

Entes geométricos

Figuras Planas

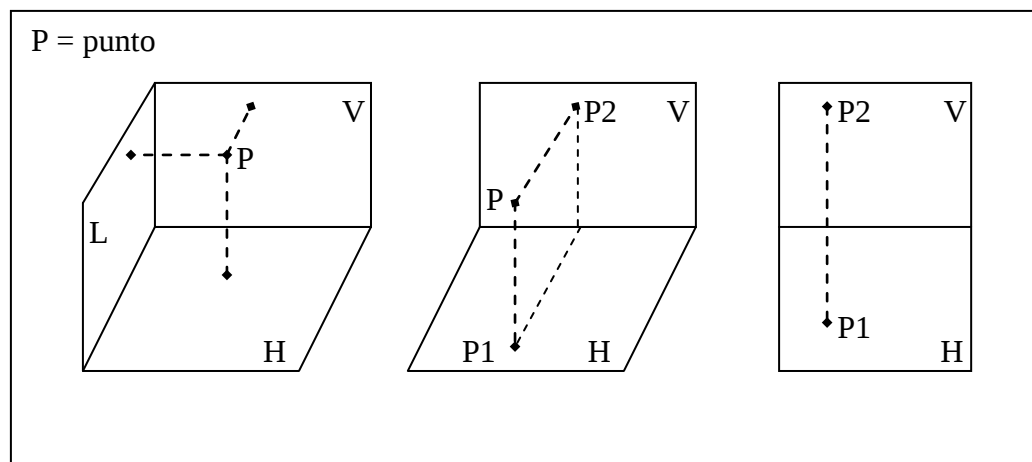
Matemática IA
F.A.U.D. U.N.C

Introducción a la Geometría

Entes geométricos fundamentales. Figuras geométricas planas

La Geometría (*geo: tierra; metría: medida*) es la rama de las Matemáticas que tiene por objeto el estudio de las propiedades, relaciones y leyes de las entidades geométricas: puntos, líneas, superficies, ángulos, planos, figuras y cuerpos, en cuanto a su forma, medida, posición y extensión.

- o Geometría descriptiva: Estudia las representaciones de las entidades geométricas por medio del dibujo en cuanto a sus proyecciones sobre tres planos. Estos planos son el vertical, el horizontal y el lateral. En la práctica se reducen a los dos primeros planos, ya que el lateral se toma en referencia a una orilla de la hoja de dibujo. De esta forma es posible la representación de toda entidad geométrica y el estudio de sus propiedades.



- o Geometría euclídea: Construida teniendo como modelo al plano y en la que se cumplen los cinco postulados de Euclides. (se desarrollarán más adelante)
- o Geometría métrica: Aborda aquellas propiedades de entidades geométricas que representan una invariante en relación con el grupo de movimientos dados en el espacio.
- o Geometría analítica: Utiliza el análisis matemático para el estudio de las propiedades de las entidades geométricas, en el plano y en el espacio. De allí se reconocen la Geometría plana o de las dos dimensiones y la Geometría del Espacio.
- o Geometría de la posición o Topología: Estudia las relaciones de las entidades geométricas atendiendo a su posición en el plano o en el espacio.
- o Geometría diferencial: Utiliza el cálculo diferencial en la resolución de problemas de geometría establecidos por ecuaciones que representan curvas o superficies.
- o Geometría esférica: Se construye sobre la superficie de una esfera como modelo geométrico

- o Geometría proyectiva: Estudia a las entidades geométricas y las propiedades que conservan cuando están sujetas a aplicaciones proyectivas.

Entes geométricos fundamentales

PUNTO:

En geometría el punto es uno de los entes geométricos fundamentales, junto a la recta y el plano. Euclides lo definió *“como el que no tiene partes”*. El punto geométrico no tiene dimensión: (el golpe del lápiz sobre un papel). Otra definición habitual es, el lugar donde se cortan dos rectas.

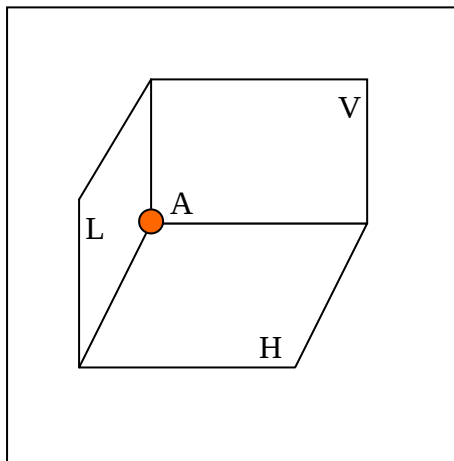
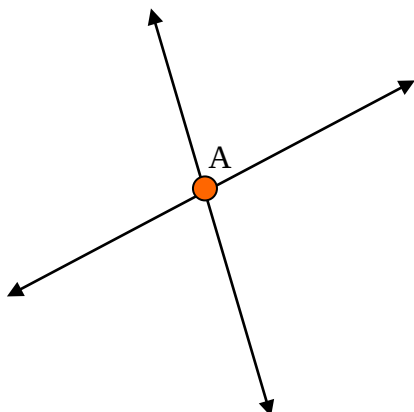
Son considerados conceptos primitivos, o sea que no es posible definirlos con el uso de otros elementos ya conocidos. Sin embargo es posible elaborar definiciones de ellos, en base a los Postulados característicos, que determinan relaciones entre los entes fundamentales. (véase “recta”).

Representación del punto:

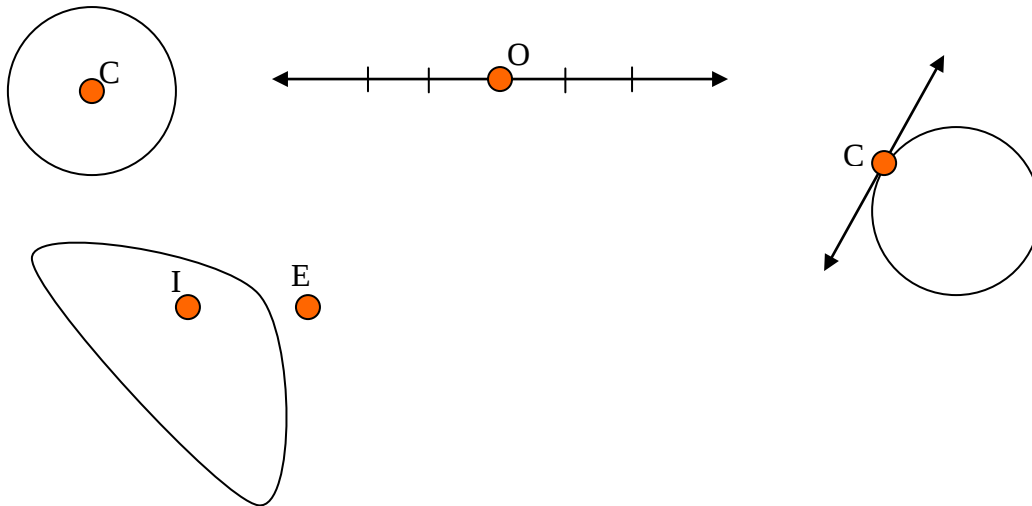
Suele representarse sin relación a otra figura, como una "equis" pequeña, o como una pequeña línea perpendicular cuando pertenece a rectas, semirrectas o segmentos y puede notarse con una letra mayúscula de imprenta.



