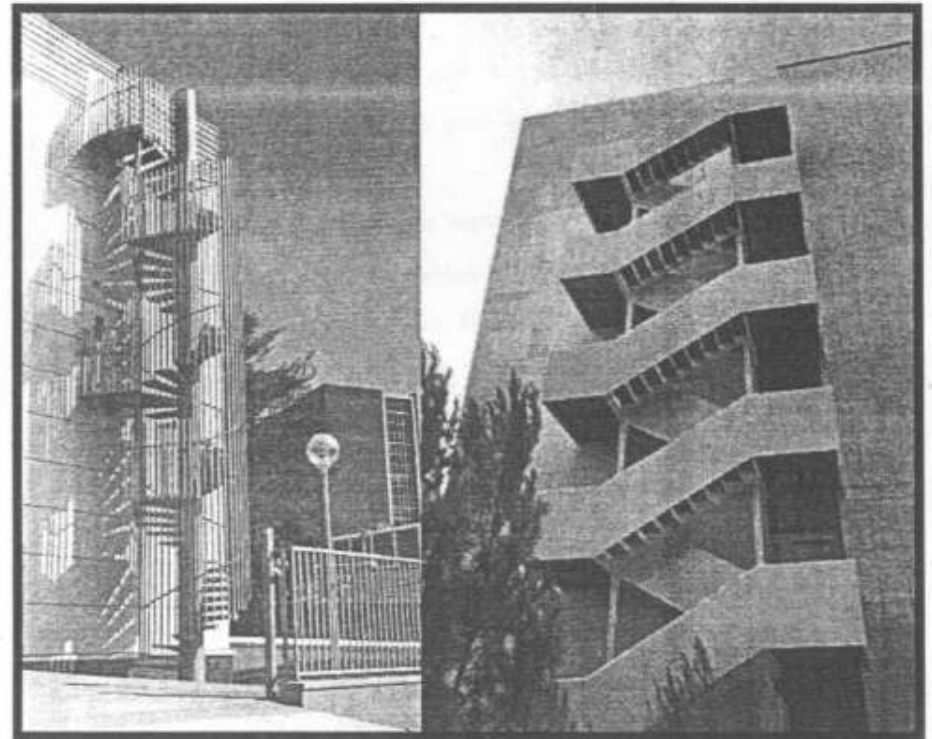


ANALISIS Y DISEÑO DE ESCALERAS



CARLOS ANTONIO FERNANDEZ CHEA
LIMA - PERU

S	= separación de fierro
V_d	= corte a la distancia d
V_c	= esfuerzo de corte que resiste el concreto
l_d	= longitud de desarrollo
E	= módulo de young
I	= momento de inercia
θ	= giro angular
h	= altura
H	= carga horizontal
C_x	= distancia al eje neutro
A	= área
$\bar{x}$	= momento de masa
I_{xy}	= momento de giro
M_s	= momento isostático
ϕ	= diámetro del fierro
α	= ángulo de inclinación
a	= distancia al eje neutro
k_1	= factor de whitney
β	= ángulo de viga triangular
t_m	= distancia del paso a la base de escalera
M_m	= momento de flexión
f_c	= esfuerzo de flexión que resiste el concreto
c	= distancia del eje neutro a la fibra mas alejada
A	= área de estribos
M_c	= momento que resiste el concreto
$k_s = k_i$	= rigidez de muro (superior o inferior)
M_p	= momento de empotramiento

e	= excentricidad
σ	= esfuerzo de tracción ó compresión
R	= fuerza R sobre el muro por peso de ladrillo
$F.S$	= factor de seguridad
m_f	= momento flector unitario
m_t	= momento torsor unitario
n	= número de peldaños
P_b	= cuantía balanceada
τ_v	= esfuerzo de torsión
τ_{max}	= esfuerzo de torsión máximo
τ_c	= esfuerzo de torsión que toma el concreto
Ω	= factor de torsión
A_o	= área de estribos por torsión
A_l	= área longitudinal por torsión
r	= recubrimiento
H'	= altura real de la escalera
dM	= diferencial de momento
r	= radio interior de la columna
z^*	= distancia de escalón
P_s	= cuantía del zuncho
D_c	= diámetro del zuncho
g	= distancia sin recubrimiento
R_D	= reacción sobre el descanso
F	= fuerza de tirante
f	= esfuerzos
T y C	= fuerzas en las rampas
m	= distancia entre rampa

NOMENCLATURA

W_U	=	carga última total
l	=	longitud del tramo
W'_U	=	carga última perpendicular al piso
W''_U	=	carga última perpendicular al tramo de la escalera
l'	=	longitud inclinada
M	=	momento de flexión
V	=	fuerza de corte
N	=	fuerza normal
R ó P	=	reacción
d	=	peralte
t	=	garganta de la escalera
δ	=	desplazamiento vertical
b	=	ancho de la escalera
f'_c	=	módulo del concreto
f_y	=	módulo del acero
CM ó	=	carga muerta
W_D	=	
CV ó	=	carga viva
W_L	=	
t_1	=	garganta perpendicular
s/c	=	sobrecarga
d'	=	peso en longitud oblicua
h	=	$\frac{CP}{2} + \frac{t}{\cos}$
CP	=	contrapaso
$P.P$	=	peso propio

Z	= distancia del descanso
R'_B	= carga exterior sobre el descanso
H_U	= fuerza de tensión
f_c	= esfuerzo que toma el concreto
A_{sv}	= área de acero vertical
A_{sh}	= área de acero horizontal
θ	= ángulo de la escalera
R	= radio de la escalera
U	= factor de bergman
G	= módulo de torsión
T	= torsión en cualquier punto
α^*	= ángulo para torsión en radianes
x	= menor distancia en torsión
y	= mayor distancia en torsión
ψ	= ángulo entre el piso y el centro
ϕ	= ángulo al punto de la carga o momento
Q	= fuerza de corte en los diferentes ejes
x	= fuerzas unitarias en los tres ejes coordenados
L	= ecuación compatible
J	= constante de St. Venant
X	= redundantes

CAPITULO I

INTRODUCCION

Este estudio sobre el análisis y diseño de escaleras abarca una gama de tipos de escaleras que hemos creído conveniente estudiarlas detenidamente.

Se ha optado por realizar este trabajo porque en -- nuestro medio no existe actualmente una buena bibliografía sobre este punto y las personas que tratan de profundizar -- más en el estudio de escaleras encuentran esta dificultad.

Asimismo, como se trata de una estructura muy importante en el todo de una edificación su análisis debe ser -- realizado a conciencia, lo que permite dotar de seguridad a la estructura.

Por ello, todo trabajo de análisis y diseño de escaleras no debe detenerse en una simple exposición teórica si no que debe ir acompañada de ejemplos prácticos que ilustren los métodos de cálculo para su mejor comprensión.

Consecuentemente con lo expuesto, toda persona que se aboque a la construcción de edificaciones debe tener muy en cuenta que la escalera es una de las estructuras más importantes de la obra. Como ella es visible su construcción debe acercarse a la perfección pues su función no sólo es de circulación sino también es de ornato.

Se presenta este estudio como un aporte a los que -- quieran profundizar en el tema.

