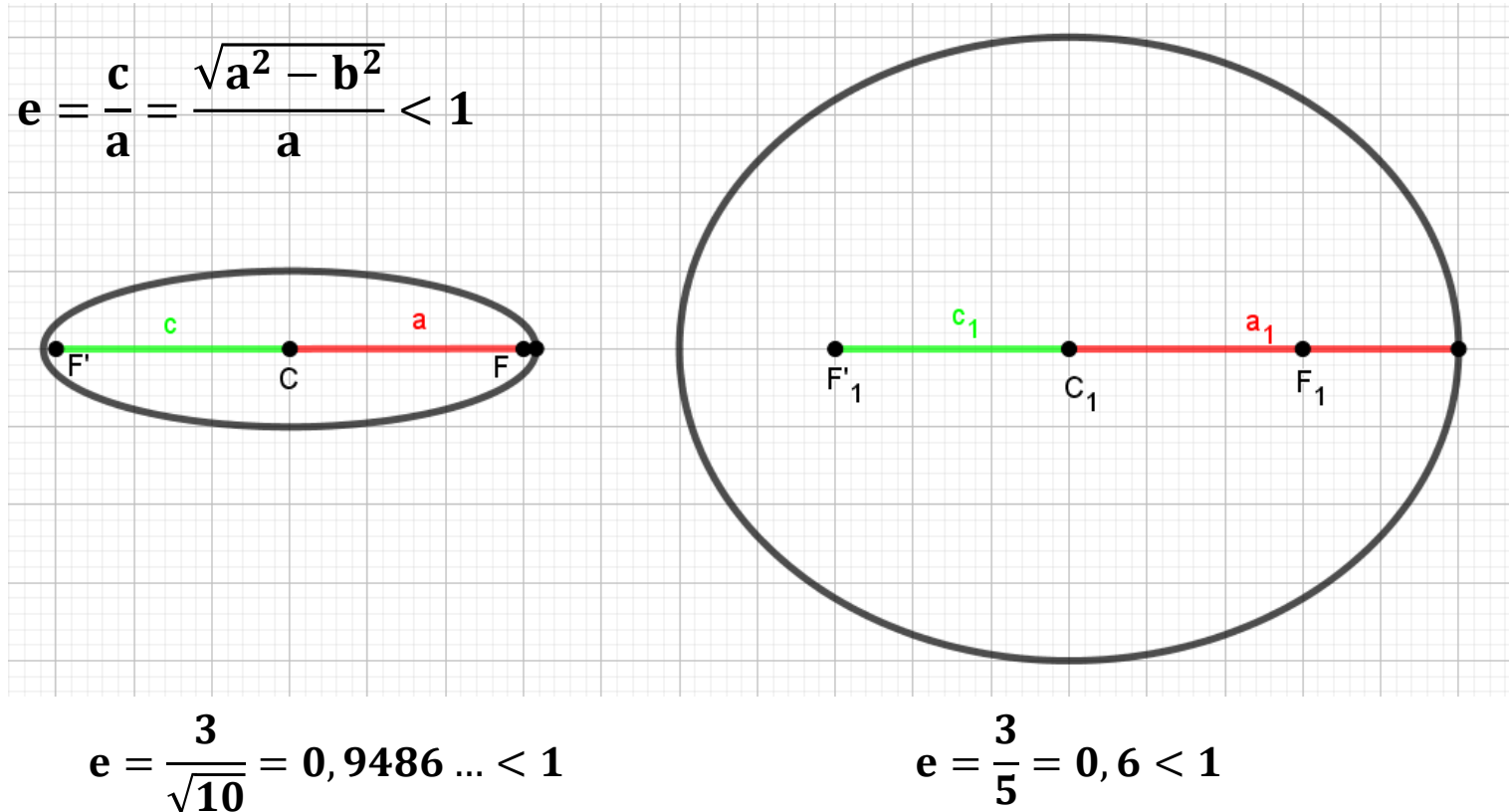
$$P = 2\pi \sqrt{\frac{1}{2}(a^2 + b^2)}$$

SUPERFICIE

$$S = a \cdot b \cdot \pi$$

3.3. EXCENTRICIDAD DE LA ELIPSE

Razón entre su semidistancia focal (**c**) y su semieje mayor (**a**).



