

POLIGONO FUNICULAR

Consideramos en primer término un cable estirado entre dos puntos fijos, con una sola carga aplicada en su punto medio. Bajo la acción de la carga, el cable adopta una forma simétrica triangular, y a cada apoyo llega la mitad de la carga, por tracción simple a lo largo de ambas mitades del cable.

La forma triangular adoptada por el cable se caracteriza por la **flecha**, distancia vertical entre los soportes y el punto más bajo del cable. Sin flecha, el cable no podría sostener la carga, pues las fuerzas de tracción serían horizontales, y ninguna fuerza horizontal puede equilibrar cargas verticales (figura 1).

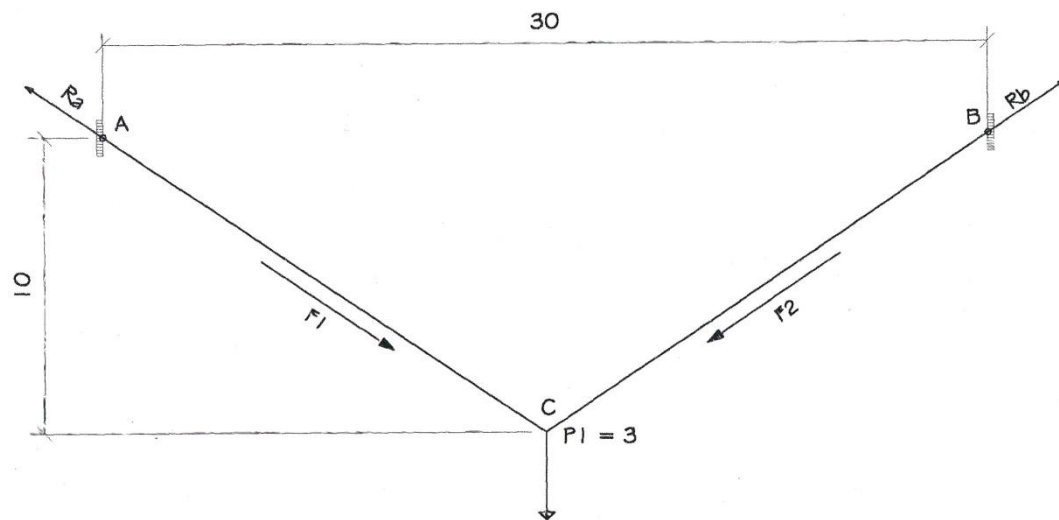


Figura 1 - Cable - Estructura trabajando a tracción

Siendo la luz y la flecha conocidas, podemos descomponer gráficamente la carga en dos direcciones para conocer la magnitud de los esfuerzos internos a los que está sometido el cable (figuras 2 y 3).

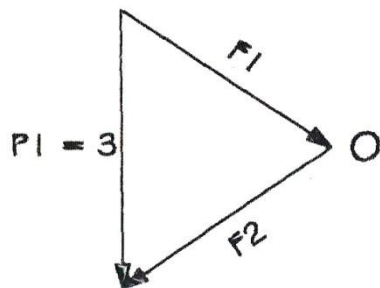


Figura 2 - Descomposición Gráfica de la Carga P

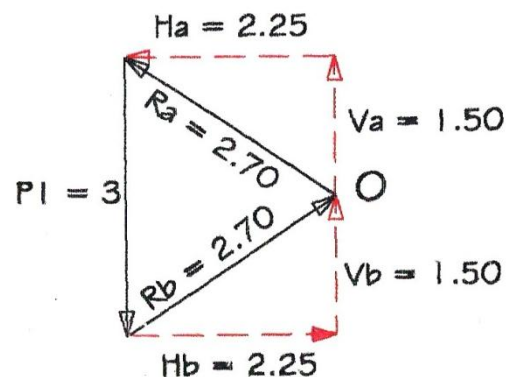


Figura 3 - Polígono de Fuerzas

En los apoyos, el tiro oblicuo del cable puede descomponerse en dos fuerzas: una vertical igual a la mitad de la carga y otra horizontal dirigida hacia el otro apoyo. Si no hubiera apoyos fijos, los extremos del cable, por efecto de la componente horizontal del tiro, se moverían, tendiendo a cerrarse.

Puede observarse que esa fuerza horizontal es inversamente proporcional a la flecha, es decir, que a medida que ésta disminuye (el cable tiende a adquirir la posición horizontal) aumenta las solicitaciones de tracción en el mismo.

Si se le agrega al cable otra carga, por ejemplo en uno de los tramos, éste cambia su forma y se acomoda para transferir dicha carga por medio de tramos rectos de distintas inclinaciones (figura 4). Los dos apoyos desarrollan reacciones verticales distintas (asimetría de carga), pero igual reacción horizontal, pues el cable debe estar en equilibrio en esa dirección, ya que la Σ (sumatoria) de fuerzas en dirección X y la Σ de fuerzas en dirección Y deben ser iguales a cero (figuras 5 y 6). Como vimos, el valor de la componente horizontal de la reacción (también denominada empuje o tiro horizontal) varía en relación inversa a la flecha.