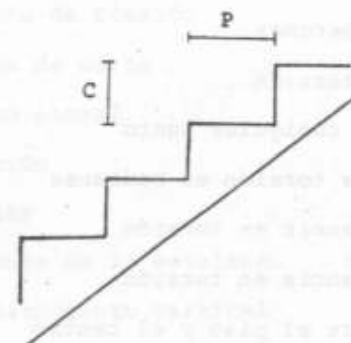
Kellay



CAPITULO II

DIMENSIONAMIENTO Y CARGAS DE ESCALERAS SEGUN EL REGLAMENTO NACIONAL DE CONSTRUCCION

A) DIMENSIONAMIENTO



P = Paso
C = Contrapaso

Es recomendable

$$2C + P = 60 \text{ a } 64 \text{ cm.}$$

El paso mínimo es de 25 cm.

El contrapaso puede ser :

- a) Para escaleras monumentales 13 a 15 cm.
- b) Edificio o casas 15 a 17.5 cm.
- c) Secundarias 20 cm.

El ancho mínimo :

- a) Vivienda = 1.00 mt.
- b) Secundarias = 0.80 mt.

- c) Caracol = 0.60 mt.
d) Edificios = 1.20 mt.

B) CARGAS

- Peso propio : Peso de la estructura
- Acabados : generalmente es 100 k/m^2 pero cuando hay barandas de ladrillo o en general algo muy cargado hay que encontrar el verdadero peso.
- Sobre cargas : Por reglamento es de 500 k/m^2

CAPITULO III

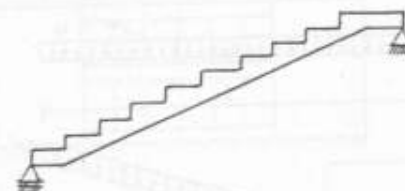
ESCALERAS APOYADAS LONGITUDINALMENTE

A) ESCALERAS DE UN TRAMO

Las escaleras armadas longitudinalmente son aquellas - que se encuentran apoyadas en los extremos y que llevan el acero principal a lo largo del eje de la escalera y perpendicularmente a las escaleras.

Por su tipo de apoyo podría considerarse que son :

a) Simplemente apoyada.-



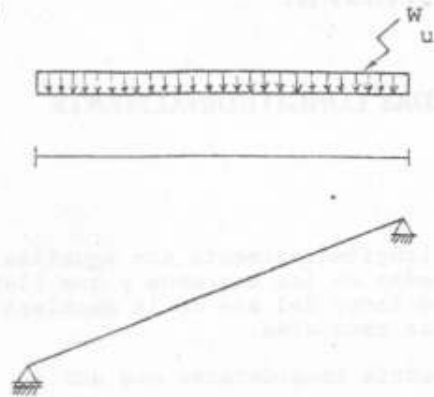
b) Empotrada.-



Pero por condiciones de que no existe empotramiento perfecto se considera, que siempre las escaleras son simplemente apoyadas.

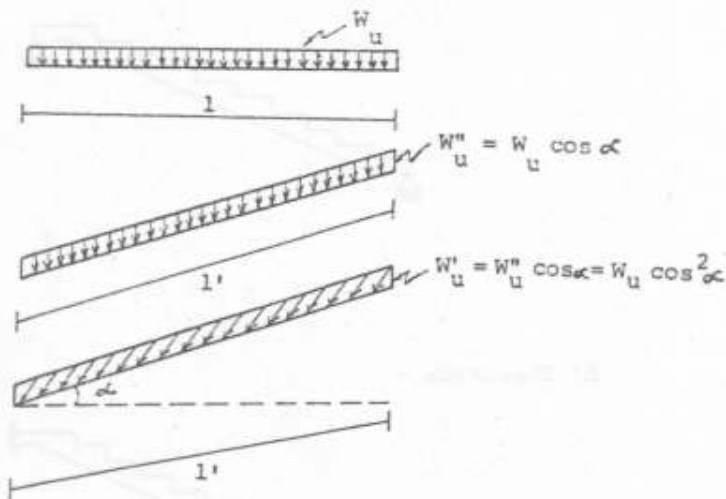
Para el diseño se puede considerar dos casos :

1)



Se diseña para soportar cargas verticales y con la luz proyectada horizontalmente.

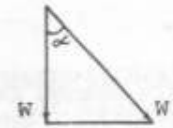
2)



Con la carga W'_u a toda la longitud y con la longitud inclinada.

El diseño es igual sea cual fuera la manera como se toman las cargas.

Luego por proyección tenemos :



$$W'_u = W_u \cos^2 \alpha$$

(carga inclinada por metro lineal inclinado)

obteniendo el momento de flexión y considerando β un factor que está de acuerdo al tipo de apoyo de la estructura, tenemos que :

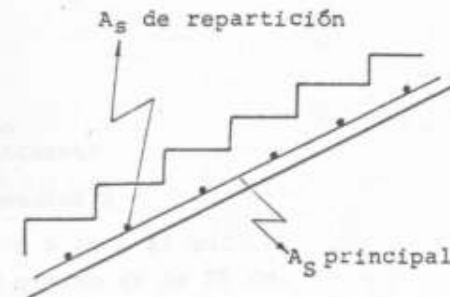
$$M = \beta W'_u l'^2 = \beta W_u \cos^2 \alpha l'^2$$

pero como $l = l' \cos \alpha$

$$\text{luego } M = \beta W l^2$$

o sea esto demuestra que se obtiene el mismo resultado trabajando en forma recta o inclinada.

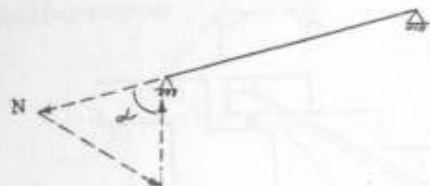
De esta manera se obtiene el A_s principal que es longitudinal a la escalera en cambio el acero de repartición, que es el A_s mínimo es colocado a lo largo del paso.



En el caso de que se trate de una rampa maciza y se considere al descanso superior como aligerado en voladizo apoyado

en la viga superior, no se podría anular el acero de la escalera penetrando en el aligerado, o sea se considera todo como macizo o todo como aligerado.

La viga que sirve de apoyo tiene componentes que actúan sobre ella, que resultan de la descomposición de la fuerza.



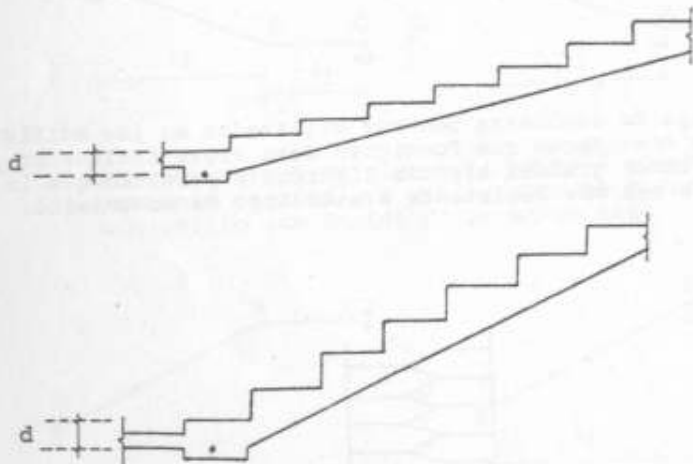
Por lo que el diagrama de fuerzas es el siguiente :

Donde :

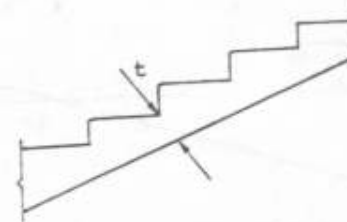
$$V = W \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha$$

$$N = W \operatorname{sen} \alpha$$

Esta fuerza en algunos casos es absorbida por la zapata de la escalera, el peralte (d) para el cálculo de la viga de apoyo se toma de acuerdo a la siguiente figura :