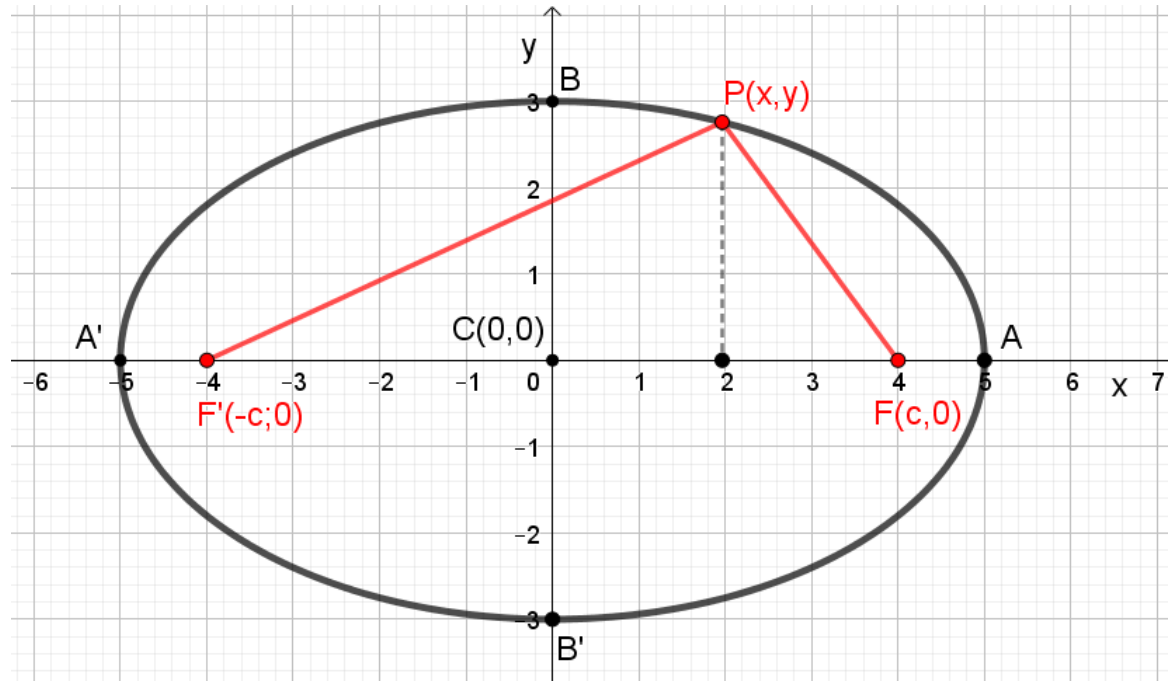
Si la excentricidad se aproxima a **uno**, la elipse tiende a un **segmento**, mientras que si se aproxima a **cero**, tiende a una **circunferencia**.

3.4. ECUACIÓN CANÓNICA

ECUACIÓN DE LA ELIPSE CON CENTRO EN EL ORIGEN

Condiciones:

- Centro C en origen del sistema de coordenadas
- Eje focal coincide con con eje de las abscisas
- Centro C es punto medio de FF'
- $P(x; y)$ es un punto que pertenece a la elipse
- c : constante positiva