Puede concebirse además por la intersección de dos rectas no paralelas o la intersección de tres planos.



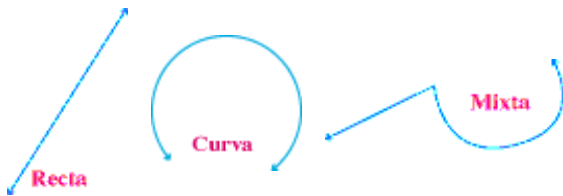
En geometría podremos hablar de **Punto centro** (el que define el centro de un círculo), **Punto Cero** (el que es origen de un sistema de referencia); **Punto de Intersección** (en el que se cortan dos elementos geométricos); **Punto de Contacto** (en el que una recta es tangente a una curva); **Punto del Infinito** (en el que hipotéticamente se cortan dos rectas paralelas); **Punto de Fuga** (punto del horizonte al que confluyen todas las rectas hipotéticamente paralelas en la geometría proyectiva); **Punto exterior** (Que no pertenece al conjunto de referencia); **Punto Interior** (Que pertenece al conjunto de referencia), **Punto Medio** (que equidista de los extremos de un segmento); **Puntos lineados, puntos coplanarios, etc.-**



RECTA:

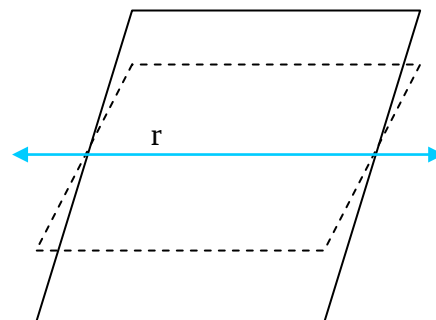
En principio, es conveniente reconocer los diferentes tipos de líneas. Llamamos línea a la huella que deja el desplazamiento de un punto.

Las líneas pueden ser rectas (trayectoria de un punto en una misma dirección), curvas (trayectoria de un punto que cambia continuamente de dirección) o mixtas.



La recta geométrica puede asemejarse a una línea sin espesor y de longitud ilimitada (hilo tenso sin espesor)

Se considera **recta** también a la intersección de dos planos.



Las rectas, que son infinitas, pueden tener dirección horizontal, vertical u oblicua. Se nombran con una letra **L** ó **R**, o con 2 letras mayúsculas, y su símbolo sobre ellas.

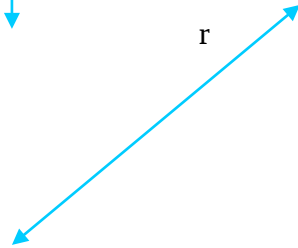
AB horizontal



L vertical



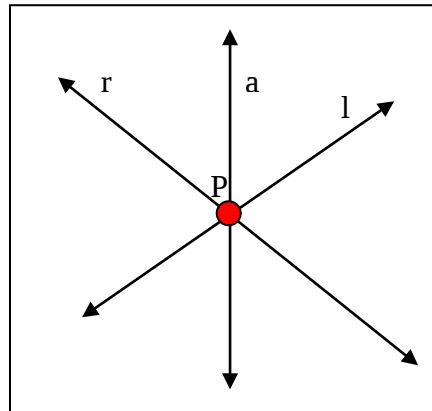
R oblicua



-Postulados característicos:

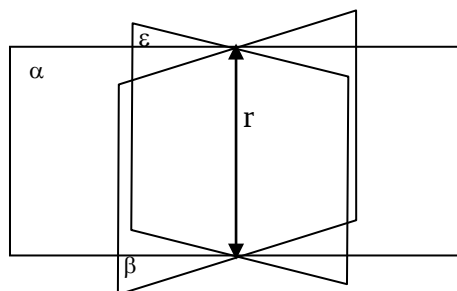
- 1- “Existen infinitos puntos, infinitas rectas e infinitos planos”
- 2- “Por un punto pasan infinitas rectas”.

El conjunto de rectas que pasa por un punto se denomina haz de rectas.

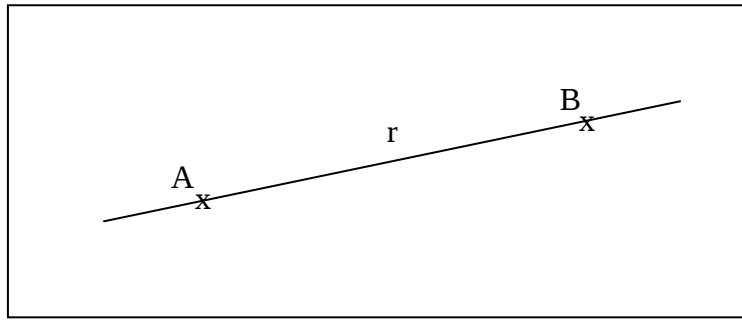


- 3- “Por una recta pasan infinitos planos”.

Estos planos forman un haz de planos.



- 4- “Dos puntos determinan una recta a la cual pertenecen”
Estos puntos fijan la posición de la recta en el plano y en el espacio.



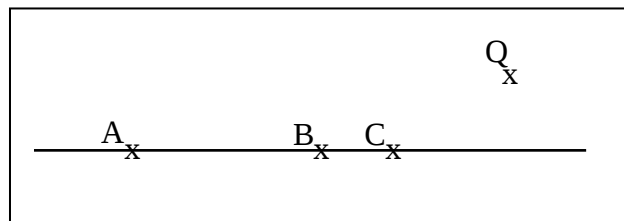
Esta recta puede llamarse recta AB ya que se cumple que los puntos A y B determinan a la recta “r”, tal que el punto A pertenece a la recta “r” y el punto B pertenece a la recta “r”.

$$A \text{ y } B = r / A \in r \text{ y } B \in r$$

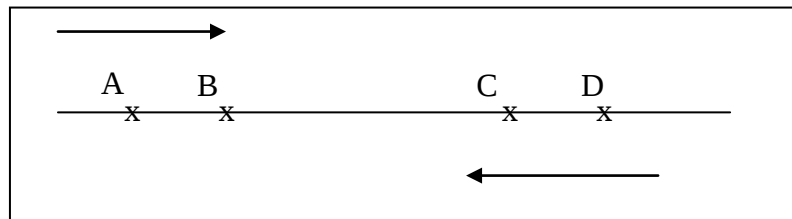
Una recta, desde le punto de vista de la Geometría Analítica, es el lugar geométrico que responde a la ecuación:

$y = ax + b$	forma explícita
$Ax + Bx + C = 0$	forma implícita

- 5- “A una recta pertenecen infinitos puntos y existen también infinitos puntos que no pertenecen a ella.”



- 6- “Los puntos de una recta pueden ordenarse de dos modos distintos que se llaman ordenamientos naturales. En la gráfica, éstos están indicados por la flecha.”