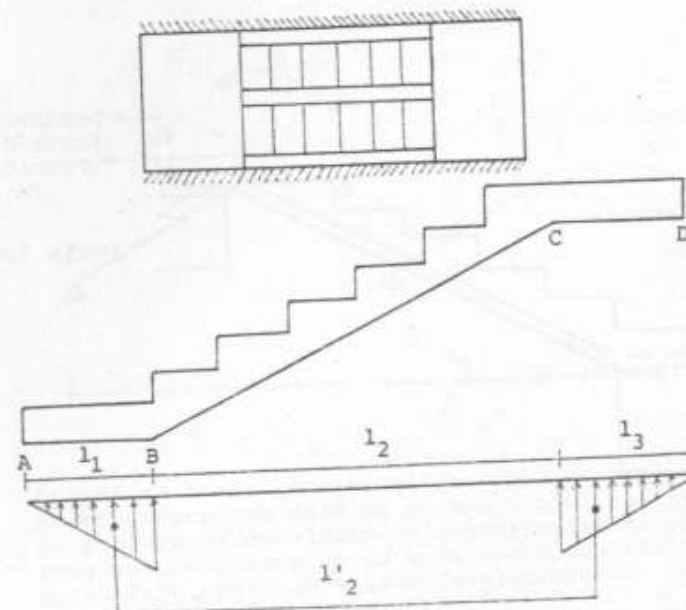


Para el dimensionamiento previo generalmente t está entre 3 y 4 cm. por cada metro de longitud entre apoyos.



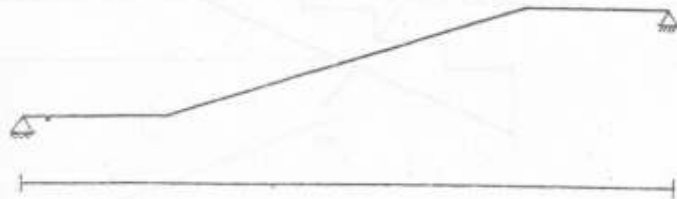
CASOS PARTICULARES.-

Cuando la viga tiene poca luz (todo el ancho de la escalera) se puede considerar como si toda la losa fuese viga chata.

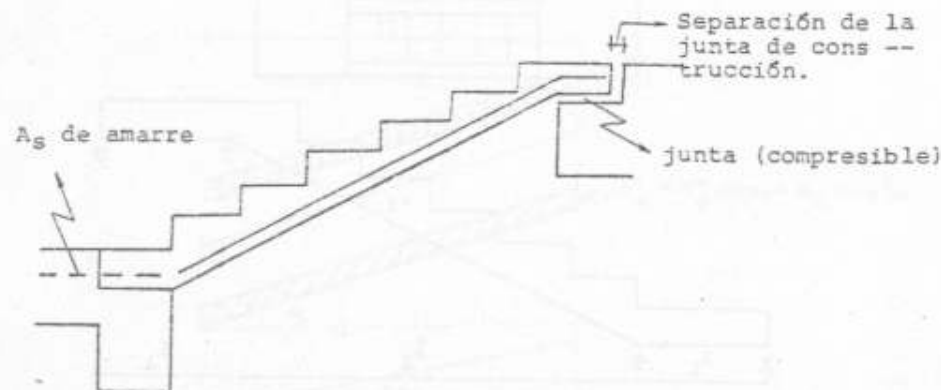


La luz que interviene en el cálculo para la rampa será solo $l/2$, pues se admite que el punto A no desciende y el punto B sí, por lo tanto la carga es triangular.

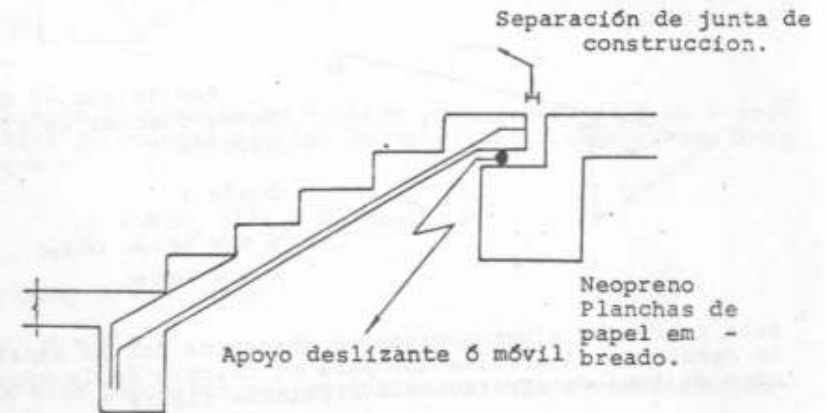
Existe otra forma de escalera como se demuestra y se calcula considerando toda la luz.



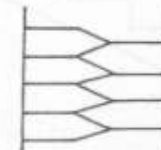
Cuando se encuentra separada por una junta de construcción. En ese caso existe en el extremo inferior un fierro que sirve para amarrar a la escalera.



A veces se encuentra separada por una junta compresible y sobre un apoyo móvil y empotrada en el extremo inferior.



Este tipo de escaleras son muy utilizados en los edificios, pues se consideran que funcionan como vigas inclinadas por lo que toman grandes efectos sísmicos y permiten que la estructura sea mas resistente a este tipo de movimiento.



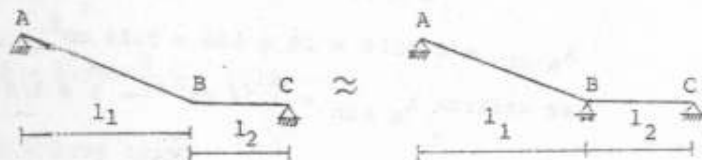
5) ESCALERAS DE DOS Y MAS TRANOS

Existen diferentes tipos de escaleras, las cuales se analizan como se detalla :

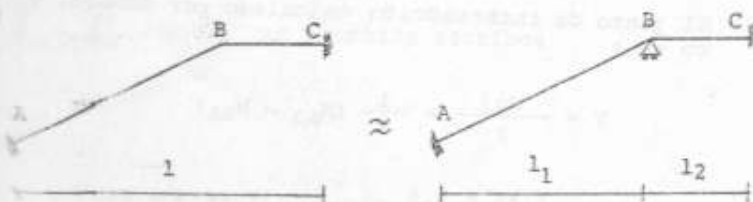


En este tipo de escalera el extremo inferior sirve como apoyo a la escalera y por lo tanto el punto B no desciende y se considera como si existiera un apoyo ficticio que impide el desplazamiento vertical.

En este caso $l_1 > l_2$ pues l_2 es el descanso.

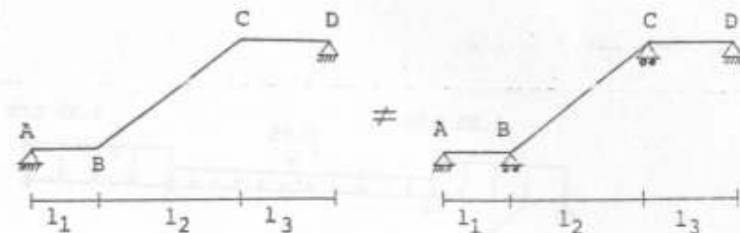


Similar al caso A en el que el punto B no sufre desplazamiento vertical ya que es como si tuviera un apoyo ficticio que impide dicho movimiento.