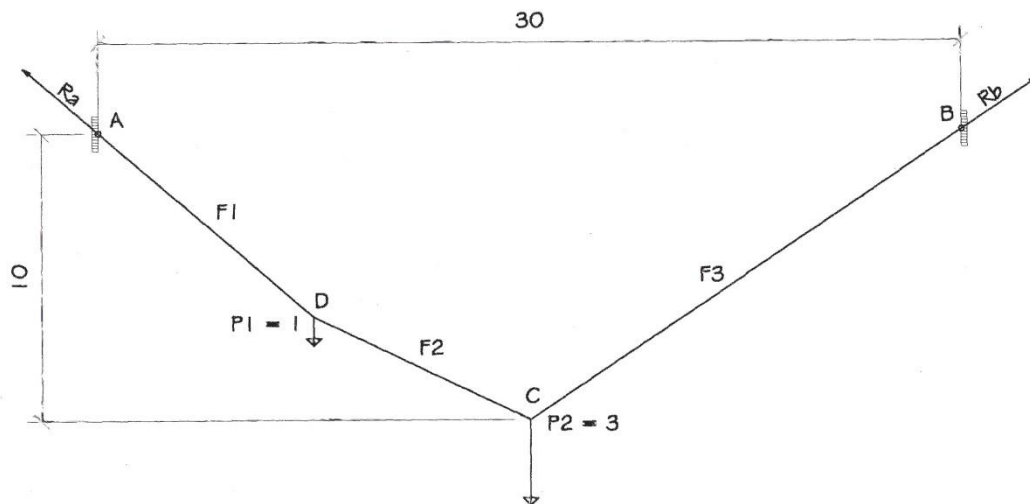


Figura 4 - Cable - Cambio de la geometría en relación al esquema de cargas

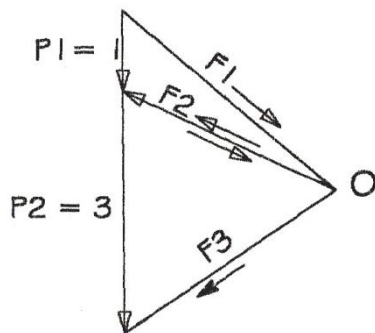


Figura 5 - Descomposición Gráfica de la Carga P

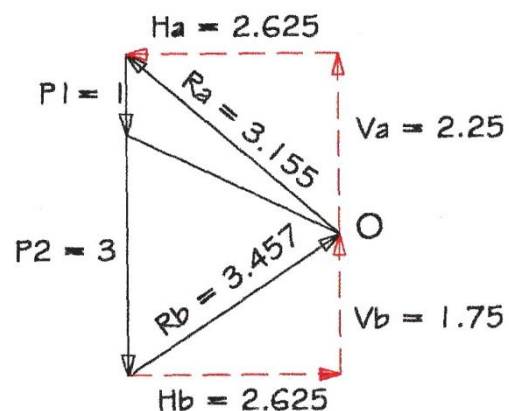


Figura 6 - Polígono de Fuerzas

Conociendo la geometría, el valor de las cargas y la dirección de los extremos del cable, podemos conocer los esfuerzos a que está solicitado.

La deformación del cable bajo la acción de cargas concentradas da como resultado el **polígono funicular** (del vocablo latino *funis*: cuerda, y del griego *gonia*: ángulo), que es la forma natural necesaria para soportar cargas sólo por tracción.

Para cada tipo de cargas el cable toma la forma de equilibrio adecuada para trabajar exclusivamente a tracción. Si se modifican las cargas, la forma del cable varía. Cada estado de cargas, con luz y flecha conocidas, tiene un único polígono funicular, o geometría para trabajar libre de flexiones.

Para resolver una estructura de cables, donde la luz y la flecha están prefijadas, se pueden utilizar las ecuaciones de equilibrio estático en el plano, para encontrar el valor de las reacciones de apoyo: $\Sigma M=0$; $\Sigma X=0$; $\Sigma Y=0$.

Resolución de un ejemplo (figuras 7, 8 y 9):

- Ejemplo 1; Cálculo de Reacciones de Equilibrio

Datos: $l = 30\text{m}$; $h = 10\text{m}$; $P_1 = 1\text{tn}$; $P_2 = 3\text{tn}$; $P_3 = 2\text{tn}$.

$$\Sigma M_A = 0$$

$$P_1 \times 7.5 + P_2 \times 15 + P_3 \times 24 - V_b \times 30 = 0$$

$$V_b = \frac{1 \times 7.5 + 3 \times 15 + 2 \times 24}{30} = 3.35\text{tn}$$

$$\Sigma Y = 0$$

$$P_1 + P_2 + P_3 - V_b - V_a = 0$$

$$V_a = 1 + 3 + 2 - 3.35 = 2.65\text{tn}$$

Mf $C_{\text{der}} = 0$ (Punto de Momento cero porque el cable carece de rigidez flexional).

$$P_3 \times 9 - V_b \times 15 + H_b \times 10 = 0$$

$$H_b = \frac{3.35 \times 15 - 2 \times 9}{10} = 3.2251\text{tn}$$

$$\Sigma X = 0$$

$$H_b - H_a = 0$$

$$H_a = 3.2251\text{tn}$$

Una vez conocidos los valores de las componentes verticales y horizontales de las reacciones, V_a y H_a ; V_b y H_b , se puede determinar el esfuerzo en el arranque (valor de la reacción resultante).

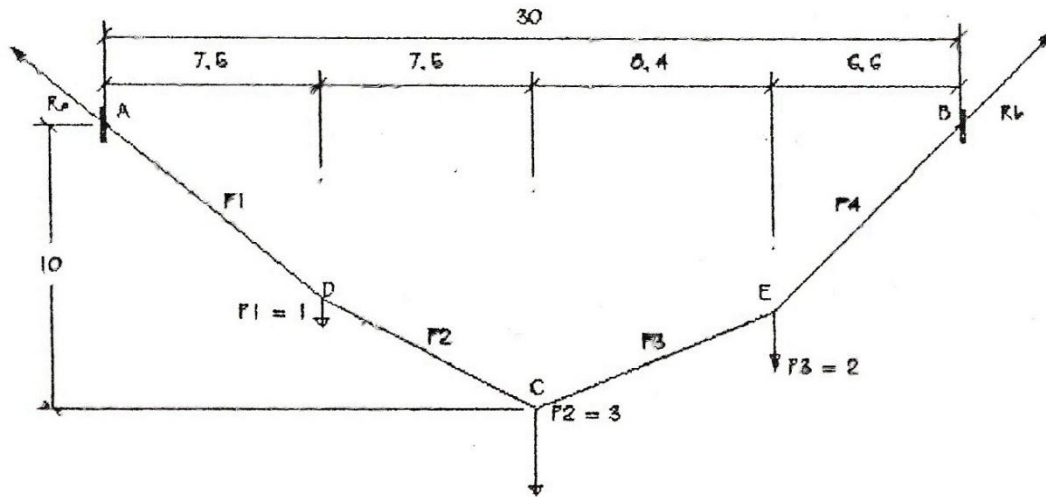


Figura 7 - Geometría y Esquema de Cargas de la Estructura a Tracción

Si descomponemos la carga total en las dos direcciones extremas obtenemos el valor de los esfuerzos en el arranque, que serán iguales y de sentido contrario a las reacciones de apoyo (la dirección es la misma, porque sólo hay tracción, no puede haber excentricidades que produzcan momentos).