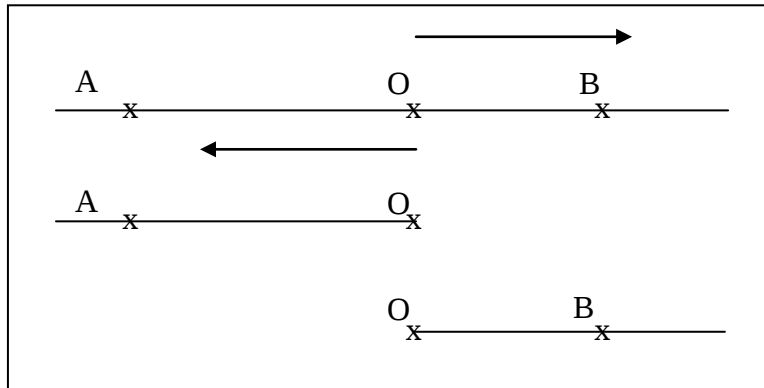
Entre las categorías de rectas encontramos: la recta numérica, la recta real, la recta secante, rectas paralelas, rectas perpendiculares, recta tangente; rectas notables del círculo y del triángulo; que se estudiarán en el apartado correspondiente.

SEMIRRECTA:

Es la porción de una recta formada por un punto llamado origen y todos los puntos que le siguen en uno de los ordenamientos naturales.

Así, un punto O considerado en una recta, divide a ésta en dos conjuntos no vacíos de **origen O**.

Puede decirse que cada punto de una recta determina dos semirrectas de las cuales es origen. Esas dos semirrectas son opuestas.



Notación:

$\overrightarrow{OA}$ es la semirrecta de origen O que contiene a A y $\overrightarrow{OB}$ es la semirrecta de origen O que contiene a B

También puede observarse que:

$\overrightarrow{OA} \cap \overrightarrow{OB} = O$ y $\overrightarrow{OA} \cup \overrightarrow{OB} = \text{recta } AB$

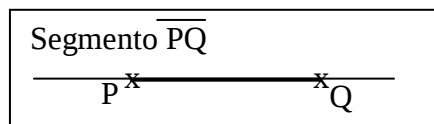
SEGMENTO:

Se denomina así a la porción de recta (notación: $\overline{AB}$; se lee segmento AB) o de curva.

A este último usualmente se le llama "arco". (Notación: $\overline{AB}$; se lee arco AB)

La porción de recta está definida por dos puntos que se llaman extremos del segmento y todos los puntos contenidos entre ellos. También es un segmento la parte común entre dos semirrectas.

Por consiguiente, dado el segmento $\overline{PQ}$, es el conjunto de puntos que resulta de la intersección de las semirrectas $\overrightarrow{PQ}$ y $\overrightarrow{QP}$.



Cuando los extremos coinciden, el segmento es nulo.

Entre las categorías de segmentos podemos distinguir el segmento orientado o vector, el segmento esférico y el segmento circular.

PLANO:

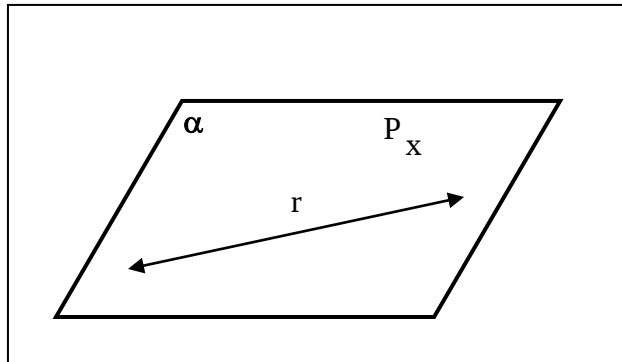
El plano geométrico puede asimilarse a una superficie sin espesor y prolongada infinitamente (hoja de papel infinita).

Se menciona, en general, con una letra del alfabeto griego; y geoméricamente queda definido por:

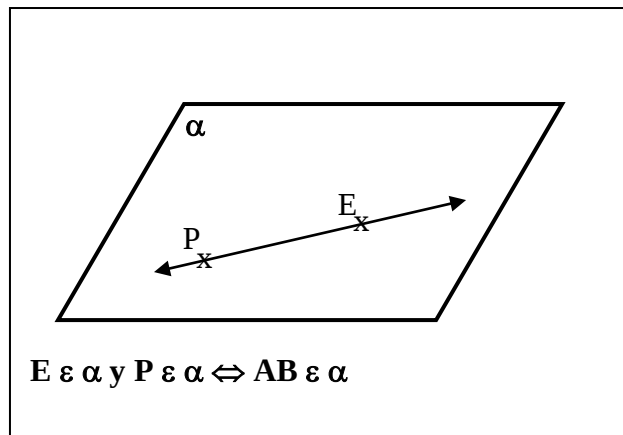
- Tres puntos no alineados.
- Una recta y un punto no contenido en ella.
- Dos rectas que se cortan.
- Dos rectas paralelas

Postulados fundamentales:

1. “Una recta y un punto fuera de ella determinan un plano al cual pertenecen”



2. “La recta determinada por dos puntos de un plano, pertenece a ese plano.”



3. “A un plano pertenecen infinitos puntos y existen también infinitos puntos fuera de él.”

Finalmente, podemos hablar del plano abatido; plano de simetría; plano ortogonal; plano tangente y plano secante.

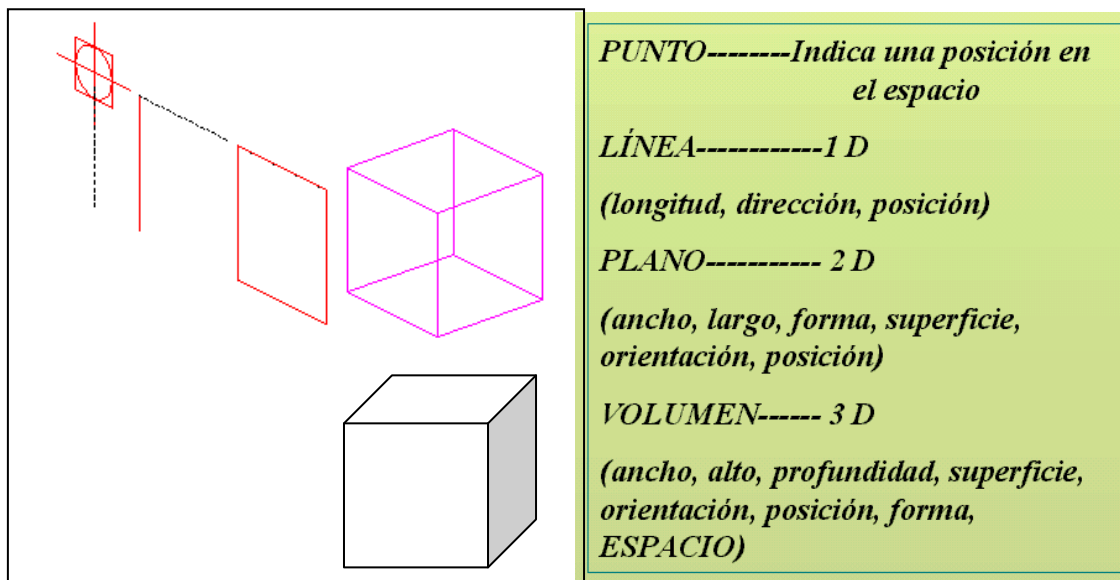
ESPACIO:

Se define como el lugar geométrico al que se aplican tres dimensiones. Es el conjunto de todos los puntos. Las rectas y los planos son subconjuntos del espacio.