3.4. ECUACIÓN CANÓNICA

ECUACIÓN DE LA ELIPSE CON CENTRO EN EL ORIGEN

Por definición: $\overline{FP} + \overline{F'P} = 2a$

Por Pitágoras: $\overline{FP}^2 = (x - c)^2 + y^2$

$$\overline{FP} = \sqrt{(x - c)^2 + y^2}$$

$$\overline{F'P}^2 = (x + c)^2 + y^2$$

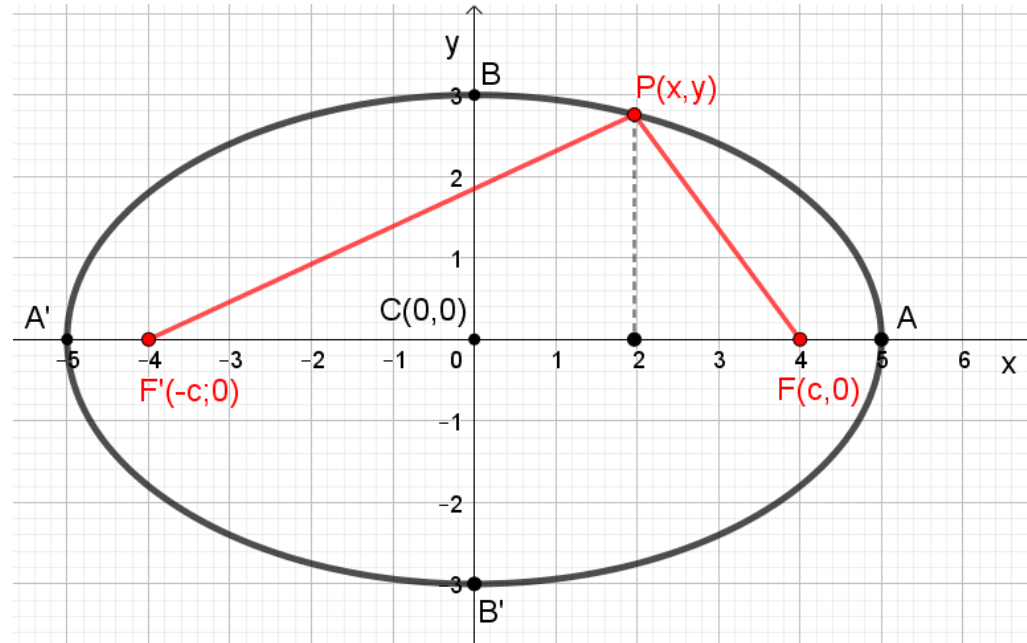
$$\overline{F'P} = \sqrt{(x + c)^2 + y^2}$$

$$\overline{FP} + \overline{F'P} = 2a$$

$$\sqrt{(x - c)^2 + y^2} + \sqrt{(x + c)^2 + y^2} = 2a$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

ECUACIÓN CANÓNICA DE LA ELIPSE
A EJE HORIZONTAL



3.4. ECUACIÓN CANÓNICA

Demostración

$$\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + \sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a$$

$$\left(\sqrt{(x-c)^2 + y^2}\right)^2 = \left(2a - \sqrt{(x+c)^2 + y^2}\right)^2$$

