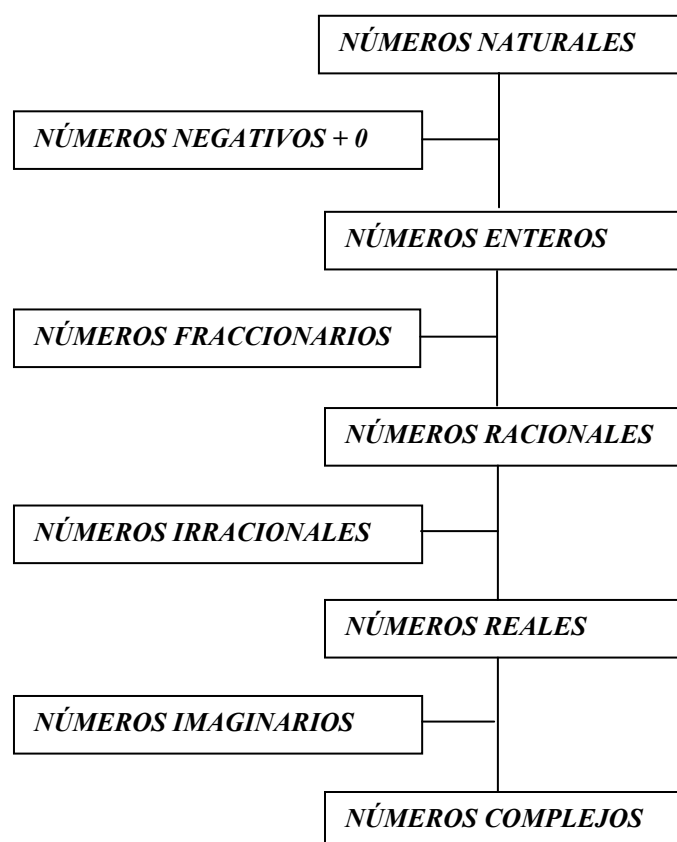


1 – CONJUNTOS NUMÉRICOS

Si analizamos este título podemos decir que se denomina *conjunto* a una colección de objetos, cada uno de estos objetos recibe el nombre de elemento del conjunto. La cantidad de elementos que forman el conjunto puede ser finita o infinita.

Nosotros estudiaremos los conjuntos cuyos elementos son los números. A estos conjuntos se los denomina “*numéricos*”.

En matemática se definen varios *conjuntos numéricos*, cada uno de los cuales tiene propiedades específicas que permiten efectuar operaciones entre los números. En este capítulo estudiaremos cada uno de estos conjuntos con sus propiedades y las operaciones en ellos definidas de acuerdo al siguiente diagrama conceptual:



2 – NUMEROS NATURALES

Los números naturales surgieron de la necesidad de contar, éste conjunto está formado por los elementos: $1, 2, 3, \dots, \infty$ y su conjunto se designa con el símbolo N .

Es decir, el conjunto N es aquel en que cada elemento nuevo se obtiene de sumar una unidad al anterior. De esta forma el conjunto de los números naturales resulta ordenado. O sea, dados dos números naturales a y b , distintos, es siempre uno menor que otro.

Esto lo expresamos diciendo que a es menor que b ó b mayor que a y lo simbolizamos:

$$a < b \quad \text{ó} \quad b > a$$

Además el conjunto no tiene último elemento, por lo que decimos que es infinito.
 La forma de representar a los números naturales como un conjunto es:

$$N = [1, 2, 3, \dots, \infty]$$

Representación Gráfica

Los números se pueden representar gráficamente, para esto se usa una recta sobre la que se considera un punto cualquiera como el origen “o” y se utiliza un segmento arbitrario como unidad.

Este segmento se traslada a partir del origen hacia la derecha, marcando divisiones sucesivas *a, b, c, ...* luego se hace corresponder a cada división, un **número natural**.

Representación gráfica del conjunto *N*

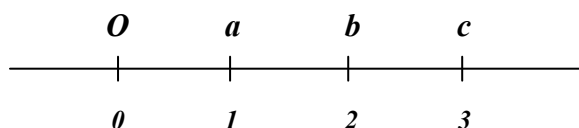


Figura 1

A cada punto marcado en la recta se le llama “**gráfica**” del número natural correspondiente. Mientras que el número asignado a cada punto se le llama “**coordenada**” del mismo.