En el polígono de fuerzas observamos que el esfuerzo máximo se encuentra en el arranque y es mínimo al centro.

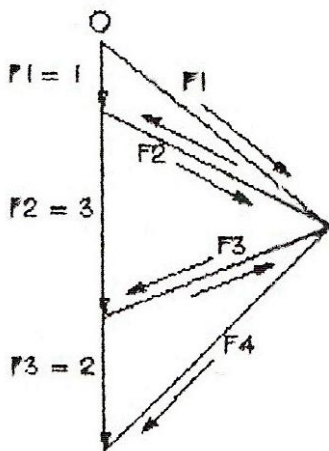


Figura 8 - Descomposición Gráfica de la Carga P

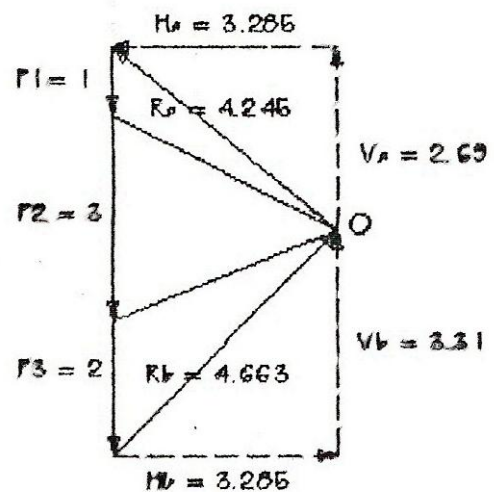
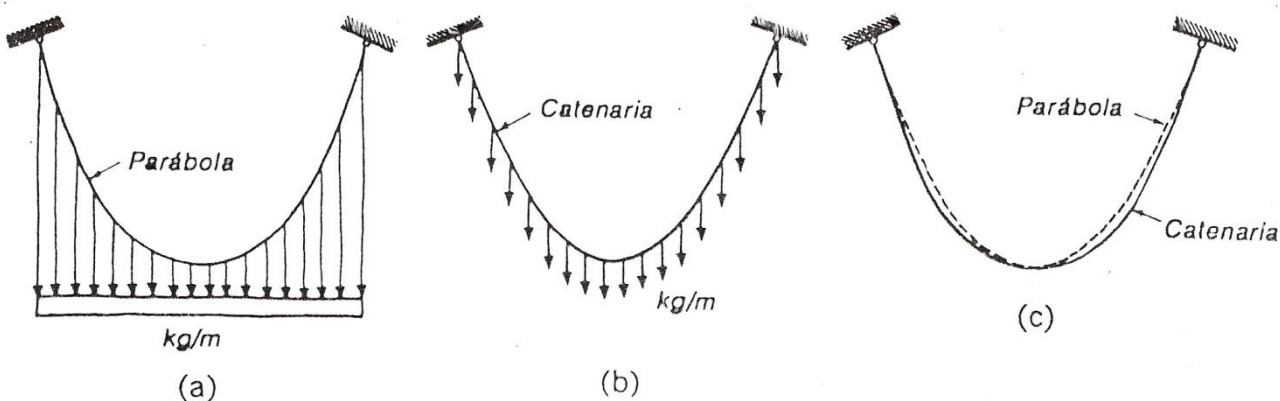


Figura 9 - Polígono de Fuerzas

A medida que aumenta el número de cargas, el polígono funicular toma un número creciente de lados más pequeños que se aproxima a una curva uniforme, hasta llegar a un número infinito de cargas infinitamente pequeñas, en que el polígono se convertirá en una curva funicular. Para un cable con carga uniformemente repartida en proyección horizontal, la curva es una parábola; si las cargas se distribuyen a lo largo del cable, y no horizontalmente, la curva funicular es una catenaria, la forma natural que adopta un cable de sección constante sometido a su propio peso (figuras 10 a, b y c).