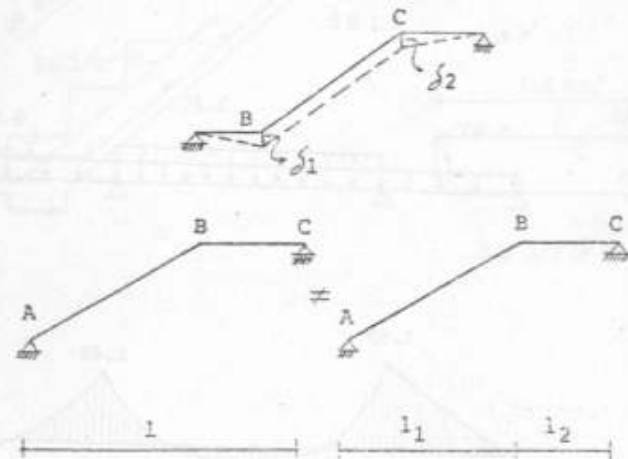
Este caso es similar al caso A, porque tampoco se produce desplazamiento vertical en el punto B ya que se considera que está perfectamente empotrada, tampoco se produce desplazamiento horizontal.

d)



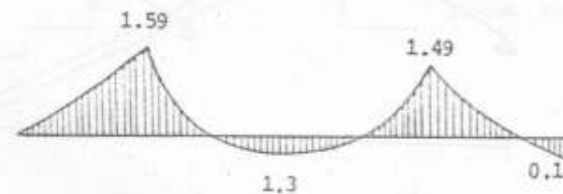
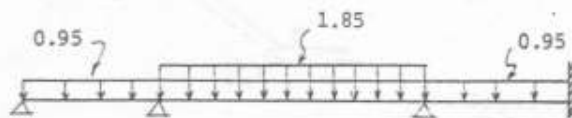
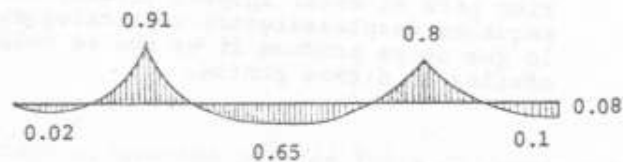
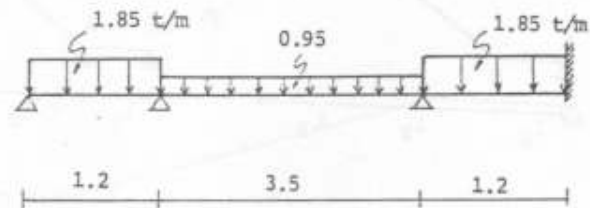
En este caso la escalera se encuentra entre dos descansos, A B que es el inferior y C D que es el superior pero al estar apoyada verticalmente se producen pequeños desplazamientos verticales en los puntos B C lo que no se produce si es que se coloca dos apoyos móviles en dichos puntos.

e)

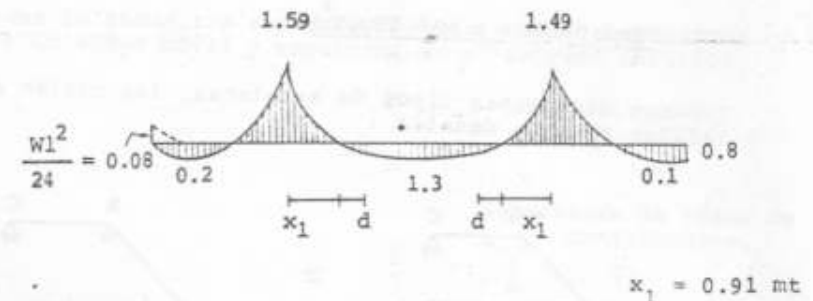


Cuando se tiene una escalera cuyo extremo superior se considera que está en un apoyo móvil se tiene que se produce un desplazamiento horizontal al punto C, cosa que no ocurre si la escalera estuviera sobre un apoyo fijo, pero no existe desplazamiento vertical en ninguno de los casos. En este tipo se considera como si toda la luz fuera monolítica o sea sin apoyo ficticio.

Calculando los momentos por el método de Cross y por damero



Superponiendo



$$x_1 = 0.91 \text{ mt}$$

$$\text{con } M^{(-)} = 1.59 > A_s = 2.59 \text{ cm}^2$$

$$d = 18$$

$$\text{con } M^{(+)} = 1.3 > A_s = 2.11 \text{ cm}^2$$

$$d = 18$$

$$\text{Para el Mto} = \frac{Wl^2}{24} = 0.08 > A_s = 0.13 \text{ cm}^2$$

$$d = 18$$

$$A_s \text{ mín} = 0.0018 \times 18 \times 100 = 3.24 \text{ cm}^2$$

$$\text{se utiliza } A_s \text{ mín} = 3.24 \text{ cm}^2 \rightarrow 5 \phi 3/8$$

Separación

$$S_{\text{max}} \leq \begin{cases} 45 \text{ cm.} \\ 3t = 3(11) = 33 \text{ cm.} \end{cases}$$

El punto de intersección calculado por damero, el más crítico es:

$$V = \frac{Wl}{2} - \frac{1}{1} (M_{AB} - M_{BA})$$

$$V = \frac{1.85 \times 3.5}{2} - \frac{1}{3.5} (1.59 + 1.49)$$

$$V = 2.36 \text{ ton.}$$

$$M + \frac{W_u x^2}{2} - V = 0$$

$$1.59 + \frac{1.85 x^2}{2} - 2.36 = 0$$

$$\frac{1.85 x^2}{2} = -1.59 + 2.36$$

$$\frac{1.85 x^2}{2} = 0.77$$

$$x^2 = 0.83 \rightarrow x = 0.91 \text{ mt.}$$

$$I_d = 0.91 + 0.18 = 1.09 \text{ mt.}$$

Chequeo por corte :

$$V_d = \frac{W_1}{2} - W_d$$

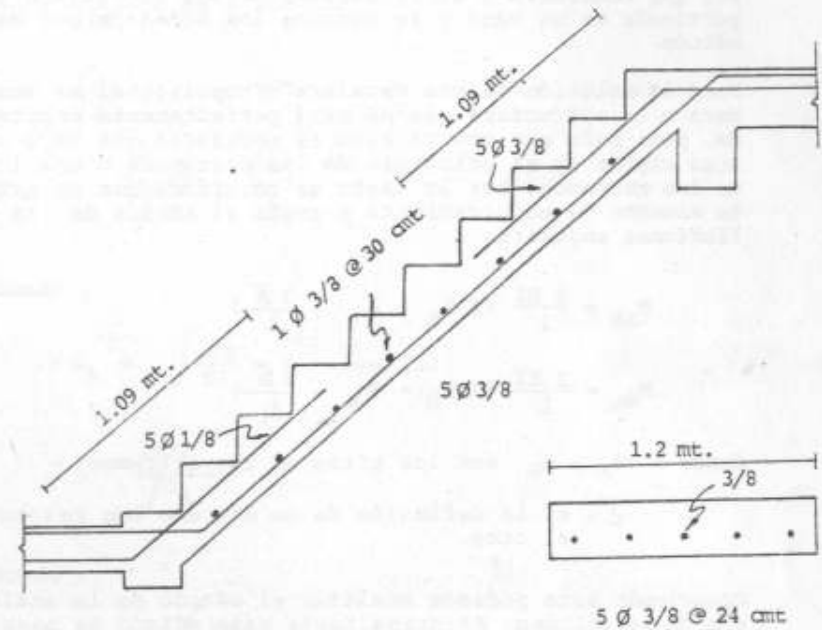
$$V_d = 1.85 \left(\frac{3.5}{2} - 0.18 \right)$$

$$V_d = 2.86 \text{ ton.}$$

$$\sqrt{c} = \phi \times 0.75 \sqrt{f'_c}$$

$$\sqrt{c} = 3.6 \text{ k/cm}^2$$

$$\sqrt{c} > \sqrt{u} \quad \therefore \text{no necesita estribos}$$



C) ESCALERAS ORTOPOLIGONALES

Es un tipo de escalera que se caracteriza por no poseer recubrimiento sino tan solo paso y contrapaso. Al ser un tipo especial de escalera su análisis sigue métodos que no se aplican a otros.