Por ejemplo en la figura 1 se han graficado los números 1, 2 y 3 y precisamente estos son las coordenadas de los puntos *a, b, y c* en este sistema de unidades.

Si trazamos una recta infinitamente larga y se realizan infinitas divisiones en ella, entonces podemos asignar una coordenada a cada punto y establecer así una correspondencia entre las divisiones de una recta y el conjunto *N*.

Operaciones con Números Naturales (+ el número “0”)

En el conjunto *N* se pueden realizar las siguientes operaciones.

Operación	Notación Simbólica	Elementos
Adición	$a + b = c$	<i>a</i> y <i>b</i> se denominan sumandos; <i>c</i> es el resultado.
Sustracción	$a - b = c$	Debe ser <i>a</i> mayor o igual que <i>b</i> ; <i>a</i> se denomina minuendo y <i>b</i> sustraendo; <i>c</i> es el resultado.
Multiplicación	$a \cdot b = c$	<i>a</i> y <i>b</i> son los factores; <i>c</i> es el producto.
División:	$a : b = c$ ($b \neq 0$)	Debe ser <i>a</i> múltiplo de <i>b</i> y $b \neq 0$; <i>a</i> se denomina dividendo y <i>b</i> divisor; <i>c</i> es el cociente.

Potenciación	$a^n = b$ además: $a^1 = a$ $a^0 = 1$ $0^n = 0$	<i>a y n no deben ser simultáneamente nulos; a se denomina “base” y n el exponente; b es la potencia</i>
Radicación	$\sqrt[n]{a} = b$ (si $b^n = a$)	<i>a se llama radicando y b raíz; n se denomina índice. n ≠ 0</i>

Propiedades de los Números Naturales

Las propiedades de los números naturales podemos verla en la siguiente tabla:

Conmutativa	$a + b = b + a$ $a \cdot b = b \cdot a$	Distributiva	$(a \pm b) \cdot c = a \cdot c \pm b \cdot c$ $(a \pm b) : c = a : c \pm b : c$ $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ $(a : b)^n = a^n : b^n$
Asociativa	$(a+b)+c = a+(b+c)$ $(a.b).c = a.(b.c)$		$\sqrt[n]{a.b} = \sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}$ $\sqrt[n]{a : b} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b}$
Existencia del elemento neutro (elemento que deja invariante el número al operar con él)		$a + 0 = a$ $a \cdot 1 = a$	Para la adición, es el cero Para la multiplicación, es el uno
Clausura	$a * b = c / c \in N_0$	La operación entre dos números naturales da otro número natural.	
La simbología se lee: la operación entre dos números naturales, a y b , es igual a c , tal que c pertenece al conjunto N_0			
Uniforme	La operación entre dos números naturales tiene resultado único		

EJERCICIOS:

- 1) Realizar las operaciones que “puedan” resolverse en el conjunto de los números naturales N_0 .

a) $\frac{\sqrt[3]{(5+3)}}{2}$

e) $\sqrt{(\sqrt{625} + 39)}$

b) $(3-2)^2 + 3 \cdot \sqrt{25} - \frac{4}{3}$

f) $(12 - 4 \cdot 3)^4$

g) $\frac{3}{4} + \frac{4}{3} - 1$

c) $43 - \left(\frac{16}{2}\right)^2$

h) $\frac{(15+6)^2}{7} - \sqrt{(3+8)} - 2$

d) $8 + \frac{(3-2)^2}{4} - \sqrt{64}$

- 2) En las siguientes proposiciones, explicar utilizando las propiedades vistas anteriormente, cuales son válidas y cuales no. ¿Por qué?

a) $5 - 3 = 3 - 5$

b) $\frac{(64 - 40)}{8} = \frac{64}{8} - \frac{40}{8}$

c) $\sqrt[3]{8 \cdot \sqrt{25}} = \sqrt[6]{8 \cdot 25}$

d) $\frac{(20 - 4)}{8} = \frac{20}{8} - \frac{4}{8}$

e) $\frac{40}{(2 + 8)} = \frac{40}{2} + \frac{40}{8}$

3 – NUMEROS ENTEROS

La primera restricción en el uso del conjunto N_0 la tenemos en la resta, cuando el minuendo es menor que el sustraendo. Con vistas a definir esta operación, se amplía este conjunto creando el de los **números enteros**; el que se denota con el símbolo Z .