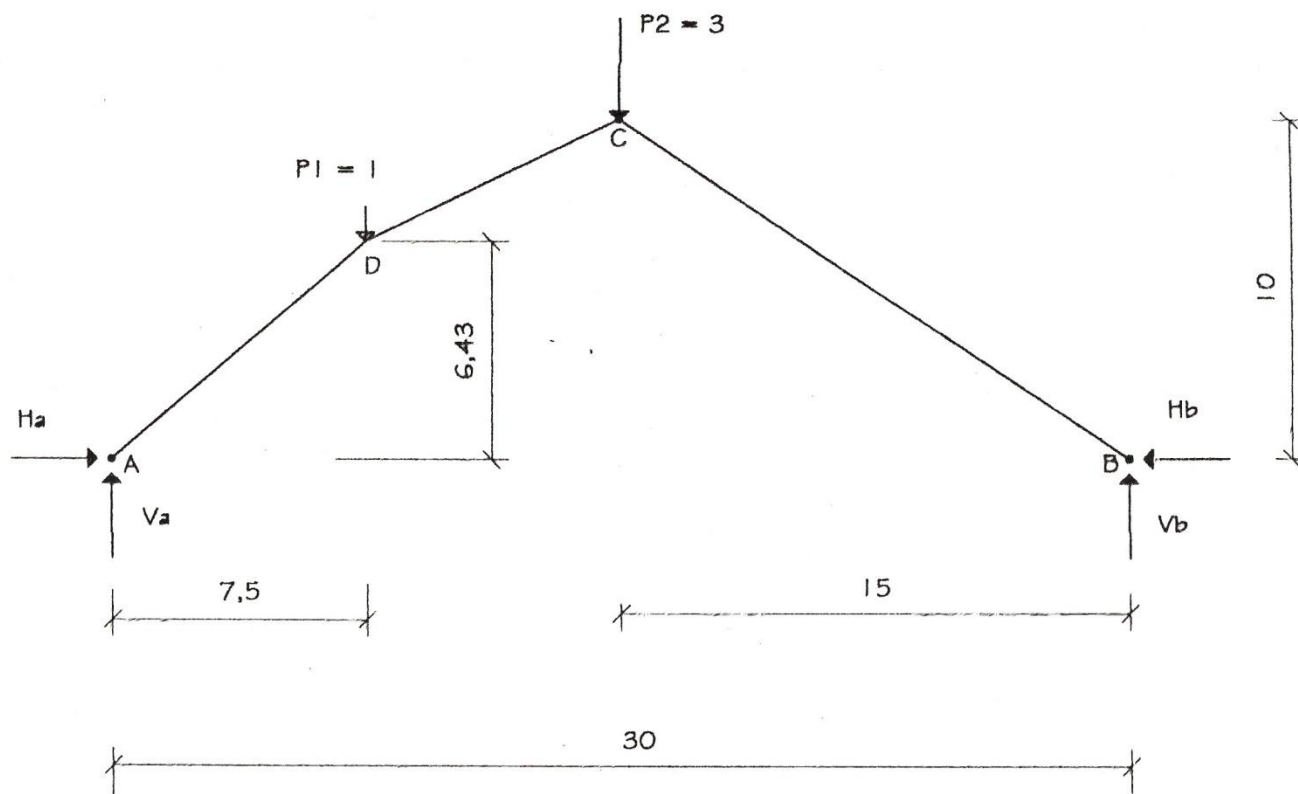


Figuras 10 a, b y c - Curvas Funiculares

Si se invierte la forma funicular que toma un cable cargado se obtiene la forma ideal de un arco que, sometido a ese esquema de cargas, desarrolla sólo tensiones de compresión.

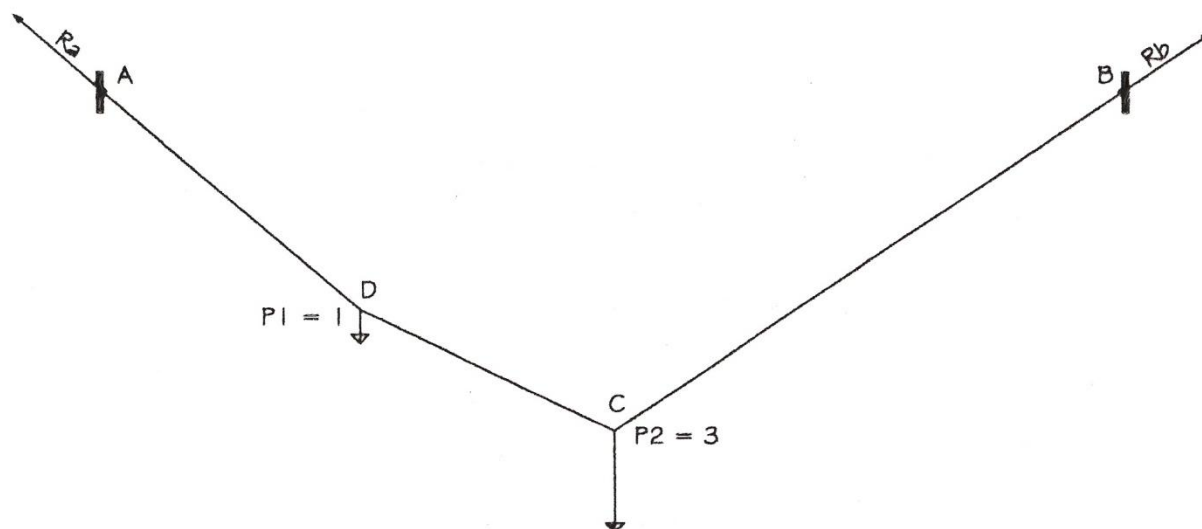
La forma ideal de un arco capaz de resistir cargas determinadas por un estado de compresión simple puede hallarse siempre con la forma del polígono funicular correspondiente, invertido (figuras 11 y 12).

Por lo general, la forma de un arco de cualquier material apto para resistir compresiones, se elige de modo que corresponda al polígono funicular de la carga debida al peso propio, pero cuando actúan otras cargas, como las llamadas sobrecargas variables (nieve, viento, sismo, etc.), se desarrolla un estado de tensiones distinto de la compresión simple. Un cable puede soportar cualquier sistema de cargas de tracción, cambiando para ello su forma; un arco no puede cambiar su forma, y por lo tanto no puede ser funicular de todas las cargas que se espera actúen sobre él. La estabilidad del arco implica falta de adaptación, y por ello en todo arco existe siempre una combinación de compresión y flexión.



ARCO TRIARTICULADO CON LA FORMA DEL FUNICULAR DE LAS CARGAS
ESTRUCTURA TRABAJANDO A COMPRESION

Figura 11 - Arco



CABLE - ESTRUCTURA TRABAJANDO A TRACCION

Figura 12 - Cable

- Ejemplo 2; Resolución Analítica de un Arco Triarticulado (figura 13).