El método más exacto es el de la analogía de la columna, que considera a la escalera como una estructura apoyada de un vano y se obtiene los momentos por este método

Para la solución de una escalera ortopoligonal se considera a la estructura que no está perfectamente empotrada, pues para que ocurra esto es necesario que haya una viga rígida en el principio de los descansos o una losa en los extremos. Por lo tanto se considera que no existe momento de empotramiento y según el método de las deflexiones angulares :

$$M_{AB} = \frac{2EI}{1} (2\theta_A + \theta_B - \frac{3\delta}{1})$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{1} (2\theta_B - \theta_A - \frac{3\delta}{1})$$

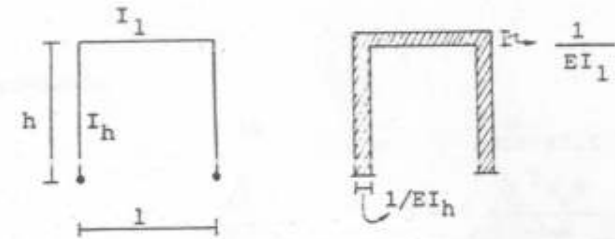
donde : θ_A y θ_B son los giros en los extremos.

δ , es la deflexión de un extremo con respecto al otro.

Conociendo esto podemos analizar el método de la analogía de la columna. Principalmente este método se basa en la analogía entre los esfuerzos que se producen en una columna corta y los momentos que se producen en un pórtico.

Método de la Analogía de la Columna.-

El perímetro exterior del marco mostrado es considerado como una sección de columna, llamada una área elástica.



(Fig. 1)

La longitud de cada miembro en el área elástica es considerado igual a la actual longitud de la correspondiente al marco dado.

El ancho de cada miembro en el área elástica es igual a $\frac{1}{EI}$ del correspondiente miembro del pórtico.

Esto es mostrado en la fig. (1) que para un extremo articulado el momento de inercia de la articulación es cero por lo que el ancho del área elástica será :

$$\frac{1}{EI} = \frac{1}{0} = \infty$$

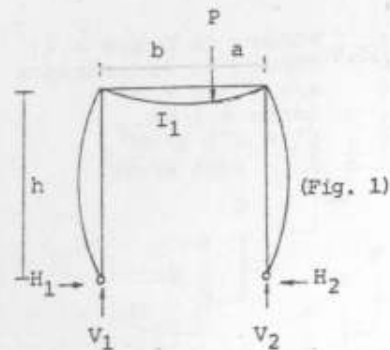
Para un empotramiento del momento de inercia en el soporte rígido es ∞ . Por lo tanto el ancho del área elástica será:

$$\frac{1}{EI} = \frac{1}{\infty} = 0$$

Carga aplicada en el área elástica.-

El pórtico estáticamente indeterminado debe, para quitar los redundantes, tener un corte en alguna porción, generalmente en los apoyos.

Bajo esta condición el diagrama de momentos flectores será construido.



Pórtico estáticamente indeterminado.

Corte de un apoyo para hacer el pórtico estáticamente determinado.

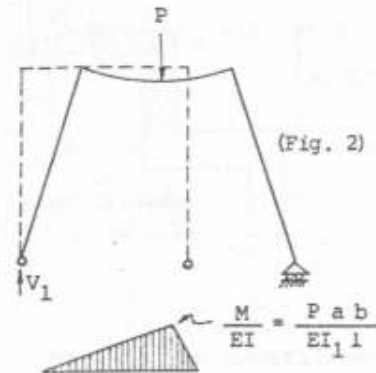
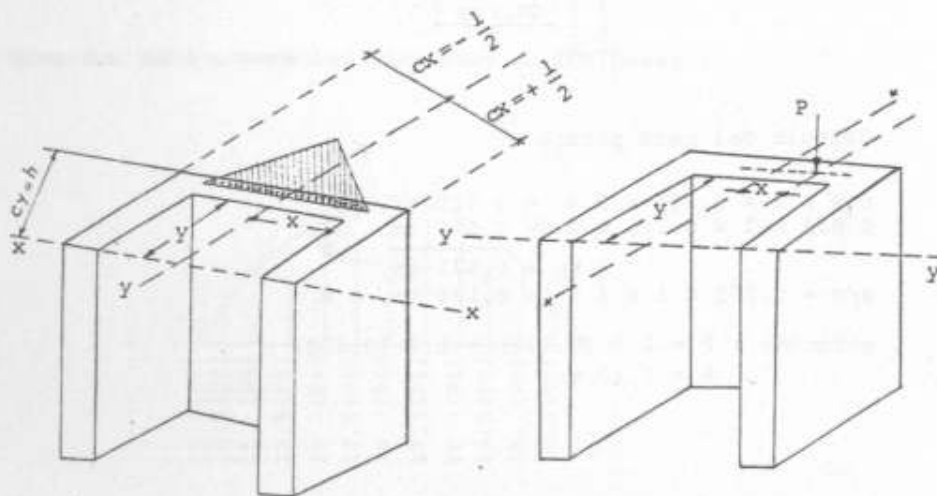


Diagrama de momentos de la (Fig. 11)

Este diagrama será construido como una carga $(\frac{Ms}{EI})$ aplicada en el área elástica de la columna corta. Simplemente se trata de una columna cargada excentricamente teniendo una carga axial y momentos ($M_x = Py$ y $M_y = Px$)



El diagrama de momentos será considerado dividido entre EI y la carga girará alrededor de 2 ejes ($x - x$) y ($y - y$) expresados por el centro elástico. Se llama centro elástico al centro de gravedad de la sección transversal en la columna análoga.

$$d_A = \frac{1}{EI} \times ds = \frac{ds}{EI}$$

$$A = \int \frac{ds}{EI}$$

$$\bar{x} = \frac{\int x dA}{\int dA}$$

donde :

$$x d_A = \int \frac{s ds}{EI} = 0 \text{ ---- (1)}$$

$$\bar{y} = \frac{\int y d_A}{\int d_A}$$

donde :

$$\int y d_A = \int \frac{y ds}{EI} = 0 \text{ ---- (2)}$$

(1) y (2) solo cuando los ejes coordenados pasan por el centro elástico.

también :

$$I_x = \int y^2 d_A = \int \frac{y^2 ds}{EI} \text{ ---- (3)}$$

$$I_y = \int x^2 d_A = \int \frac{x^2 ds}{EI} \text{ ---- (4)}$$

$$I_{xy} = \int xy d_A = \int \frac{xy ds}{EI} \text{ ---- (5)}$$

donde :

(3) y (4) son los momentos de inercia

(5) es el producto de inercia

La carga en la columna análoga es el diagrama de momentos - flectores reducidos de la estructura propuesta. Este diagrama de momentos es el que corresponde a la estructura isostática.