Este conjunto se define teniendo en cuenta las siguientes condiciones:

- 1) El conjunto Z debe contener todos los elementos de N .
- 2) Al definir las operaciones en Z se conservan los resultados y propiedades de N .
- 3) En la resta, cuando el minuendo es menor que el sustraendo siempre tiene solución.

Para ello definimos el conjunto de los **números negativos**, donde cada elemento es el número opuesto de cada natural " n "; y se lo denota " $-n$ ".

Así por ejemplo, el opuesto de 5 es -5 , que se lee "**menos cinco**"; el cero no tiene opuesto.

Luego el conjunto de los negativos unido al de los naturales (que llamaremos positivos) forma el conjunto Z .

La forma de representar este es:

$$Z = \{ \dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$$

Representación Grafica

Podemos representar el conjunto Z aplicando la recta de números naturales en divisiones sucesivas, a partir del origen y a la izquierda.

Luego asignando coordenadas a las nuevas divisiones, obtendremos la representación buscada, tal como se indica en la figura siguiente:

Representación gráfica del conjunto Z

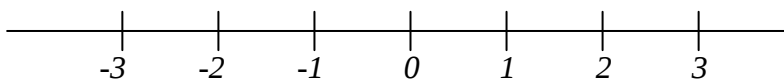


Figura.2

Obviamente el conjunto Z también resulta infinito y ordenado. Con respecto al orden diremos que dados dos enteros a y b , resulta $b > a$ si b está ubicado a la derecha de a .

Ejemplo:

$$3 > 1 ; 1 > -1 ; -4 > -5 ; \text{etc.}$$

Operaciones y Propiedades en $\mathbb{Z}$

Como hemos dicho, en $\mathbb{Z}$ deben conservarse las propiedades y operaciones definidas en $\mathbb{N}$; sin embargo hay que atender al hecho de que al trabajar con números negativos, el signo “-” deberá considerarse en los resultados.

Con esto, el resultado de la sustracción “ $a - b$ ” donde $a < b$ es el opuesto de la resta “ $b - a$ ”

Así por ejemplo, la operación

$$3 - 5 = -2$$

Que es el resultado opuesto a la operación:

$$5 - 3 = 2$$

Como vemos en la **figura 3**, el resultado de la operación se sugiere en la representación gráfica del conjunto $\mathbb{Z}$, donde observamos que realizando gráficamente, ya la operación “ $a - b$ ” ó “ $a - b$ ”, el resultado es numéricamente igual en ambos casos.

Pero las coordenadas respectivas de ambos resultan opuestas.

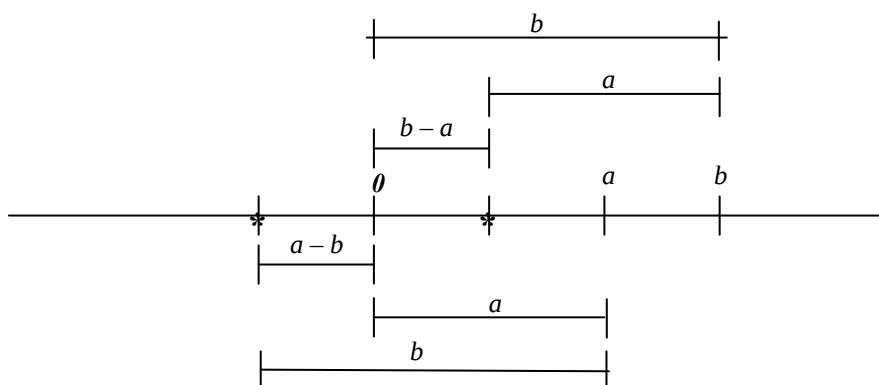


Figura 3

Para el caso de la multiplicación y división, hay que atender a las reglas de la siguiente tabla que nos el signo del resultado dependiendo del signo de los factores.