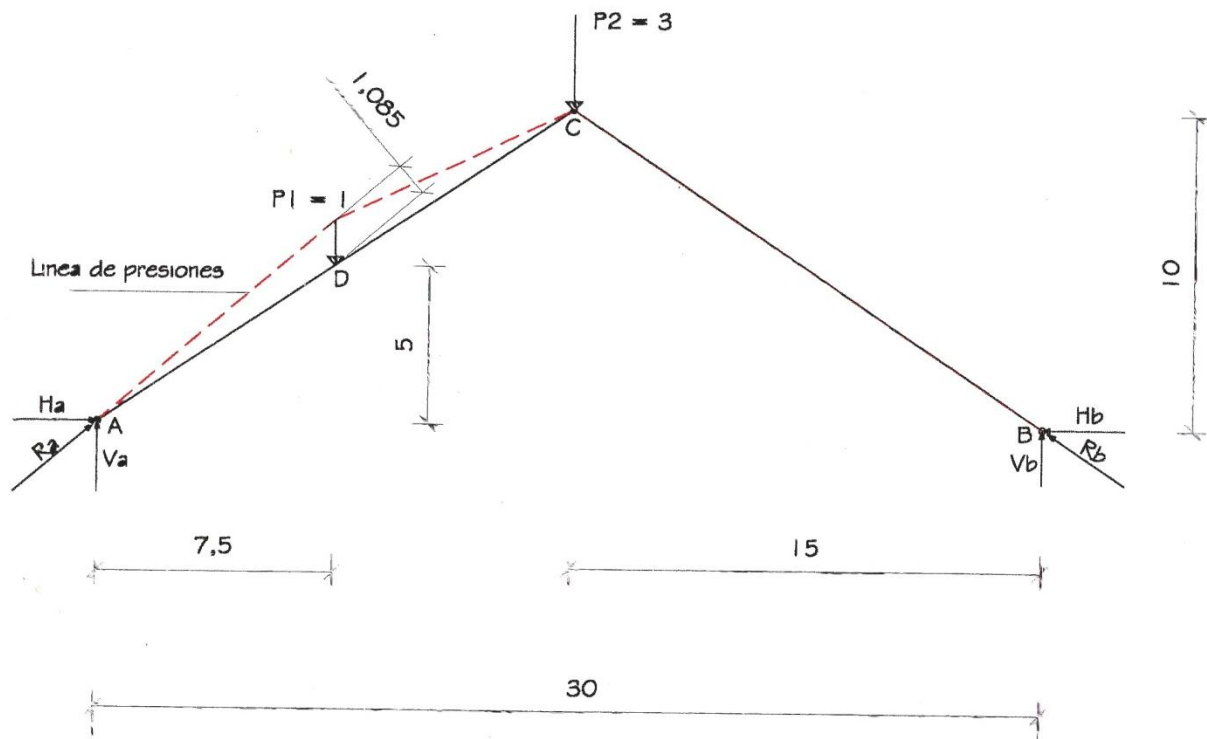


Figura 13 - Arco Triarticulado trabajando a Flexocompresión

Utilización de Ecuaciones de Equilibrio Estático.

Datos: $l = 30\text{m}$; $h = 10\text{m}$; $P_1 = 1\text{t}$; $P_2 = 3\text{t}$.

$$\Sigma M_A = 0$$

$$P_1 \times 7.5 + P_2 \times 15 - V_b \times 30 = 0$$

$$V_b = \frac{1 \times 7.5 + 3 \times 15}{30} = 1.75\text{t}$$

$$\Sigma Y = 0$$

$$P_1 + P_2 - V_b - V_a = 0$$

$$V_a = 1 + 3 - 1.75 = 2.25\text{t}$$

Mf $C_{der} = 0$ (Punto de Momento cero porque el cable carece de rigidez flexional).

$$- V_b \times 15 + H_b \times 10 = 0$$

$$H_b = \frac{1.75 \times 15}{10} = 2.625t$$

$$\Sigma X = 0$$

$$H_b - H_a = 0 \rightarrow H_a = 2.625t$$

$$R_a = \sqrt{H_a^2 + V_a^2} = \sqrt{2.625^2 + 2.25^2} = 3.457t$$

$$R_b = \sqrt{H_b^2 + V_b^2} = \sqrt{2.625^2 + 1.75^2} = 3.155t$$

Conociendo las reacciones se construye el polígono de fuerzas (figura 14)

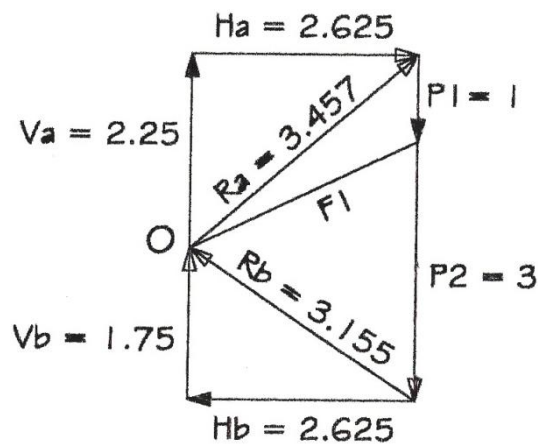


Figura 14 - Polígono de Fuerzas

Cálculo de la **flexión** ocasionada por una carga variable.

$$M_{fd} = V_a \times 1.75 - H_a \times 5 \rightarrow M_{fd} = 22.5 \times 1.75 - 2.625 \times 5 = 3.75t$$

También podría plantearse la siguiente ecuación:

$$M_{fd} = R_a \times e \rightarrow M_{fd} = 3.457 \times 1.085 = 3.75t$$

R_a = Reacción de apoyo

e = excentricidad de la fuerza, distancia normal a la recta de acción de la fuerza desde el eje de la pieza.

El momento flector es máximo en la sección d-d' porque es donde más se aleja la curva de presiones de la geometría del arco (figura 13).

Si se invierte la forma parabólica que toma un cable sobre el cual actúan cargas uniformemente distribuidas según una horizontal, se obtiene la forma ideal de un arco que, sometido a ese tipo de carga, desarrolla sólo tensiones de compresión (figura 15).

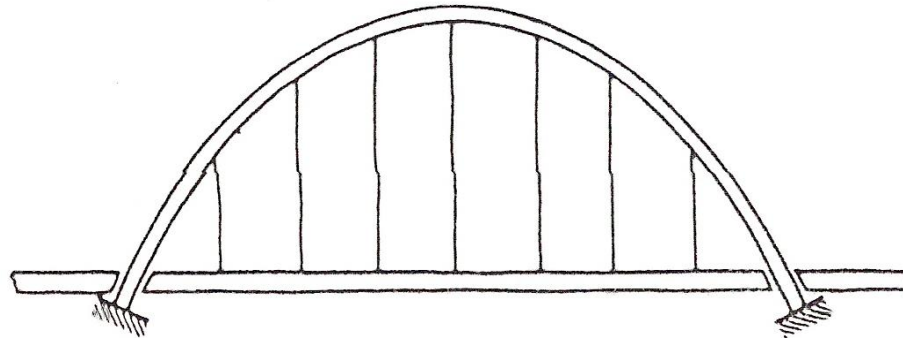


Figura 15 - Arco Funicular

El arco es en esencia una estructura de compresión utilizada para cubrir grandes luces. Esta tipología estructural fue desarrollada inicialmente por los romanos, y se construía en piedra o mampuestos.

En las construcciones pesadas, de piedra o mampostería, la forma del arco es generalmente el antifunicular de su peso propio y el de los muros que actúan de contrafuertes, aunque exista flexión debido a las sobrecargas de uso y variables (figura 16). En los grandes arcos de acero, las sobrecargas de uso y variables representan una parte de la carga total más importante que el peso propio e introducen una mayor flexión que en los de piedra; pero dada la resistencia, tanto a la tracción como a la compresión del acero, no existen problemas para dimensionar las piezas a flexocompresión (figuras 17 y 18).