Al ser la estructura hiperestática lo que se hace es isostatar la estructura y resolver los momentos redundantes por medio de la analogía de la columna.

El momento total será :

$$M_T = M_S - M_A$$

donde :

M_S = Momento en cualquier punto correspondiente a la estructura isostática.

M_A = Se obtiene de la siguiente fórmula :

$$\left[\frac{\frac{P}{A} + \frac{M_y - M_x \frac{I_{xy}}{I_x}}{I_y - \frac{I^2_{xy}}{I_x}} x + \frac{M_x - M_y \frac{I_{xy}}{I_y}}{I_x - \frac{I^2_{xy}}{I_y}} y \right]$$

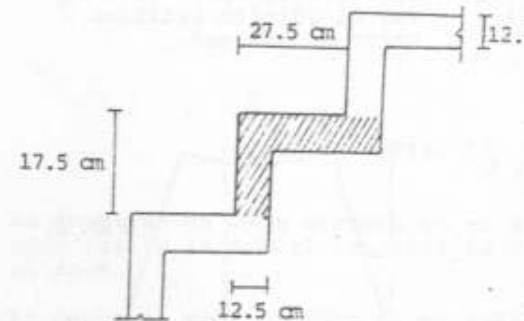
donde se utiliza como carga repartida el diagrama de momentos isostáticos.

Para la estructura propuesta o real los momentos flectores son positivos cuando producen compresión en las fibras exteriores. Para la analogía de la columna cuando los momentos flectores son positivos la carga P se considera positiva, es decir en compresión y los esfuerzos de compresión son positivos.

Además se tiene, para dar mayor facilidad a este método, que como los pasos y contrapasos de la escalera son iguales dimensionalmente en toda su extensión las inercias son constantes; y esto facilita la obtención de los momentos reducidos que se emplean como carga en la analogía de la columna.

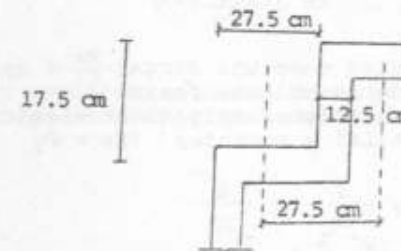
DISEÑO DE ESCALERA ORTOPOLIGONAL POR ANALOGIA DE LA COLUMNA

Problema No. 1



Número de Pasos = 12
 Número de Contrapasos = 11
 $s/c = 500 \text{ k/m}^2$
 ancho = 1 mt.
 $f'_c = 175 \text{ k/cm}^2$
 $f_y = 4200 \text{ k/cm}^2$

Analizando una porción :



Cálculo del peso propio :

$$0.4 \times 1 \times 0.125 \times 2.4 = 0.120 \text{ tn.}$$

$$0.050 \times 1 \times 0.125 \times 2.4 = 0.015 \text{ tn.}$$

$$W_D = 0.135 \text{ tn.}$$

$$s/c = 0.275 \times 1 \times 0.5 = 0.138 \text{ tn.} = W_L$$

$$\text{entonces : } P = 1.4 (0.135) + 1.7 (0.138)$$

$$P = 0.42 \text{ tn.}$$

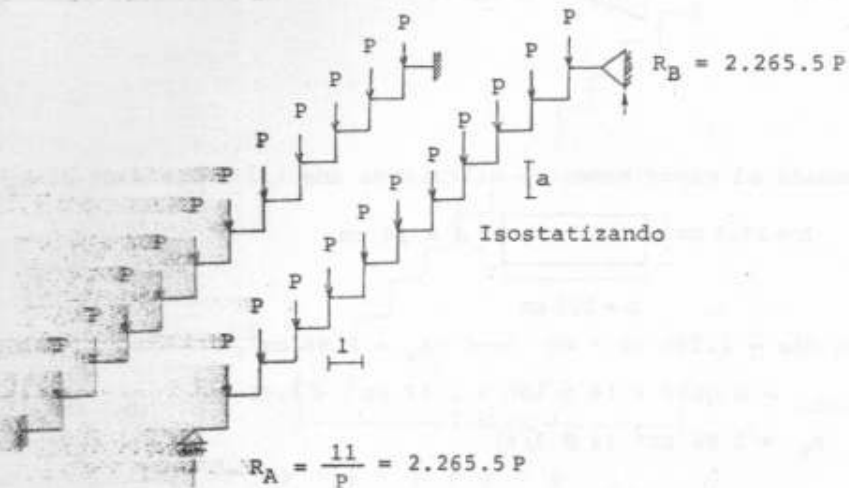
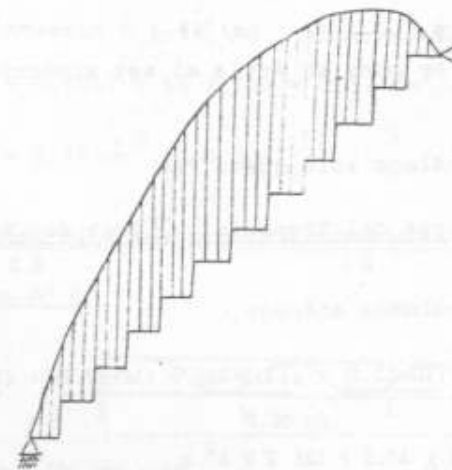
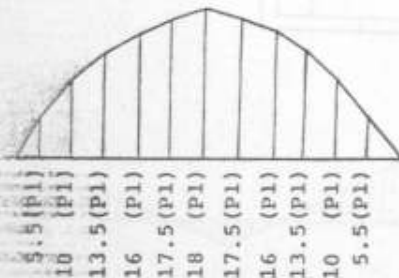


Diagrama de los momentos flectores en los pasos :



Utilizando como carga repartida el diagrama de momentos flectores en los pasos.

Diagrama de los Momentos Flectores en los Contrapasos :



Utilizando como carga repartida el diagrama de momentos flectores en los contrapasos.

$$I_{\text{Paso}} = \frac{1}{12}(100)(12.5)^3 = 16,276.08$$

$$I_{\text{Contrapeso}} = \frac{1}{2}(100)(12.5)^3 = 16,276.08$$

$$I_P = I_{CP} = 1$$

No existe M_x ni M_y pues se anula al ser simétrica la escalera.

En la columna análoga solo queda P/A

$$\text{donde: } P_T = \frac{\sum \text{Area del Trapecio}}{\sum I} + \frac{\sum \text{Area del Rectángulo}}{\sum I}$$

A = área de la columna análoga

$$EIP_1 = \frac{(1 \times 5.5)}{2} + \frac{(5.5 + 10)}{2} + \frac{(10 + 13.5)}{2} + \frac{(13.5 + 16)}{2} + \frac{(16 + 17.5)}{2} + \frac{(17.5 + 18)}{2} \quad 2P_1^2$$

$$EIP_2 = (5.5 + 10 + 13.5 + 16 + 17.5 + 18) \quad 2P_1^2 a$$

$$\text{de donde: } P_1 = 4,410$$

$$P_2 = 2,759.25 > \therefore P_T 7,169.25$$

$$A = 12(0.175) + 11(0.175)$$

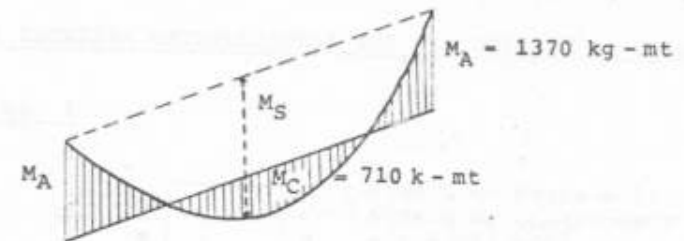
$$A = 5.23$$

$$M_A = \frac{7,169.25}{523} = 1370 \text{ kg-mt}$$

$$M_C = M_S - M_A$$

$$M_S = 18(1) = 18 \times 0.42 \times 0.275 = 2,080 \text{ kg-mt.}$$

$$M_C = 710 \text{ kg-mt.}$$



Tomando el mayor momento; calculamos con 1,370 kg. - mt el A_s .