La Matemática y la Geometría son lenguajes sustentadores del diseño arquitectónico y urbano.

El movimiento de un punto define una línea con una determinada longitud, dirección y posición (una dimensión). El movimiento de esa línea determina un plano del que se podrán establecer el largo, el ancho, la forma, la posición (dos dimensiones). El

movimiento del plano en distintas direcciones genera un volumen de características mensurables: ancho, alto, profundidad , forma, posición (tres dimensiones)

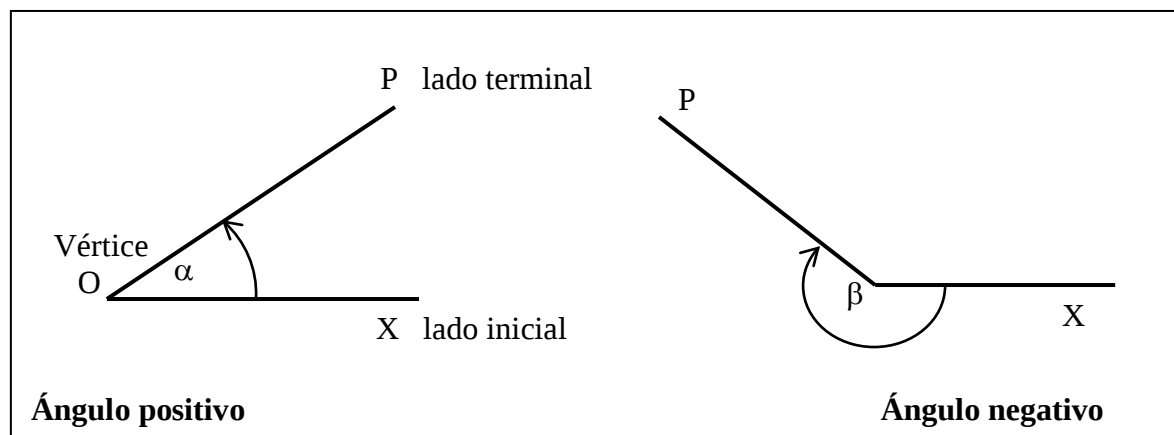


ANGULOS:

El ángulo es la figura geométrica determinada por dos rectas o planos que se cortan. También se define como la figura que queda determinada por dos semirrectas que tienen un origen en común. Las dos semirrectas reciben el nombre de **lados del ángulo** y el origen recibe el nombre de **vértice del ángulo**.

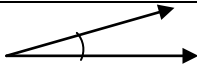
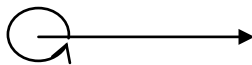
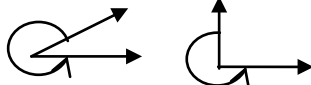
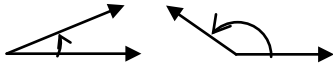
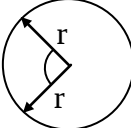
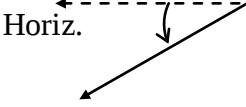
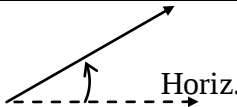
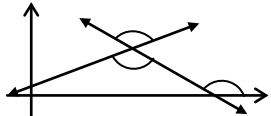
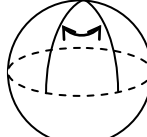
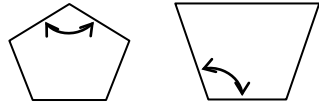
También diremos que un ángulo se genera mediante un giro en un plano de una semirrecta, que se traslada de una posición inicial hasta una posición final, quedando determinados sus lados (inicial y terminal) y su vértice.

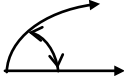
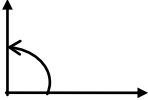
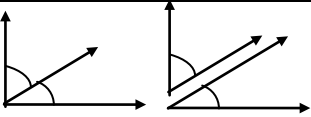
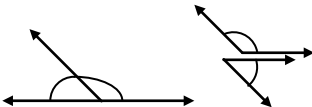
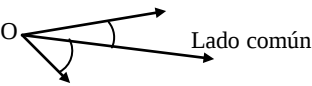
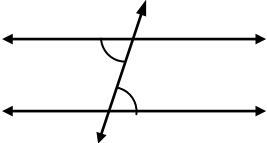
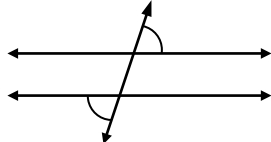
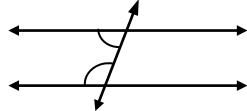
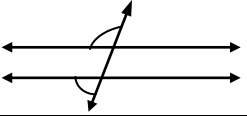
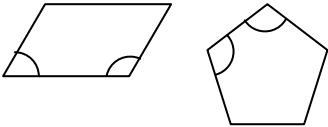
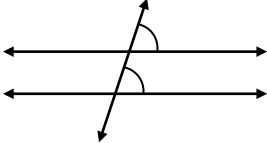
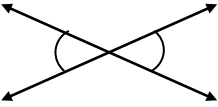
Un ángulo se menciona con una curvilínea que indica el sentido de giro y con una letra del alfabeto griego.

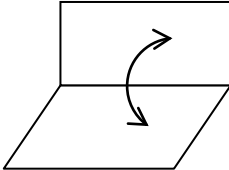
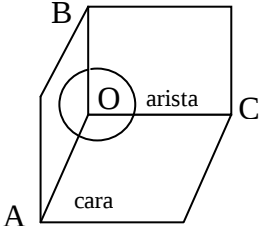


Todo ángulo generado es **positivo** si el sentido de giro que indica la flecha curvilínea es contrario a las agujas del reloj; y es **negativo** si el sentido de giro es el de las agujas del reloj.