Aclaremos antes que en caso de que un número sea negativo, nos referiremos a él como “menor que cero” ($a < 0$); mientras que si es positivo, diremos que es “mayor que cero” ($a > 0$).

Operación Factores	Multiplicación	División
$a > 0, b > 0$	$a \cdot b > 0$	$a : b > 0$
$a > 0, b < 0$	$a \cdot b < 0$	$a : b < 0$
$a < 0, b > 0$	$a \cdot b < 0$	$a : b < 0$
$a < 0, b < 0$	$a \cdot b > 0$	$a : b > 0$

Para la potenciación y la radicación se definen las siguientes reglas (debe tenerse en cuenta que en todos los casos el índice “ n ” es natural (+ cero “0”)):

Operación Factores	Potenciación	Radicación
$a > 0, n \text{ par}$	$a^n = b > 0$	$a = \sqrt[n]{b} \text{ y } a = -\sqrt[n]{b}$ (existen dos raíces iguales y opuestas)
$a > 0, n \text{ impar}$	$a^n = b > 0$	$\sqrt[n]{b} = a > 0$
$a < 0, n \text{ impar}$	$a^n = b < 0$	$\sqrt[n]{b} = a < 0$
$a < 0, n \text{ par}$	$a^n = b > 0$	No existe la raíz

Valor Absoluto

Hemos observado que en $\mathbb{Z}$ las operaciones pueden dar resultados numéricamente iguales pero de signo opuesto. Este hecho puede complicar los análisis numéricos, ya que cuando se efectúan habrá que tener en cuenta todas las posibilidades de signo que presenten.

Un concepto importante en matemática es el de “**valor absoluto**”; éste permite expresar e interpretar cuestiones numéricas prescindiendo de los signos.

Se llama **valor absoluto de un número**, al mismo número si éste es positivo y al opuesto si es negativo. El valor absoluto se simboliza cerrando el número con dos barras.

Esto es:

$$|a| = a \text{ si } a \geq 0$$

$$|-a| = a \text{ si } a < 0$$

Así por ejemplo:

$$|4| = 4; \quad |-3| = 3; \quad |3 - 7| = |7 - 3| = 4; \text{ etc.}$$

Podemos asociar el valor absoluto de un número con el concepto geométrico de distancia. En efecto, aquel puede ser interpretado como la distancia al origen de un punto determinado ($|a|$); o bien la distancia que existe entre dos puntos cualesquiera ($|a - b|$).

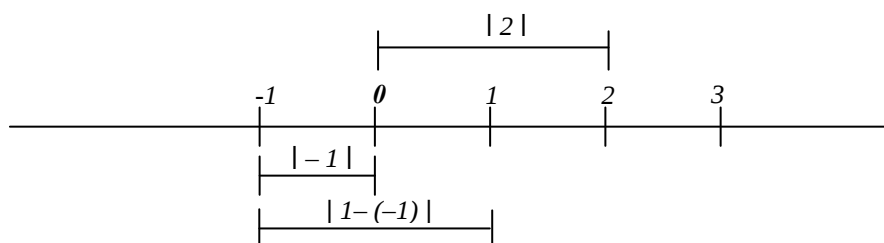


Figura 4

EJERCICIOS:

1) Resolver

a) $-5 - (-3 + (8 + 4 - (3 - 10) - 5) + 2 - 1) + 8 =$

b) $-18 + (-2 - (9 - 3 + (-5 - 1)) + 11 - 6) =$

c) $-(3 - 8 - (4 - 3 - (-5 - 2 + 10)) + (-4 + 5) - 3) + 4 - 8 + 2 =$

d) $-3 + 8 - (-3) + 4 - (3 - (-4 + 7 - 5 + 1) - 2 + 3 \cdot (-1)) - 9 =$

e) $9 / (-3) + (-2) \cdot (-1) \cdot 5 - 12 / (-1 + 4) - (-3) / 2 \cdot (-4) =$

f) $72 / (18 + (-2) \cdot 3) - (4 \cdot (-5) - 9 / 3) =$

g) $(3 - 5 / (-1) + 0 \cdot (-3)) / (4 - 2 \cdot (-5) - 10) =$

h) $((7 - 4 \cdot 3 + (-2) \cdot 5) / (-2 - 1)) \cdot (-4) - (-3) =$

i) $(60 / (3 + 7 \cdot (-3) - (-6))) - (-5) \cdot (-5) =$

2) Demostrar que en el conjunto $\mathbb{Z}$ se cumplen las propiedades siguientes:

a) $|a + b| \leq |a| + |b|$

b) $|a| - |b| \leq |a - b|$

c) $|a| \cdot |b| = |a \cdot b|$

d) $|a| / |b| = |a / b|$

4 – NUMEROS RACIONALES

En el conjunto $\mathbb{Z}$, las divisiones en las cuales el dividendo no es múltiplo del divisor no pueden resolverse. Para solucionar este problema se crea un nuevo conjunto, llamado “**números racionales**” y denotado $\mathbb{Q}$.

El conjunto $\mathbb{Q}$ debe constar de tantos elementos como para contener a $\mathbb{Z}$ y permitir que se conserven las propiedades y operaciones de éste; además las operaciones del tipo a/b donde a y b son enteros cualesquiera y $b \neq 0$, debe tener solución.

Definamos las fracciones como la relación formada entre dos enteros a y b cualesquiera. Los números $1/4$; $-3/2$; $17/7$; son ejemplos de fracciones.

El conjunto $\mathbb{Q}$ esta formado por todas las fracciones y los enteros, o si se quiere, solamente por las fracciones, si suponemos que un entero puede escribirse como una fracción al dividirse por **uno**.

Ocurre generalmente que dos o más fracciones distintas pueden representar el mismo número. Esto es así, por que una fracción puede ser la forma simplificada de otra, en sus factores primos comunes.

Por ejemplo., las fracciones $4/5$ y $8/10$ representan el mismo numero, ya que $8/10 = 4.2/5.2$ y se pueden simplificar los factores comunes.

Decimos por tanto, que si dos fracciones a/b y c/d son tales que $a.d = b.c$ entonces representan al mismo numero. Esto puede comprobarse en el ejemplo anterior.

Operaciones en $\mathbb{Q}$

A fin de que el resultado de las operaciones en $\mathbb{Q}$ sea igual que en $\mathbb{Z}$ se las define de la siguiente manera:

$$1) \frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d \pm b \cdot c}{b \cdot d}$$

$$2) \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} \quad ; \quad \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} \right)^{-1}$$

(con $b, c \neq 0$)

Expresiones Decimales

Una fracción puede escribirse como una expresión decimal, ésta puede ser finita o infinita.

Ejemplo:

$$\frac{1}{4} = 0,25 \quad \text{Expresión decimal finita}$$

$$-\frac{13}{9} = 1,444... \quad \text{Expresión decimal infinita}$$

Las expresiones decimales infinitas forman “*períodos*”, esto se debe a que si realizamos la operación a/b , el resto del cociente, en un paso cualquiera puede tomar un valor entre $0, 1, \dots, (b-1)$.

Si el resto, en algún paso, toma el valor 0 , la división termina y la expresión es finita. Pero si no es 0 , la división continua y a lo sumo, al cabo de b pasos, el resto debe repetir algún valor tomado en un paso anterior, a partir de allí todas las cifras se repiten. La parte decimal anterior se llama parte “*no periódica*”; la parte anterior a la coma se llama parte “*entera*”.

Ejemplo:

$$\frac{3549}{990} = 3,5848484...$$

Parte periódica

Parte no periódica

Parte entera

Para representar el período, utilizamos el símbolo “ $\overline{}$ ” sobre el mismo, así por ejemplo, en el número anterior escribíamos 3.584 en lugar de $3.58484....$

Recíprocamente, una expresión decimal puede expresarse como una fracción. Si la expresión es finita, se puede obtener la fracción observando que:

$$1/9 = 0,111...; \quad 1/99 = 0,0101...; \quad 1/999 = 0,001001...; \text{ etc.}$$

Entonces, una expresión tal como $0,55\dots$; deberá ser igual a $5/9$; o bien $0,25\dots$ será $25/99$, etc.