$$(x-c)^2 + y^2 = 4a^2 - 4a\sqrt{(x+c)^2 + y^2} + (x+c)^2 + y^2$$

$$x^2 - 2cx + c^2 = 4a^2 - 4a\sqrt{(x+c)^2 + y^2} + x^2 + 2cx + c^2$$

$$-4cx - 4a^2 = -4a\sqrt{(x+c)^2 + y^2}$$

$$(cx + a^2)^2 = \left(a\sqrt{(x+c)^2 + y^2}\right)^2$$

$$c^2x^2 + 2a^2cx + a^4 = a^2x^2 + 2a^2cx + a^2c^2 + a^2y^2$$

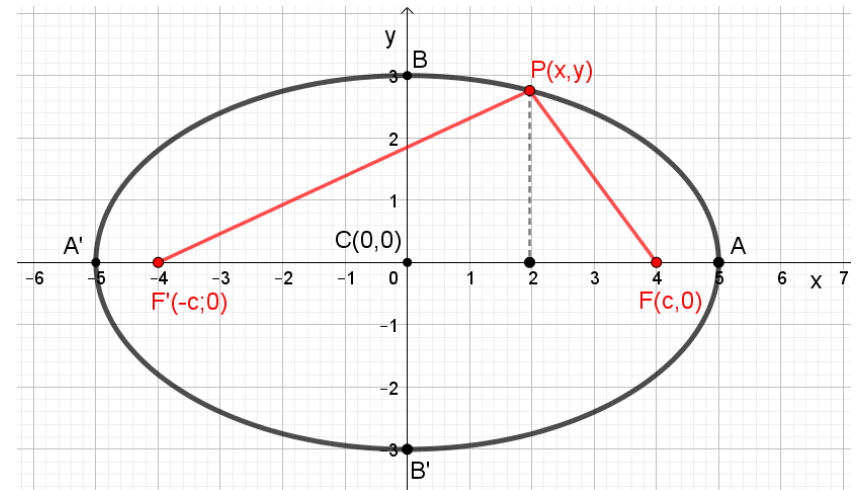
$$a^4 - a^2c^2 = a^2x^2 - c^2x^2 + a^2y^2$$

$$a^2(a^2 - c^2) = x^2(a^2 - c^2) + a^2y^2$$

$$\frac{a^2b^2}{a^2b^2} = \frac{x^2b^2}{a^2b^2} + \frac{a^2y^2}{a^2b^2}$$

$$1 = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$$

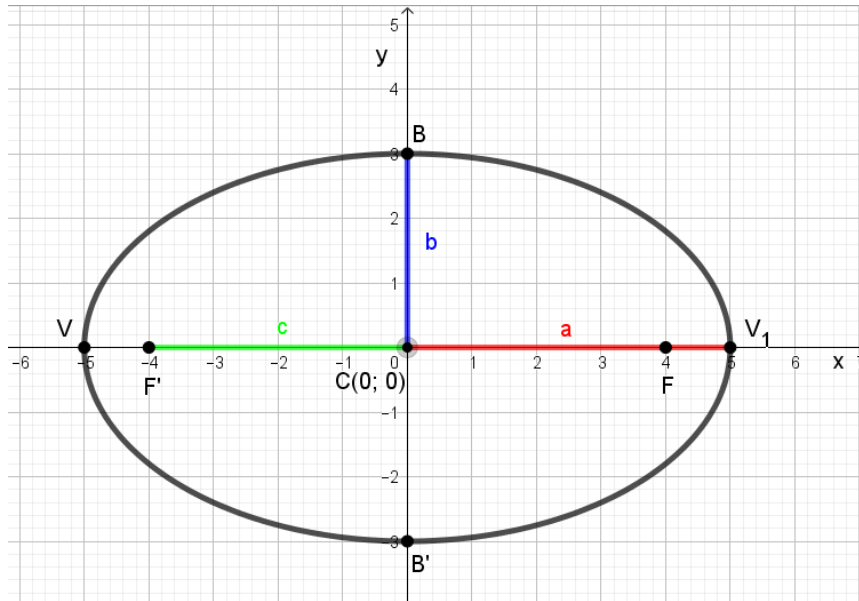
$$\boxed{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1}$$