Categorías de ángulos:

CONGRUENTES DE UNA VUELTA (o que difieren en número de giros):	La semirrecta móvil puede pasar en forma directa del lado inicial al terminal, o después de haber dado uno o más giros completos. Estos ángulos tendrán sus lados coincidentes, pero no son iguales. Se llaman ángulos congruentes de una vuelta y sus valores están entre $-\infty$ y $+\infty$.	α 1 giro completo + α n giros completos + α
AGUDO	Su magnitud es mayor que 0° y menor que 90°	
OBTUSO	Ángulo mayor de 90° y menor de 180°	
COMPLETO	Ángulo de una vuelta, es decir, que mide 360°	
CONJUGADOS	Ángulos cuya suma de medidas es de 360°	
CÓNCAVO	Ángulo que es el conjugado de un ángulo agudo o recto	
CONVEXO	Ángulo que es el conjugado de un ángulo entrante.	
CURVILÍNEO	Ángulo cuyos lados son curvos	
CENTRAL	Ángulo de una circunferencia cuyos lados son radios ("r") de la misma y cuyo vértice es el centro de la circunferencia.	
DE DEPRESIÓN	Ángulo cuyos lados son la horizontal y la recta que va del observador a un objeto que está debajo de la horizontal.	
DE ELEVACIÓN	Ángulo cuyos lados son la horizontal y la recta que va del observador a un objeto que está arriba de la horizontal.	
ENTRE DOS RECTAS	En geometría analítica, que se obtiene por una determinada relación.	
ESFÉRICO	Ángulo en la superficie de una esfera, determinado por la intersección de dos arcos de círculo máximo.	
INTERIOR DE UN POLÍGONO	Ángulo convexo formado por los lados consecutivos de un polígono.	

LLANO	Ángulo de 180° . Sus lados son colineales.	
MIXTILÍNEO	Ángulo cuyos lados son una recta y una curva.	
RECTO	Ángulo de 90° . Sus lados son perpendiculares entre sí.	
COMPLEMENTARIOS	Pareja de ángulos cuya suma de medidas es 90°	
SUPLEMENTARIOS	Pareja de ángulos cuya suma de medidas es 180°	
ADYACENTES	Ángulos con un lado y un vértice en común.	
ALTERNOS INTERNOS	Ángulos formados por dos rectas paralelas cortadas por una transversal. Estos ángulos son congruentes. Se ubican dentro de las paralelas y a uno y otro lado de la transversal.	
ALTERNOS EXTERNOS	Ángulos fuera de las paralelas y a uno y otro lado de la transversal. Son congruentes.	
COLATERALES INTERNOS	Ángulos entre las paralelas del mismo lado de la transversal. Son ángulos suplementarios.	
COLATERALES EXTERNOS	Ángulos fuera de las paralelas y del mismo lado de la transversal. Son ángulos suplementarios	
CONSECUTIVOS	Ángulos contiguos en una figura geométrica.	
CORRESPONDIENTES	Ángulos no adyacentes del mismo lado de la transversal.	
OPUESTOS POR EL VÉRTICE	Ángulos no adyacentes que se forman al cortarse dos rectas. Estos ángulos son congruentes (coinciden en todas sus partes al ser superpuestos).	

DIEDRO	Ángulo formado por dos planos que se interceptan.	
TRIEDRO	Ángulo formado por tres planos incidentes en un punto	

FIGURAS PLANAS: Polígonos

Un POLÍGONO es la figura geométrica formada por una **poligonal cerrada**, es decir, por una sucesión de segmentos de recta en los que el origen de un segmento coincide con el final de otro. De los polígonos, el triángulo es el que posee menor cantidad de lados (segmentos).

EL TRIÁNGULO

Es la figura formada por tres puntos no situados en línea recta y por los segmentos rectilíneos que unen dichos puntos dos a dos. Es el polígono formado por tres lados.

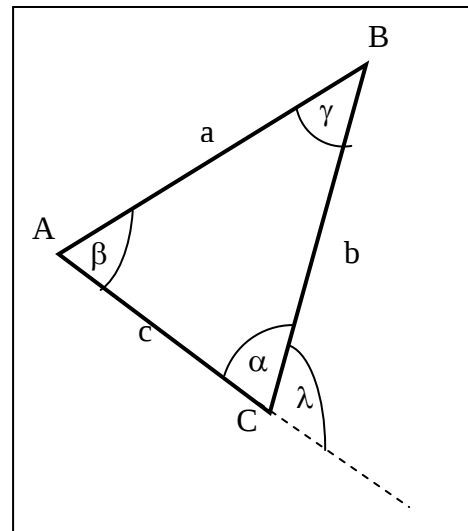
- **ELEMENTOS:**
- Los tres puntos A ; B y C, son VÉRTICES del triángulo.
- Los segmentos AB; BC y CA que unen los vértices dos a dos, son los LADOS.
- En cada vértice, se forma un ÁNGULO del triángulo, que está comprendido entre los lados que lo limitan.

Los ángulos formados en los extremos de cada lado se llaman ADYACENTES a ese lado; el ángulo que forman los dos lados restantes es OPUESTO a dicho lado. Cada lado tiene un ángulo opuesto y recíprocamente.

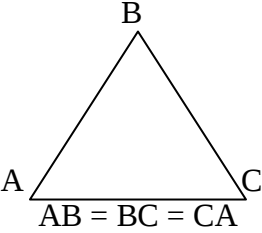
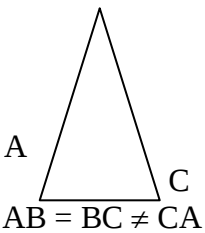
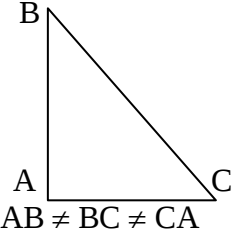
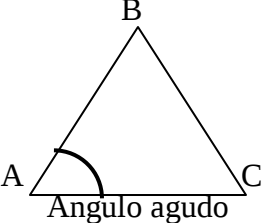
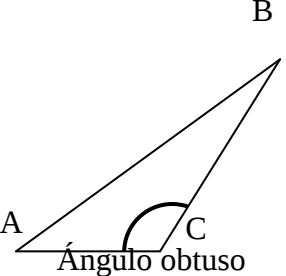
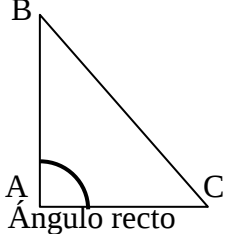
Se llama ángulo EXTERIOR al formado por un lado del triángulo con la prolongación de otro lado. (λ)

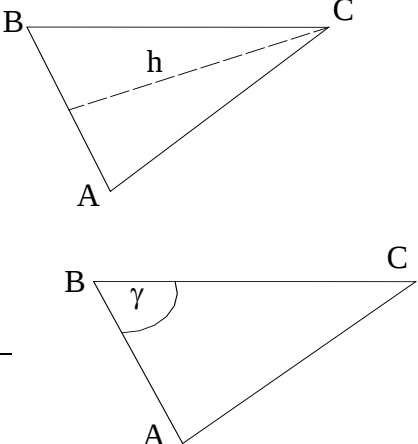
LA MEDIDA DE UN ÁNGULO EXTERIOR ES IGUAL A LA SUMA DE LA MEDIDA DE LOS DOS ÁNGULOS INTERIORES QUE NO LE SON ADYACENTES.