Una expresión decimal con parte no periódica tal como $0.5833\dots$, también se puede expresar como una fracción si observamos que:

$$0,5833\dots = 0,58 + 0,0033\dots = \frac{58}{100} + \frac{1}{100} \cdot \frac{3}{9} = \frac{525}{900} = \frac{7}{9}$$

Si la expresión es finita, entonces la fracción se obtiene dividiendo la parte decimal por **uno** seguido de ceros como cifras tenga aquella.

Ejemplo:

$$0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

Por último, si existe parte entera, la fracción se obtiene sumando ésta a la fracción obtenida si no hubiera parte entera.

Ejemplo:

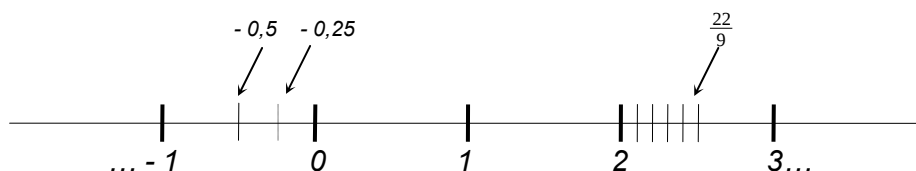
$$2,06\dots = 2 + \frac{6}{99} = \frac{68}{33}$$

Representación Gráfica de $\mathbb{Q}$

Los números racionales se pueden representar construyendo las fracciones sobre la recta $\mathbb{Z}$. Esto se hace subdividiendo geoméricamente cada una de las divisiones de la recta como indica la fracción y asignando luego las coordenadas respectivas.

Ejemplo:

Construcción de las fracciones: $-1/4 = -0,25$ y $22/9 = 2,44$



Podemos ver, en la construcción geométrica anterior, que dados dos puntos de la recta (representativos de dos números racionales) entre ellos se pueden realizar aún infinitas divisiones.

No importa que tan cercanos estén los dos puntos iniciales, siempre es posible dividirlos en un determinado número de partes y cada una de ellas volverlas a dividir y así sucesivamente.

Esto es lo mismo que decir que entre dos números racionales siempre existen “infinitos racionales”; cosa que no ocurriría en $\mathbb{Z}$.

Por gozar de esta propiedad, se dice que $\mathbb{Q}$ es un “conjunto denso”. Podría pensarse entonces que toda recta está cubierta, esto es, que cada punto de ella es gráfica de algún número racional y viceversa.

Sin embargo esto no es así, por lo que a continuación veremos.

5 – NÚMEROS IRRACIONALES

Existen números tales como, $\sqrt{2} = 1,4142\dots$; $\sqrt{3} = 1,7320\dots$; $\pi = 3,141592\dots$; etc. que tienen infinitas cifras decimales y sin embargo no forman período.

Tales números no pueden representarse mediante la razón de dos enteros a y b reciben el nombre de irracionales. Estos pueden representarse gráficamente en la recta de la misma forma que todos los anteriores.

Así tenemos que a pesar que los racionales forman un conjunto denso, no todos los puntos de la recta son gráfica de algún racional. En efecto, entre ellos se intercalan los irracionales.

Los racionales y los irracionales forman los elementos de un nuevo conjunto llamado “conjunto de los números reales.”

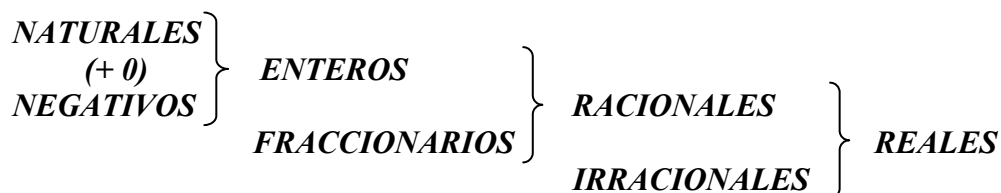
6 – NÚMEROS REALES

Lo primero que diremos respecto al conjunto de los **números reales**, denotado R , es que existe una correspondencia completa entre ellos y la recta.

Es decir, que cada punto de la misma es gráfica de algún número real y cada número real es la coordenada de algún punto de la recta.

Esta correspondencia se denomina biunívoca y constituye al principio fundamental de la Geometría Analítica en la cual los puntos geométricos son sustituidos por números y efectuando operaciones algebraicas con ellos podemos interpretar geométricamente los resultados.