3.4. ECUACIÓN CANÓNICA

A EJE HORIZONTAL

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



semiejes

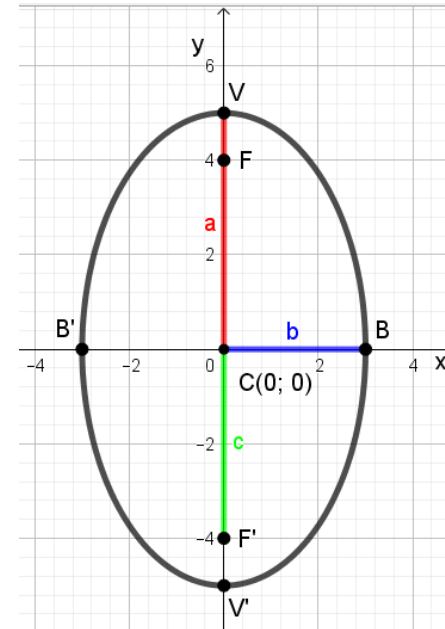
$$\begin{aligned} a &= 5 \\ b &= 3 \\ c &= \sqrt{a^2 - b^2} \\ c &= \sqrt{5^2 - 3^2} \\ c &= \sqrt{16} = 4 \end{aligned}$$

Ejemplo

$$\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$$

A EJE VERTICAL

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$



semiejes

$$\begin{aligned} a &= 5 \\ b &= 3 \\ c &= \sqrt{a^2 - b^2} \\ c &= \sqrt{5^2 - 3^2} \\ c &= \sqrt{16} = 4 \end{aligned}$$