Figura 16 - Arcos de Mampostería



Figura 17 - Estación Terminal de Waterloo, N. Grimshaw, Londres, 1993

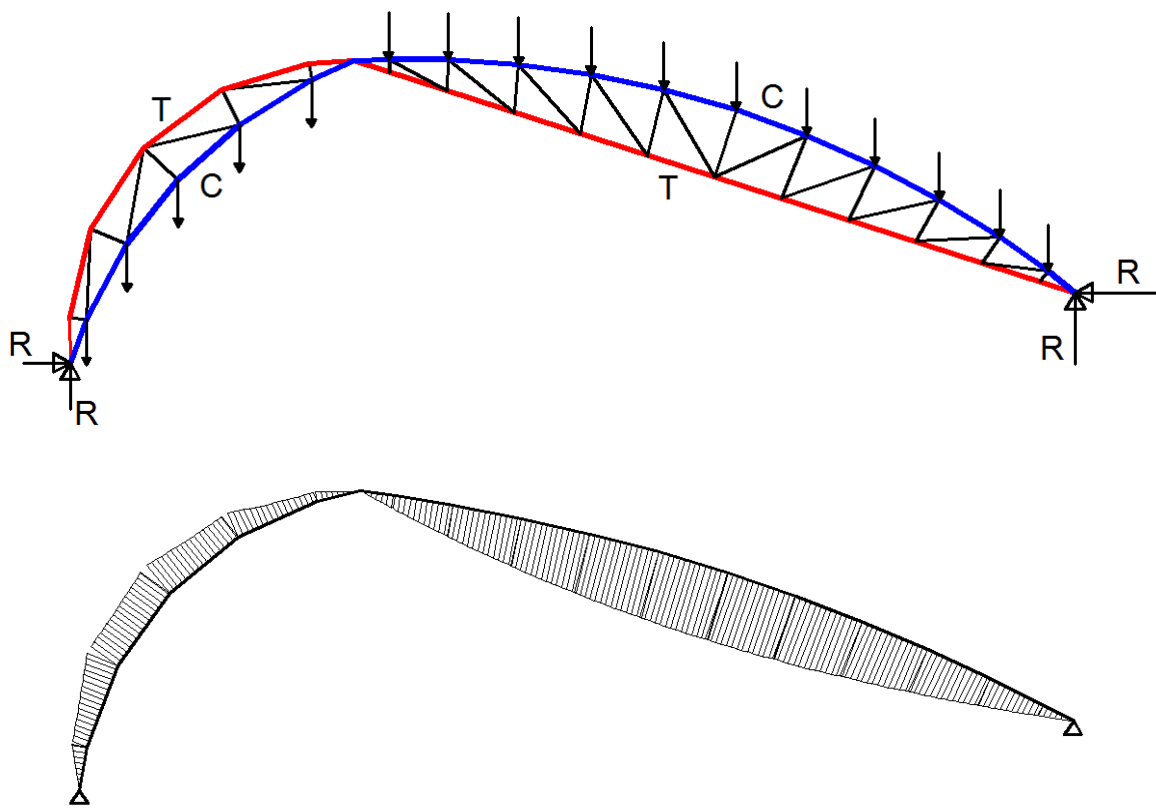


Figura 18 - Esquema de cargas y diagrama de Momentos Flectores

Relación entre la forma y el funcionamiento de una estructura

ESTRUCTURAS CON CARGAS GRAVITATORIAS

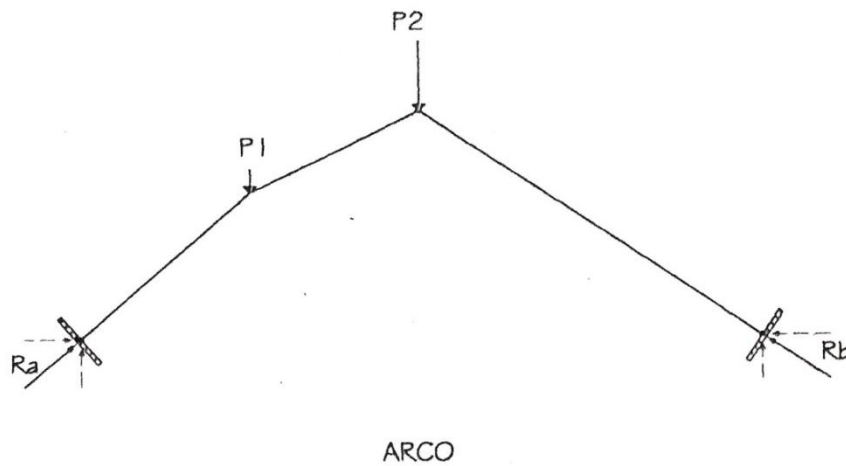


Figura 19 - ESTRUCTURA TRABAJANDO A COMPRESION

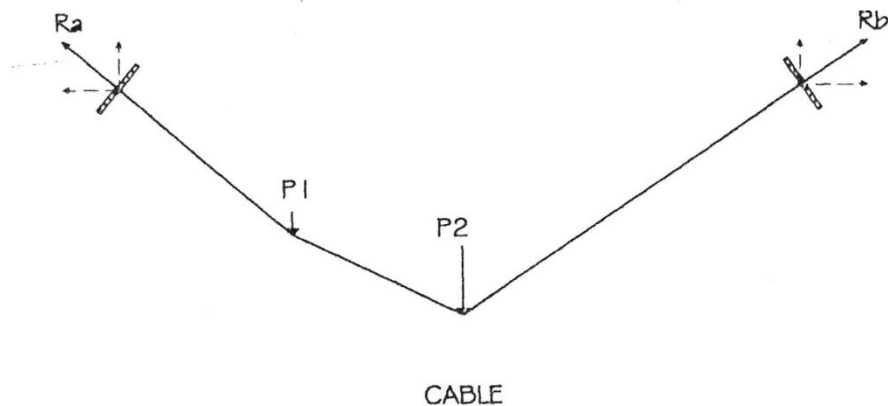


Figura 20 - ESTRUCTURA TRABAJANDO A TRACCION

ESTRUCTURAS QUE TRABAJAN POR FORMA?