El siguiente cuadro muestra en forma esquemática la sucesiva ampliación que hemos hecho en el campo de los números:



Operaciones en el Conjunto R

En R se definen las mismas operaciones que en Q , con sus correspondientes propiedades. Nos interesan particularmente la potenciación y la radicación.

I – Potenciación con Exponente Racional

a) definición de potencia cuando a

$$\left. \begin{array}{l} a^1 = a \\ a^0 = 1 \\ a^{-n} = \frac{1}{a^n} \end{array} \right\} \text{siendo } a \neq 0$$
$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \quad \text{se excluye el caso } a < 0 \text{ y } n \text{ par}$$

b) definición de potencia con exponente fraccionario

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad \text{se excluye el caso } a < 0 \text{ y } n \text{ par}$$

c) propiedades de la potenciación con exponente racional

1) producto de potencias de igual base

$$a^{\frac{m}{n}} \cdot a^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{m}{n} + \frac{p}{q}}$$

2) cociente de potencias de igual base

$$a^{\frac{m}{n}} : a^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{m}{n} - \frac{p}{q}}$$

3) potencia de otra potencia

$$\left(a^{\frac{m}{n}}\right)^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{m \cdot p}{n \cdot q}}$$

4) distributividad de la potencia

$$(a \cdot b)^{\frac{m}{n}} = a^{\frac{m}{n}} \cdot b^{\frac{m}{n}} ; \quad (a : b)^{\frac{m}{n}} = a^{\frac{m}{n}} : b^{\frac{m}{n}}$$

II - Radicación

a) Propiedades

1) $\sqrt[n]{a} = b$ Sí el índice es impar y el radicando positivo, la raíz es única y positiva.

$\sqrt[n]{-a} = -b$ Si el índice es impar y el radicando negativo, la raíz es única y negativa.

$\sqrt[n]{a} = \pm b$ Si el índice es par y el radicando positivo, existen dos raíces de igual valor absoluto y distinto signo.

$\sqrt[n]{-a} = ---$ Si el índice es par y el radicando negativo, la operación no tiene solución real.

2) $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$

3) $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$

4) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$

5) $\sqrt[m \cdot n]{a^{n \cdot p}} = \sqrt[m]{a^p}$

Reducción de Radicales a Mínimo Común Índice

Reducir varios radicales a **mínimo común índice**, es encontrar otros radicales, que siendo respectivamente iguales a los dados, tengan por índice común al mínimo común múltiplo de sus índices.

Ejemplo:

Reducir a mínimo común índice

$$\sqrt[3]{5}; \sqrt[5]{a^2}; \sqrt{7}$$

El mínimo múltiplo de los índices es 30,

$$\sqrt[3 \cdot 10]{5^{10}}; \sqrt[5 \cdot 6]{a^{2 \cdot 6}}; \sqrt[2 \cdot 15]{7^{15}}$$

Luego la solución es

$$\sqrt[30]{5^{10}}; \sqrt[30]{a^{12}}; \sqrt[30]{7^{15}}$$

Extracción de Factores Fuera de un Radical

$$\sqrt[n]{a^n \cdot b} = \sqrt[n]{a^n} \cdot \sqrt[n]{b} = a \cdot \sqrt[n]{b}$$

Introducción de Factores en un Radical

$$a \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n} \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b}$$

Multipliación de Radicales

El producto de varios radicales es el radical que tiene por coeficiente al producto de los coeficientes de los dados y cuyo radicando está formado por el producto de los radicandos de esos radicales reducidos a común índice.

Ejemplo:

$$\sqrt[5]{3} \cdot \sqrt[4]{2} = \sqrt[20]{3^4} \cdot \sqrt[20]{2^5} = \sqrt[20]{81 \cdot 32} = \sqrt[20]{2592}$$

División de Radicales

Ídem que para la multiplicación.

Racionalización de Denominadores

Dada una fracción en cuyo denominador figura un radical, se entiende por racionalizar, encontrar otra fracción igual a la dada y en cuyo denominador no figuren radicales.

1) Caso 1: cuando el denominador es un radical único.

En este caso se extraen del radical todos los factores posibles y se multiplica numerador y denominador por el radical del mismo índice que el denominador y cuyo radicando tiene por exponente a la diferencia entre su índice y su exponente.