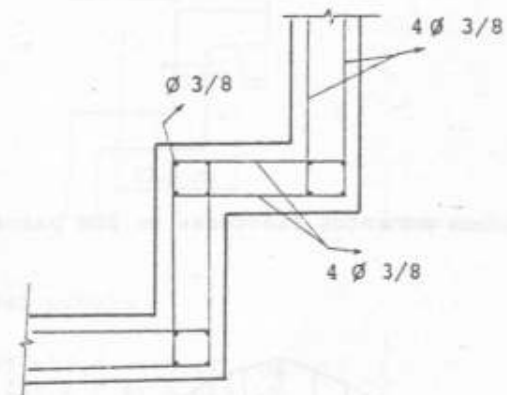
$$h = 17.5 \text{ cm} \quad \boxed{} \quad d = 14 \text{ cm}$$

$$b = 100 \text{ cm}$$

$$\text{Con } M_{to} = 1,370 \text{ kg-mt} \rightarrow A_s = 2.66 \text{ cm}^2$$

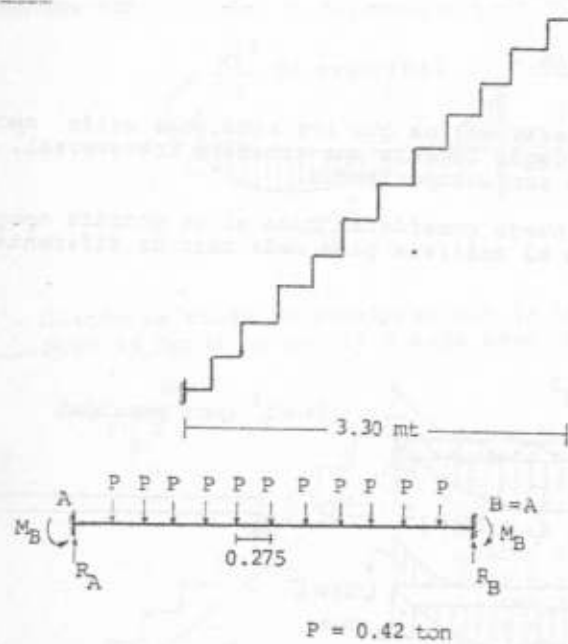
$$A_{s \text{ min}} = 0.0018 \times 14 \times 100 = 2.52 \text{ cm}^2 < 2.66 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 2.66 \text{ cm}^2 \quad (4 \phi 3/8)$$



Calculando la misma escalera como viga con cargas puntuales.-

Problema No. 2



Por fórmulas de tablas

$$M_{to} = \frac{P a^2 b}{12} \begin{cases} M_A = 1.42 \text{ ton} - \text{mt.} \\ M_C = 0.66 \text{ ton} - \text{mt.} \end{cases}$$

$$M_A = 1.42 \text{ ton} - \text{mt.}$$

$$M_B = 1.42 \text{ ton} - \text{mt.}$$



$$M_C = 0.66 \text{ tn} - \text{mt.}$$

Tomando el mayor momento :

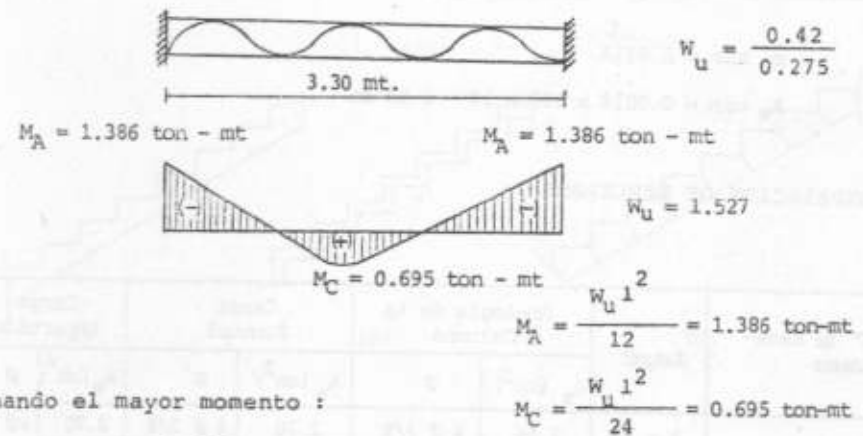
$$\text{Con un momento} = 1.42 \text{ ton} - \text{mt} \rightarrow A_s = 2.76 \text{ cm}^2$$

$$A_{s \text{ min}} = 0.0018 \times 14 \times 100 = 2.52 \text{ cm}^2 < 2.76 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 2.76 \text{ cm}^2 \quad (4 \phi 3/8)$$

Calculando el mismo problema como viga con carga repartida

Problema N° 3



Tomando el mayor momento :

$$\text{Con un mto.} = 1.386 \text{ ton} - \text{mt} \rightarrow A_{s2} = 2.70 \text{ cm}^2$$

$$A_{s \text{ min}} = 0.0018 \times 14 \times 100 = 2.52 \text{ cm.} < 2.70 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 2.70 \text{ cm}^2 \quad (4 \phi 3/8)$$

Posteriormente realizamos la misma operación, o sea empleando los tres casos, para una escalera ortopoligonal de siete pa-sos y seis contrapasos con las mismas cargas y especificaciones de la anterior.

Del desarrollo hemos obtenido los siguientes resultados :

COMPARACION DE MOMENTOS

Nº de Escalones	Momentos	Analogía de la columna (1)	Carga Puntual (2)	2/1	Carga Repartida (3)	3/1
12	$M_A = M_B$	1370 kg - mt	1420 kg - mt	1.04	1386 kg - mt	1.01
	M_C	710	660	0.93	695	0.98
7	$M_A = M_B$	434	590	1.36	470	1.08
	M_C	250	270	1.08	235	0.94

$$p. \text{ mín} = 0.0018$$

$$A_s \text{ mín} = 0.0018 \times 100 \times 14 = 2.52 \text{ cm}^2$$

COMPARACION DE ESFUERZOS

Nº de Escalones	Lugar	Analogía de la Columna		Carga Puntual		Carga Repartida	
		$A_s \text{ (cm}^2\text{)}$	ϕ	$A_s \text{ (cm}^2\text{)}$	ϕ	$A_s \text{ (cm}^2\text{)}$	ϕ
12	A - B	2.66	4 ϕ 3/8	2.76	4 ϕ 3/8	2.70	4 ϕ 3/8
	C	2.52	4 ϕ 3/8	2.52	4 ϕ 3/8	2.52	4 ϕ 3/8
7	A - B	2.52	4 ϕ 3/8	2.52	4 ϕ 3/8	2.52	4 ϕ 3/8
	C	2.52	4 ϕ 3/8	2.52	4 ϕ 3/8	2.52	4 ϕ 3/8