ESFUERZO AXIAL

EXCLUSIVA O FUNDAMENTALMENTE

La forma estructural es una de las variables que maneja el diseñador y, casi siempre, es aquella sobre la que tiene más posibilidades de acción y, sin lugar a dudas, la más significativa dentro del resultado arquitectónico.

Algunos creen que la forma de la estructura incide de manera determinante en el tipo de sollicitación a que está sometida. Siguiendo esa hipótesis podríamos deducir que las

estructuras de cable y los arcos trabajan sólo, o principalmente a esfuerzos axiales de tracción y de compresión respectivamente (figuras 19 y 20). Para el caso de una viga recta simplemente apoyada la sollicitación principal sería la de flexión y también de corte, con un importante trabajo de deformación, entonces la estructura no trabaja por forma, sino por material (figura 21).

ESTRUCTURAS CON CARGAS GRAVITATORIAS

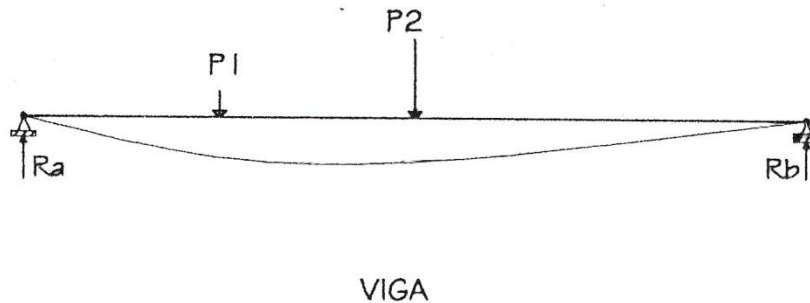


Figura 21 - ESTRUCTURA TRABAJANDO A FLEXION

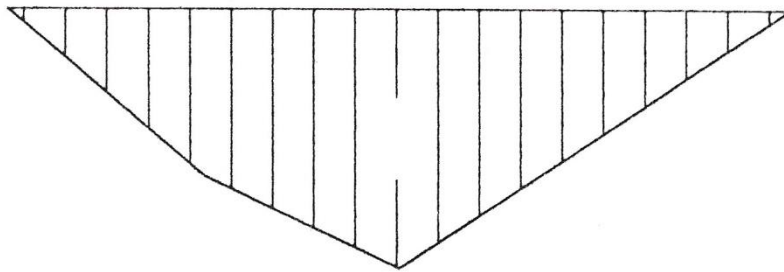


DIAGRAMA DE MOMENTOS FLECTORES

ESTRUCTURAS QUE TRABAJAN POR MATERIAL?

FLEXION Y CORTE

TRABAJO DE DEFORMACION ES MAYOR

Si bien la forma ha incidido en la diferencia de sollicitación, también han influido las cargas y las reacciones, por lo tanto el tipo de vínculos de la estructura.

Si el arco se asienta sobre un apoyo incapaz de reaccionar horizontalmente (por ejemplo una columna esbelta), tendrá las mismas reacciones que una viga, y también los mismos momentos flectores (figuras 22 y 23).