LA SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERIORES DE UN TRIÁNGULO ES IGUAL A DOS ÁNGULOS RECTOS O, LO QUE ES LO MISMO, 180° .-

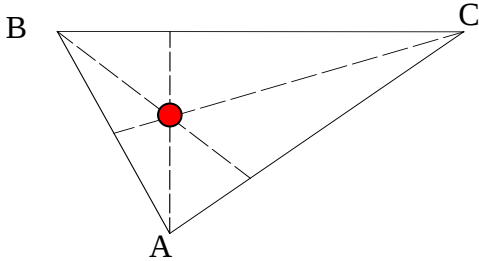
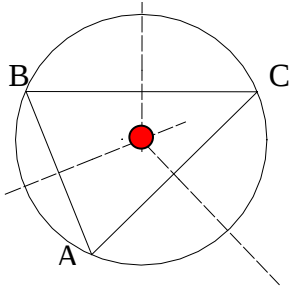
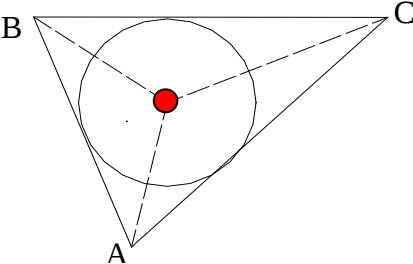
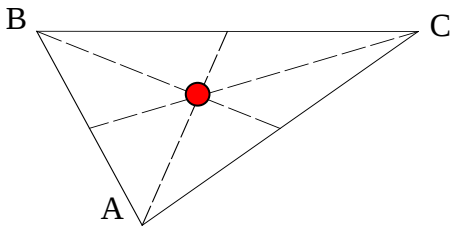


Clasificación de los triángulos

según la longitud relativa de sus lados	EQUILÁTERO	ISÓSCELES	ESCALENO
			
según el valor relativo de sus ángulos interiores	ACUTÁNGULOS	OBTUSÁNGULOS	RECTÁNGULOS
			

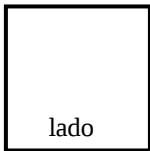
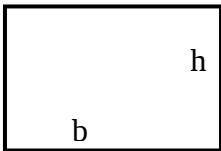
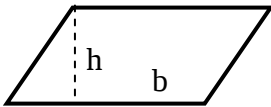
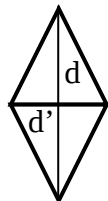
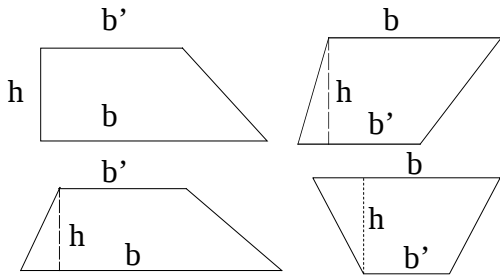
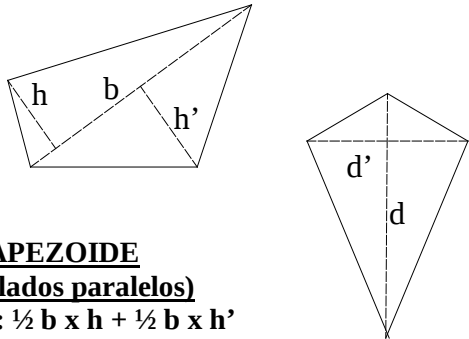
PERÍMETRO- SUPERFICIE O ÁREA	
PERÍMETRO es la suma de la medida de los lados del triángulo: $Per = AB + BC + AC$ SUPERFICIE es el semiproducto de un lado que se toma como base por la altura. $Sup. = \frac{1}{2} AB \times h$ Si se conoce la medida de dos lados y el ángulo comprendido entre ellos, la SUPERFICIE es el semiproducto de ambos lados por el seno del ángulo comprendido. $Sup. = \frac{1}{2} AB \times BC \times \sin \gamma$	

Rectas y puntos notables de un triángulo

ALTURA: es la perpendicular trazada desde un vértice al lado opuesto. ORTOCENTRO: Es el punto de intersección de las tres alturas.	
MEDIATRICES de los lados, son las perpendiculares a esos lados del triángulo. CIRCUNCENTRO: Es la intersección de las tres mediatrices, y es el centro de la circunferencia circunscripta al triángulo.	
BISECTRICES son rectas que dividen a cada uno de los ángulos en dos partes iguales y tienen como límite, el lado opuesto al ángulo. INCENTRO: Es la intersección de las tres bisectrices, y es el centro de la circunferencia inscrita en el triángulo.	
MEDIANA es la recta que une un vértice con el punto medio del lado opuesto. Todo triángulo tiene tres medianas. BARICENTRO es la intersección de las tres medianas y es el CENTRO DE GRAVEDAD de la figura.	

LOS CUADRILÁTEROS

Siguen a los triángulos en la nómina de figuras poligonales. Estos polígonos de cuatro lados se corresponden con objetos que acompañan la vida del hombre: planos de apoyo, hojas de papel, aberturas, mosaicos, vidrios, etc. De allí su importancia práctica, formal y visual.

Paralelogramos : Cuadriláteros con lados opuestos paralelos: Son cuatro			
 <u>CUADRADO</u> 4 lados iguales Sup: lado²	 <u>RECTÁNGULO</u> lados opuestos iguales ángulos rectos Sup : b x h	 <u>PARAL. PROPIAMENTE DICHO</u> Lados opuestos iguales Ángulos $\neq 90^\circ$ Sup : b x h	 <u>ROMBO</u> lados iguales Ángulos $\neq 90^\circ$ Sup: $\frac{1}{2} d \times d'$
No paralelogramos: No cumplen con la condición anterior Son tres			
 <u>TRAPECIOS (sólo 2 lados paralelos)</u> Sup: $\frac{1}{2} (b + b') \times h$		 <u>TRAPEZOIDE</u> <u>(sin lados paralelos)</u> Sup: $\frac{1}{2} b \times h + \frac{1}{2} b' \times h'$ <u>ROMBOIDE</u> <u>(las diagonales se cortan en el centro de simetría)</u> Sup: $\frac{1}{2} d \times d'$	
No olvidar que el PERÍMETRO es la suma de la medida de todos los lados del cuadrilátero que se trate.			

En esta tema, esta guía se completa con el apunte (Polígonos y proporciones)

MEDIDAS DE LONGITUD						
km=1000m	hm=100m	dam=10m	metro	dm= 0,1m	cm=0,01m	mm=0,001m
MEDIDAS DE SUPERFICIE						
km ² = 1000000m ²	1 hm ² = 1 ha = 10000m ²	dam ² = 100m ²	Metro²	dm ² = 0,01m ²	cm ² = 0,0001m ²	mm ² = 0,000001m ²
km = kilómetro	hm = hectómetro	ha= hectárea	dam = decámetro			
dm = decímetro	cm = centímetro	mm = milímetro				

MEDIDAS DE VOLUMEN						
$\text{km}^3 = 1000000000\text{m}^3$	$\text{hm}^3 = 1000000\text{m}^3$	$\text{dam}^3 = 1000\text{m}^3$	Metro³	$\text{dm}^3 = 0,001\text{m}^3$	$\text{cm}^3 = 0,000001\text{m}^3$	$\text{mm}^3 = 0,000000001\text{m}^3$
MEDIDAS DE CAPACIDAD- RELACIÓN CON MEDIDAS DE VOLUMEN						
1 kl = 1m³ 1000 L	hl = 100 L	dal = 10 L	1 Litro = 1 dm³	dl = 0,1 L	cl = 0,01 L	1 ml = 1 cm³ 0,001 L

kl = kilolitro	hl = hectolitro	dal = decalitro
dl = decilitro	cl = centilitro	ml = mililitro

EJERCICIOS DE APLICACIÓN:

1- Un terreno de forma triangular isósceles tiene un perímetro de 189,45 m. Si su base es las $\frac{2}{5}$ partes del perímetro: ¿Cuánto mide cada uno de los lados iguales)

Respuesta: 56,835m/u.