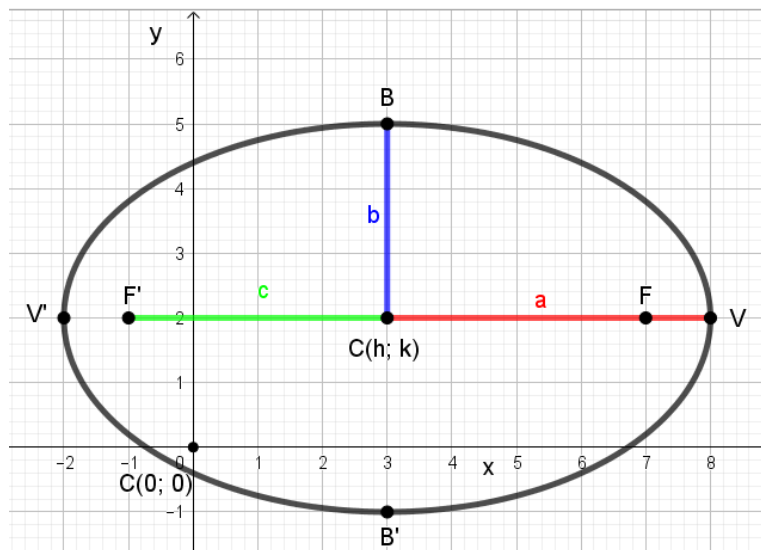
Ejemplo

$$\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1$$

3.5. ECUACIÓN DE LA ELIPSE DE CENTRO (h; k) Y EJES PARALELOS A LOS EJES

A EJE HORIZONTAL

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$



semiejes
 $a = 5$
 $b = 3$
 $c = 4$

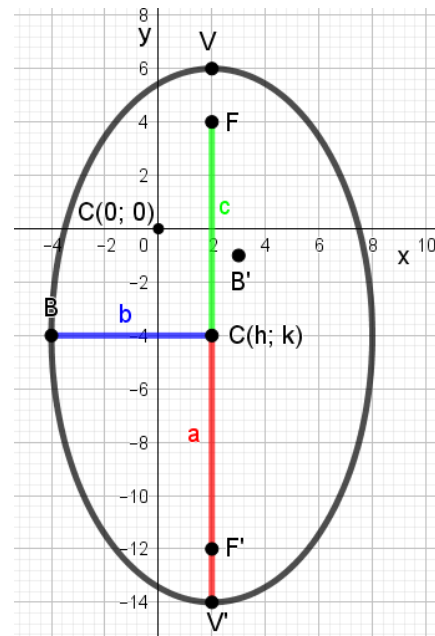
C(h; k)
 $h = 3$
 $k = 2$

Ejemplo

$$\frac{(x - 3)^2}{5^2} + \frac{(y - 2)^2}{3^2} = 1$$

A EJE VERTICAL

$$\frac{(x - h)^2}{b^2} + \frac{(y - k)^2}{a^2} = 1$$



semiejes
 $a = 5$
 $b = 3$
 $c = 4$

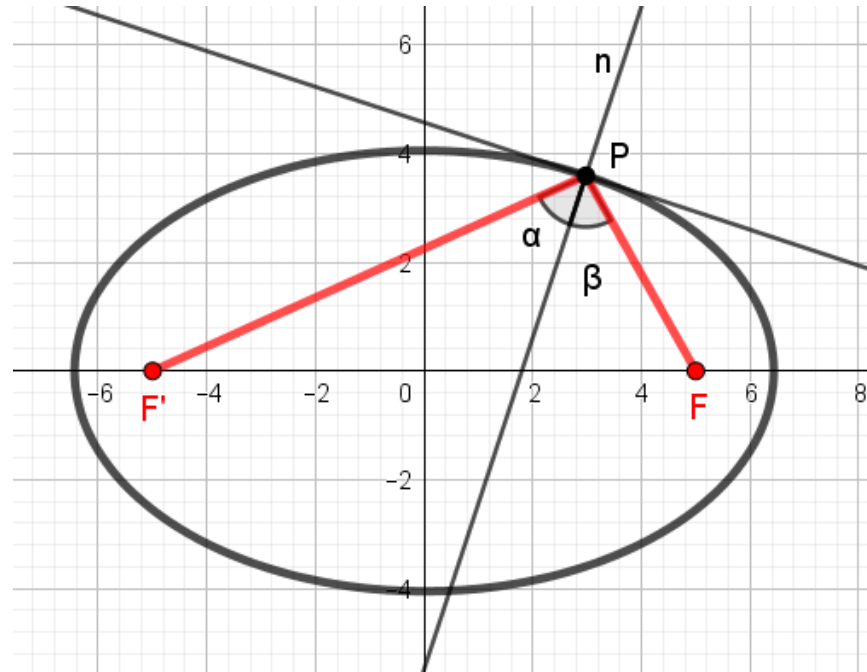
C(h; k)
 $h = 2$
 $k = -4$

Ejemplo

$$\frac{(x - 2)^2}{3^2} + \frac{(y + 4)^2}{5^2} = 1$$

4. ELIPSE. PROPIEDADES. APLICACIÓN

La **normal** a una elipse en uno cualquiera de sus **puntos** es **bisectriz del ángulo** formado por **los radios vectores** de ese punto.



Aplicaciones en luminotecnia y acústica

Ondas luminosas

Los rayos de un foco luminoso colocado en un foco de la elipse al incidir sobre la curvatura se reflejan de manera que pasan por el otro foco.

Ondas sonoras

Los sonidos originados en uno de los focos pueden ser oídos claramente en el otro foco -y ser inaudibles en los puntos intermedios-.



EXPERIENCIA DE CÁTEDRA 2020 MESA DE BILLAR ELÍPTICA

Su característica principal es que cualquier bola lanzada desde un foco, o que pase por él, acaba pasando por el otro foco después de rebotar en la banda elíptica.



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CORDOBA
FACULTAD DE INGENIERIA, QUIMICA Y AGROPECUARIA

INSTRUMENTOS DE MEDICION
PARA SISTEMAS DE MEDICION

Revisión de Instrumentos de Medición
2018 con el uso de
el software de Medición de Medición

CONCEPTOS DE MEDICION
CONCEPTOS DE MEDICION

Revisión de Instrumentos de Medición
2018 con el uso de
el software de Medición de Medición

CONCEPTOS DE MEDICION
CONCEPTOS DE MEDICION



REGLAS DE LA PISTA
REGLAS DE LA PISTA

La pista es un espacio de meditación de las partes de la pista
del cuerpo humano por los movimientos de las partes

REGLAS DE LA PISTA
REGLAS DE LA PISTA

La pista es un espacio de meditación de las partes de la pista
del cuerpo humano por los movimientos de las partes



A trabajar sobre guía!