ESTRUCTURAS CON CARGAS GRAVITATORIAS

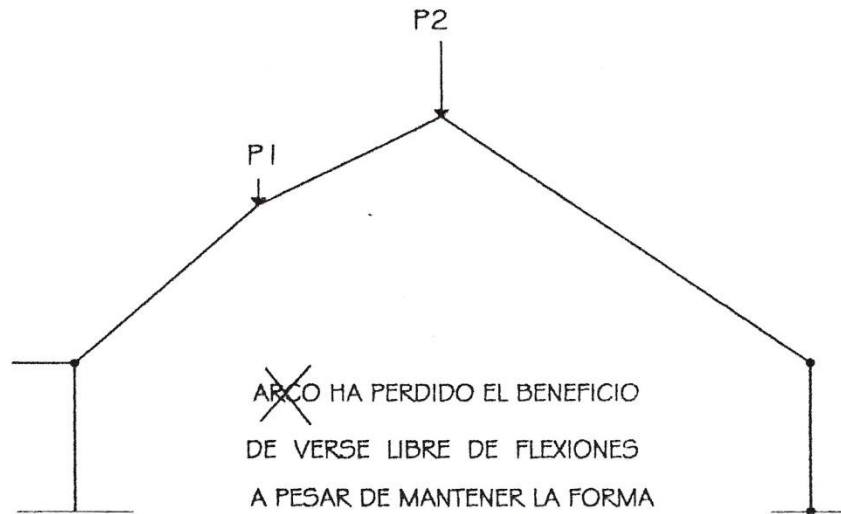


Figura 22 - Influencia de los Vínculos en el comportamiento estructural

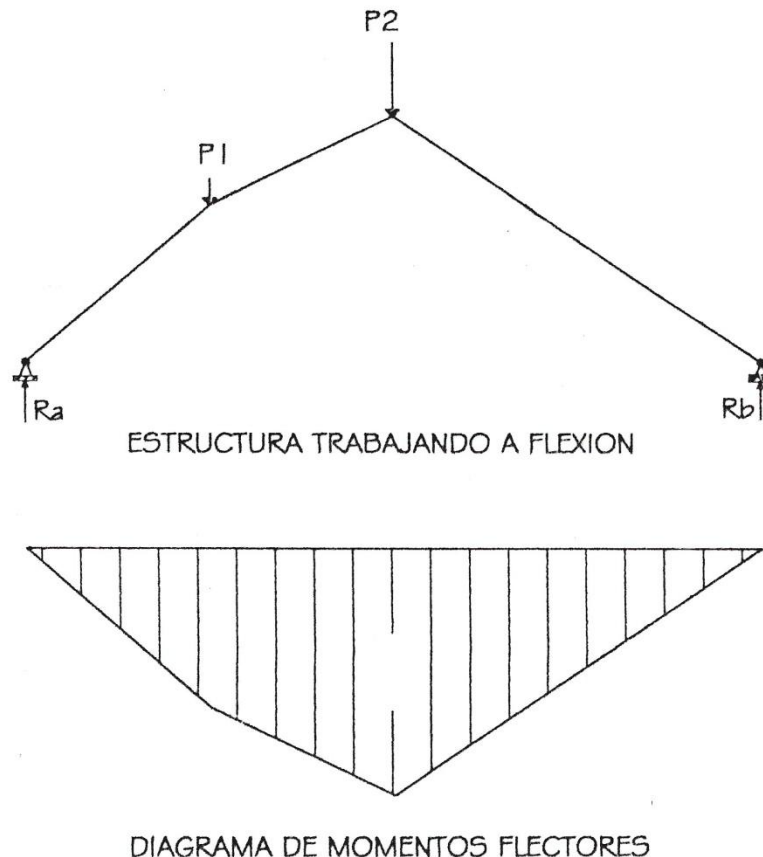


Figura 23 - Viga de eje quebrado

Si se considera la acción sísmica como fuerzas horizontales equivalentes, proporcionales a la masa de la construcción, y las aplicamos a las estructuras mencionadas, veremos que las solicitaciones varían: el cable no tiene rigidez y oscilará mientras actúe la carga porque no tiene posibilidad de equilibrio más que a través de acomodar su geometría (figura 24); el arco tendrá reacciones no coincidentes con la dirección del arranque, habrá excentricidades, y por lo tanto flexiones (figura 25); la viga apenas sentirá alguna tracción o compresión sin flexionarse (figura 26).

ESTRUCTURAS CON CARGAS HORIZONTALES EQUIVALENTES

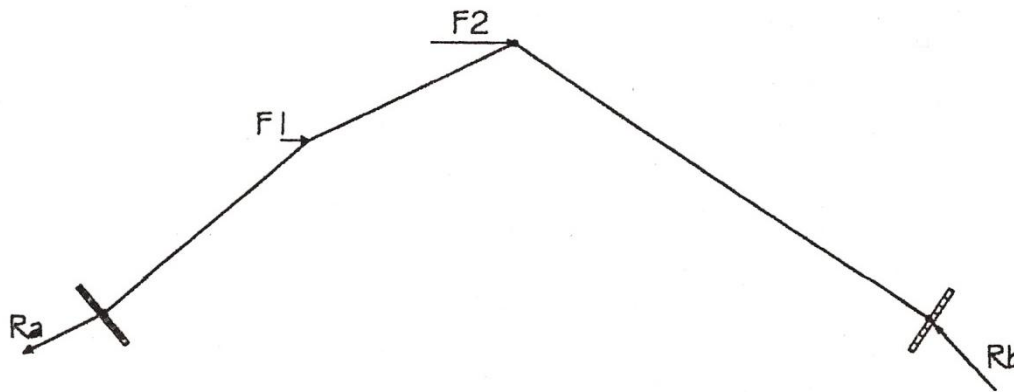


Figura 24 - ARCO

LA LINEA DE PRESIONES NO COINCIDE CON EL EJE DE LA PIEZA
HAY FLEXIONES

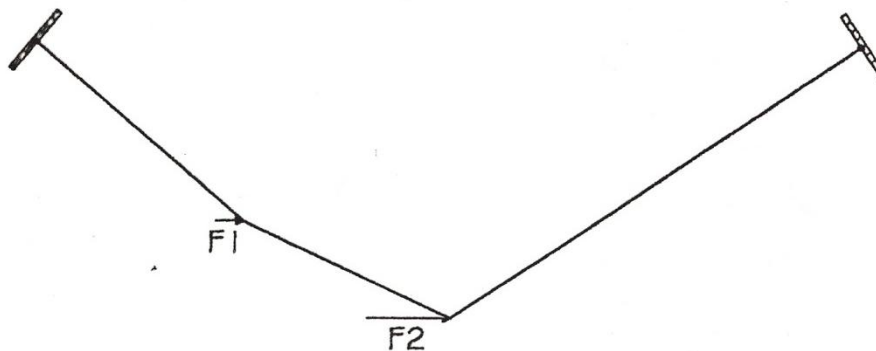


Figura 25 - CABLE

FUNICULAR QUE NO COINCIDE CON EL EJE DE LA PIEZA
NO HAY RIGIDEZ FLEXIONAL— NO HAY EQUILIBRIO

ESTRUCTURAS QUE TRABAJAN POR FORMA?
ESFUERZO AXIAL EXCLUSIVO O FUNDAMENTALMENTE

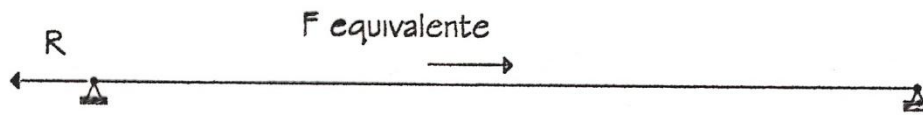


Figura 26 - VIGA

ESTRUCTURA TRABAJANDO A ESFUERZO NORMAL

ESTRUCTURAS QUE TRABAJAN POR MATERIAL?

FLEXION Y CORTE TRABAJO DE DEFORMACION ES MAYOR

“¿Hay estructuras que no tengan alguna forma o que no estén hechas de algún material?”

Si todas tienen forma y material no puede resultar éste un buen criterio para diferenciar su comportamiento. En cambio sí hay estructuras que, cuando ante ciertas condiciones de vínculos y cargas trabajan exclusivamente a tracción (cables) o a compresión (arcos, columnas, puntales), o a flexión (losas, vigas).

Casi siempre las estructuras sometidas a cargas axiales son más eficientes que las flexionadas.

Lo que no debe olvidarse nunca es que la solicitación en cualquier sección depende de las cargas, de las reacciones que a su vez dependen de los vínculos, y de la geometría de la estructura.” (Intuición y Razonamiento en el Diseño Estructural, Daniel Moisset de Espanés).

Bibliografía:

- **MOISSET, D. (1999).** Intuición y Razonamiento en el Diseño Estructural, Córdoba, Argentina. Editorial Ingreso.
- **TORROJA, E.** Razón y ser de los tipos estructurales. Consejo Superior de Investigaciones Científicas. Madrid. España.
- **SALVADORI, M. (1986).** Estructuras para Arquitectos, Madrid, España. Kliczkowski Publisher.
- **CATEDRA DE ESTRUCTURAS IV (1988).** Apuntes de Cátedra.
- **FERNANDEZ SAIZ, M. (1989-1990).** Relaciones Recíprocas entre Mecánica Estructural y la Definición y Calificación del Espacio Arquitectónico. Tipología: Arco. Trabajo de Investigación para SeCyT, UNC