Ejemplo:

$$\text{Racionalizar: } \frac{5}{\sqrt[5]{64}}$$

$$\frac{5}{\sqrt[5]{64}} = \frac{5}{\sqrt[5]{2^6}} = \frac{5}{2 \cdot \sqrt[5]{2}} = \frac{5 \cdot \sqrt[5]{2^4}}{2 \cdot \sqrt[5]{2} \cdot \sqrt[5]{2^4}} = \frac{5 \cdot \sqrt[5]{16}}{4}$$

2) Caso 2: cuando el denominador es una suma o diferencia de un número racional y otro irracional cuadrático o ambos son irracionales cuadráticos.

En este caso se multiplica el numerador y denominador por el conjunto del denominador y se resuelven las operaciones.

El conjugado de la expresión $a \pm \sqrt{b}$ es la expresión $a \mp \sqrt{b}$

Ejemplo:

$$\begin{aligned} \text{Racionalizar: } & \frac{2}{(\sqrt{2} - \sqrt{3})} \\ \frac{2}{(\sqrt{2} - \sqrt{3})} &= \frac{2 \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{3})}{(\sqrt{2} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{3})} = \frac{2 \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{3})}{2 - 3} = -2 \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{3}) \end{aligned}$$

7 – NÚMEROS COMPLEJOS

Este conjunto numérico, denotado C , se crea con el objeto de resolver la operación $\sqrt[n]{a}$ donde $a < 0$ y n es par

Los elementos que lo constituyen son, por un lado los números reales, y por otro los imaginarios, que se crean con el fin de dar solución a la operación mencionada.

No haremos aquí (aparte de mencionarlos) ninguna consideración especial acerca de ellos, ya que son objeto de un extenso tratamiento durante las materias posteriores.

Por lo tanto, en todo lo que sigue solo trabajaremos con números reales; si en algún caso se presenta una operación tal como la descrita, diremos que se trata de una operación “sin solución en el campo de los números reales”.

Respuesta de los ejercicios propuestos:

Hoja N° 3:

- 1) Realizar las operaciones que “puedan” resolverse en el conjunto de los números naturales N .

- | | | |
|-------|-------|-------|
| a) 1 | d) No | g) No |
| b) No | e) 8 | h) No |
| c) No | f) No | |

Hoja N° 4:

- 2) En las siguientes proposiciones, explicar utilizando las propiedades vistas anteriormente, cuales son válidas y cuales no. ¿Por qué?

- a) No es válido, la propiedad conmutativa se aplica en la suma, no en la resta.
- b) Válida.
- c) No es válida, el índice de las raíces no se corresponden para aplicar la propiedad asociativa en el miembro derecho de la igualdad.
- d) No es válido, la operación del miembro derecho de la igualdad no está definido en el conjunto N .
- e) Válida.

Hoja N° 7:

- 1) Resolver

- | | | |
|--------|-------|--------|
| a) -9 | d) 4 | g) 2 |
| b) -21 | e) -3 | h) -17 |
| c) 7 | f) 29 | i) -30 |

- 2) Demostrar que en el conjunto Z se cumplen las propiedades siguientes:

Hojas N° 13 a la N° 17:

- 1) Resolver

- | | | |
|-----------|------------|-------------|
| a) $1/2$ | d) $40/11$ | g) $-35/36$ |
| b) $5/8$ | e) 2 | h) -3 |
| c) $25/3$ | f) | i) 1 |

- 2) Fracciones y expresiones decimales:

- a) Encontrar la expresión decimal

- | | | | |
|---------|-------------|---------------|--------------|
| i) 0,75 | ii) 0,33... | iii) 0,896103 | iv) 0,533... |
|---------|-------------|---------------|--------------|

- b) Convertir en fracciones:

- | | | | |
|--------------|-----------------|-----------------|-----------|
| i) $371/100$ | ii) $1142/2500$ | iii) $529/2475$ | iv) $7/3$ |
| v) $417/99$ | | | |

c) *Efectuar las siguientes operaciones convirtiendo previamente en decimales en fracciones:*

i) $- 675/176$

ii) $- 1813/450$

3) *Resolver:*