2- Calcule cuántos postes colocados a una distancia de 3 m $\frac{2}{5}$ uno de otro son necesarios para cercar una extensión de tierra que tiene forma de paralelogramo propiamente dicho cuyos lados miden 40 m y 17 m respectivamente.

Respuesta: 95 postes

3- Un terreno trapezoidal ABCD tiene las siguientes dimensiones:

AB = 10,28 m ; BC = $\frac{3}{8}$ de AB; CD = $\frac{1}{2}$ de AB + BC. Si el perímetro es de 3 dam, ¿Cuánto mide AD?

Respuesta: AD = 8,7975 m.

4- ¿Cuántos dm² contendrá la superficie de un terreno triangular de 2 hm 5m de base y 1 $\frac{1}{2}$ dam de altura)

Respuesta: 153.750 dm²

5- Dados tres polígonos:

Un Triángulo de 6,50 m de base y 3,20 m de altura

Un trapecio de base mayor = 6,80 m ; base menor de 4,25 m y altura = 2,14 m.

Un paralelogramo de 5,12 m de base y 1,80 m de altura.

Calcular el área de cada uno y ordenarlas en forma decreciente. Graficar .

Respuestas:

Trapecio = 11,8235 m²

Triángulo = 10,40 m²

Paralelogramo = 9,2160 m²

6- ¿Cuántos dm² mide un papel cuadrado de 40 cm de diagonal? Recuerda que en un triángulo rectángulo "el cuadrado de la hipotenusa (diagonal) es igual a la suma de los cuadrados de los catetos"

Respuesta: 8 dm²

7- Un pintor letrista cobra, por pintar el fondo de carteles de propaganda, \$ 66 el m² . ¿Cuánto se le habrá abonado por pintar cinco carteles de 6m $\frac{1}{5}$ de largo por 2m $\frac{4}{5}$ de alto?

Respuesta: \$ 633,6.-

8- Una tabla de forma de rombo cuesta \$ 20 el dm². Su diagonal mayor mide 2,10 m, y la menor mide $\frac{1}{3}$ de la mayor. ¿Qué precio tiene la tabla? Dibujar el rombo.

Respuesta: \$ 1470.-

CIRCUNFERENCIA Y CÍRCULO

La **circunferencia** es la línea curva cerrada en la que todos los puntos equidistan de otro llamado centro. Sus elementos geométricos fundamentales son: **el centro y el radio**.

CENTRO: Punto interior al que equidistan todos los puntos que definen la circunferencia.

RADIO: Segmento determinado por el centro y un punto cualquiera de la circunferencia.

Los otros elementos a destacar son:

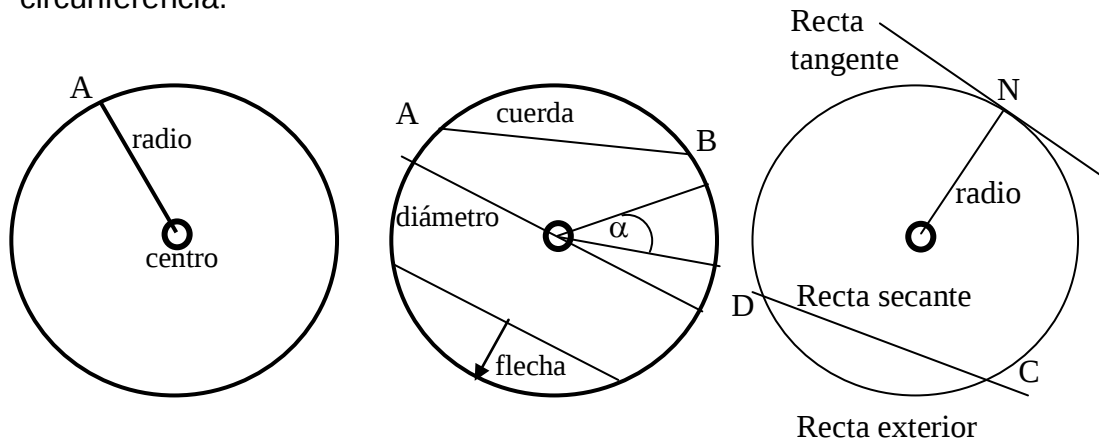
CUERDA: Es todo segmento que une dos puntos (A y B) de la circunferencia.

DIÁMETRO: Son todas las cuerdas que pasan por el centro.

ARCO: Dos puntos, por ejemplo A y B tomados sobre la circunferencia, la dividen en dos partes llamadas arcos. Los puntos A y b son los extremos de cada arco.

FLECHA: Segmento perpendicular en el punto medio de una cuerda, comprendido entre esta y su arco.

ÁNGULO CENTRAL: Es todo ángulo (α) que tiene su vértice en el centro de la circunferencia.



LA RECTA EXTERIOR no tiene ningún punto en común con la circunferencia. LA RECTA SECANTE tiene dos puntos en común y LA RECTA TANGENTE, tiene un punto en común. Para que una recta sea TANGENTE a una circunferencia debe ser perpendicular al radio que pasa por el punto de contacto.

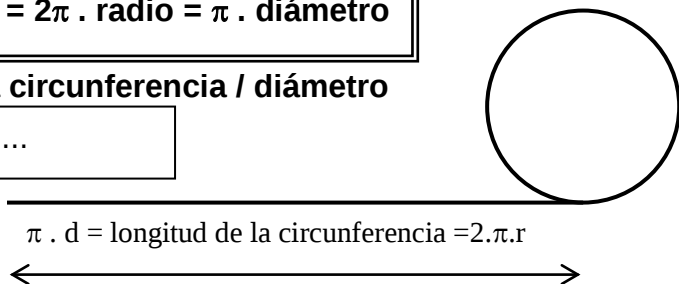
LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA

Existe una proporción constante entre la longitud rectificada y el diámetro de la curva, que se expresa con la letra griega π .

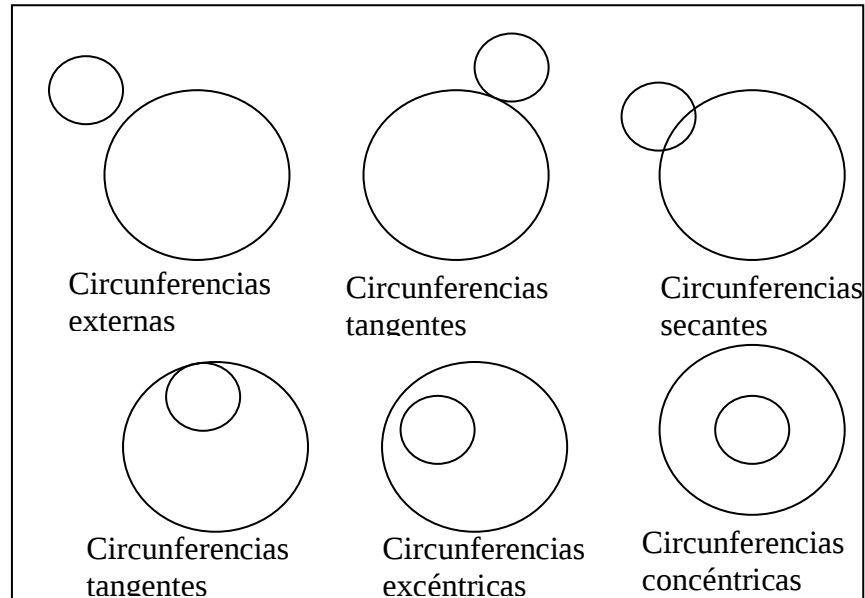
$$\text{Longitud de la circunferencia} = 2\pi \cdot \text{radio} = \pi \cdot \text{diámetro}$$

$$\text{Por lo tanto } \pi = \text{longitud de la circunferencia} / \text{diámetro}$$

$$\pi = 3,14159265358979323846.....$$



Posiciones relativas de dos circunferencias en el plano



EL CÍRCULO

Es la figura plana conformada por una circunferencia y por todos los puntos del plano cuya distancia al centro es menor que el radio de la curva.

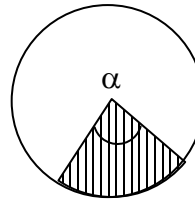
Para calcular el área o superficie, utilizamos la siguiente expresión:

$$\text{Superficie} = \frac{1}{2} \text{Circunferencia} \times \text{radio} = \frac{1}{2} \times 2 \times \pi \times r \times r = \pi \times r^2$$

Figuras circulares

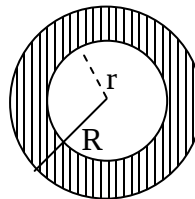
Sector circular: Porción de un círculo comprendida entre dos radios y el arco correspondiente.

$$\text{Superficie} = \pi \cdot r^2 \cdot \alpha^\circ / 360^\circ$$



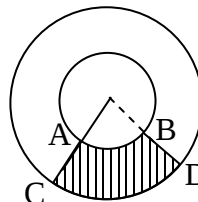
Anillo o corona circular: Porción del plano comprendida entre dos circunferencias concéntricas.

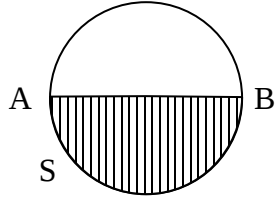
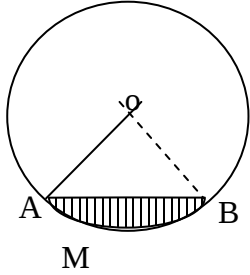
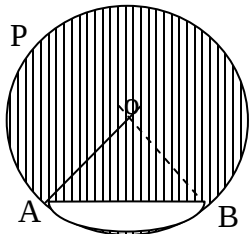
$$\text{Superficie} = \pi(R^2 - r^2)$$



Trapezio circular: Porción de corona limitada por dos radios, o la diferencia entre dos sectores circulares.

$$\text{Superficie} = \frac{1}{2} R \cdot CD - \frac{1}{2} r \cdot AB$$

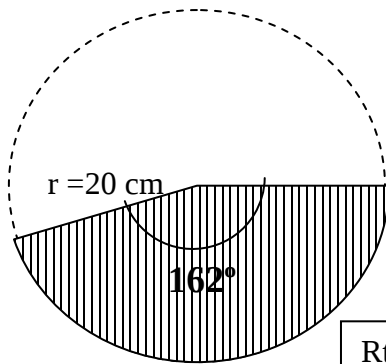


Figuras circulares	
Segmento circular: Cada una de las partes en que está dividido un círculo cuando se traza una cuerda. Puede ocurrir que la cuerda pase por el centro (semicírculo); que la cuerda no pase por el centro y el segmento sea menor que el semicírculo o que el segmento sea mayor que el semicírculo.	Superficie = $ASB = \frac{1}{2} \pi \cdot r^2$  Superficie = área del sector AMB – área del triáng. AOB  Superficie = área del sector APB + área del triáng. AOB 

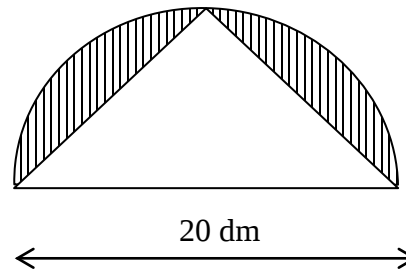
EJERCICIOS DE APLICACIÓN:

- 9- ¿Qué longitud tiene una circunferencia de 1,6 dm de radio?
Respuesta:10,053 dm.
- 10- ¿Cuántos mm medirá una circunferencia cuyo radio es 5 cm? Graficar
Respuesta:314,15 mm
- 11- Los rayos de una rueda miden 60 cm. Están separados por un ángulo de 45°.¿Cuál es la longitud del arco que limitan los extremos de dos rayos consecutivos?
Respuesta:47,123 cm.
- 12- ¿Qué superficie cubre una rueda de 1,40 m de radio? Graficar.
Respuesta:6,157 m²
- 13- El cantero de un jardín tiene la forma de un sector circular.¿Cuánto mide su arco si el radio es de 2m y el ángulo central mide 72°?
Respuesta:2.512 m
- 14- Encontrar las áreas de las siguientes figuras (sup. Sombreada) (algunas son combinadas)

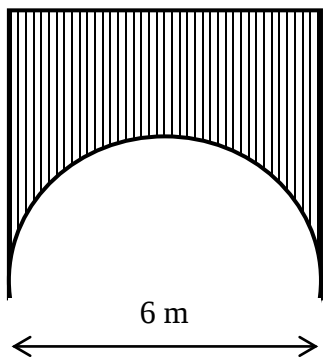
.0



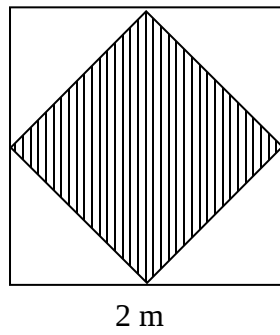
Rta: 565,486 cm²



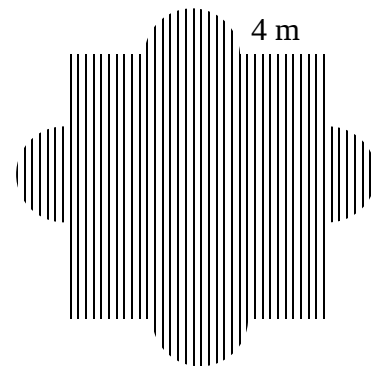
Rta: 57,079 dm²



Rta: 31,8628 m²



Rta: 2 m²



Rta: 169,13 m²