CAPITULO IV

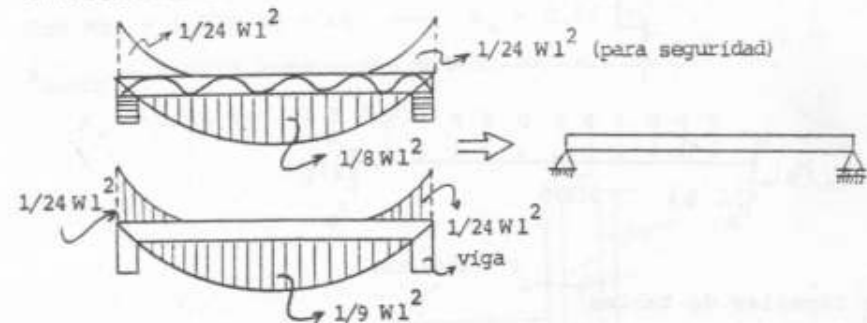
ESCALERAS APOYADAS TRANSVERSALMENTE

ESCALERAS CONTINUAS.-

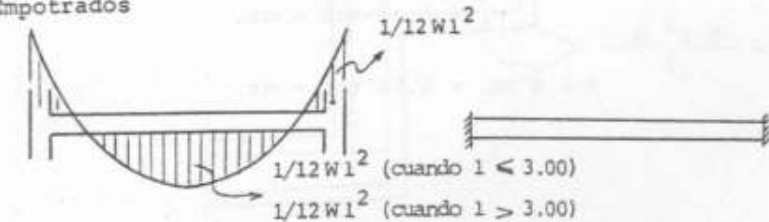
Se trata de escaleras en los que los escalones están apoyados en sus extremos, dando lugar a una armadura transversal, o sea que los escalones son autoportantes.

Esta escalera se puede considerar como si se entrara apoyada o empotrada, siendo el análisis para cada caso de diferente forma.

a) Articuladas



b) Empotrados

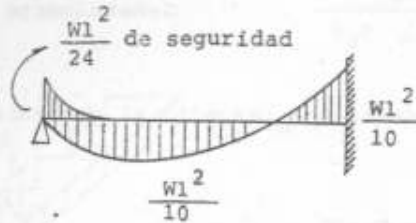


c) Empotrada y Articulada

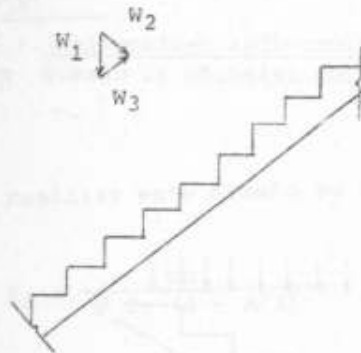


De este caso se considera que la pared sirve de empotramiento y que se apoya en una viga.

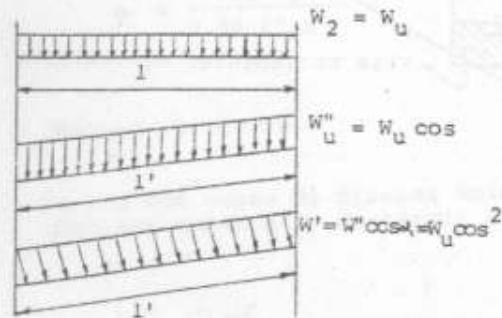
Los momentos son :



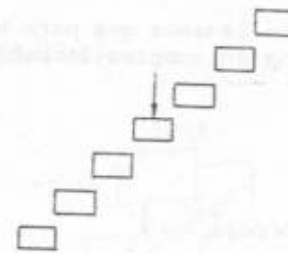
Cargas.— Cuando se trata de escaleras con la base oblicua al piso la carga es normal a esta base, es decir :



donde W es la carga actuante normalmente, pero al ser el eje inclinado la flexión se realiza en ese plano inclinado y por lo tanto se debe diseñar con (W_2) la carga normal a la escalera. La componente tangencial (W_3) se transmite a la losa de la escalera.

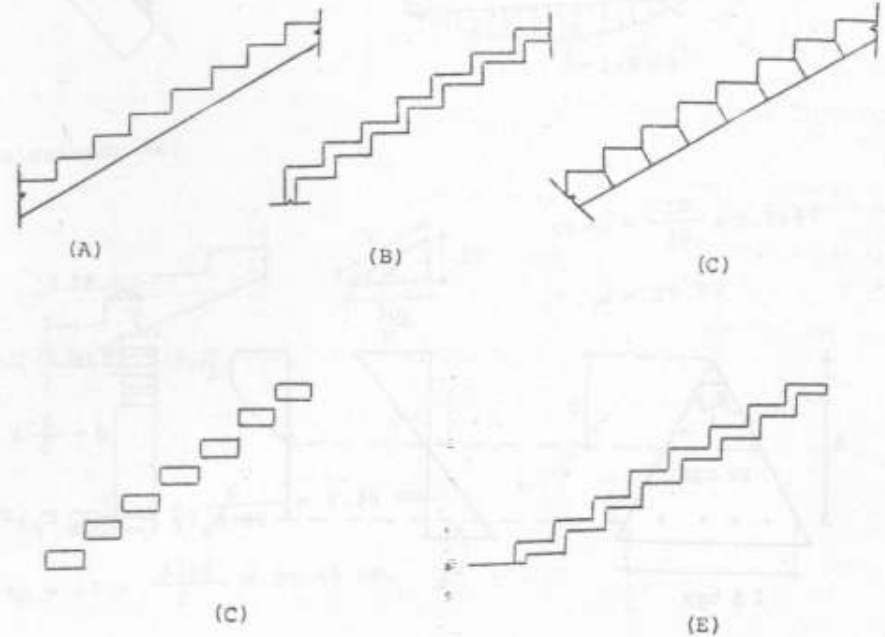


Las cargas verticales repartidas en una distancia l se transforma en cargas verticales en una distancia l' , las cuales se convierten en cargas perpendiculares al eje de la escalera repartida en una distancia l' .



En este caso la carga produce flexión en un plano vertical, o sea el plano que contiene la fibra neutra es horizontal, por consiguiente el diseño se hace con la carga vertical.

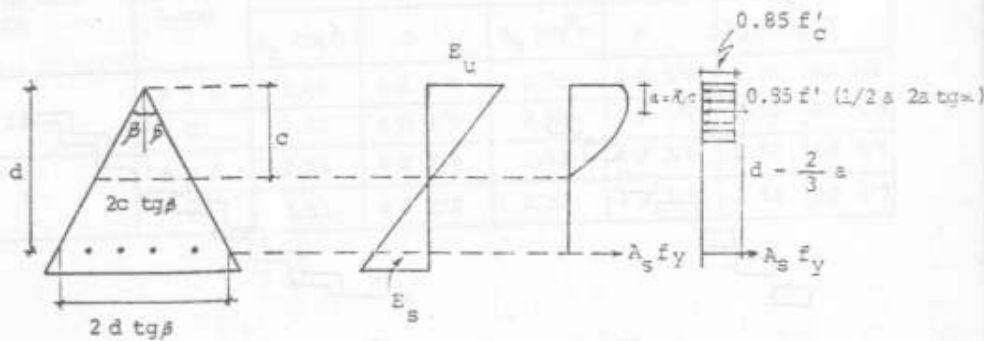
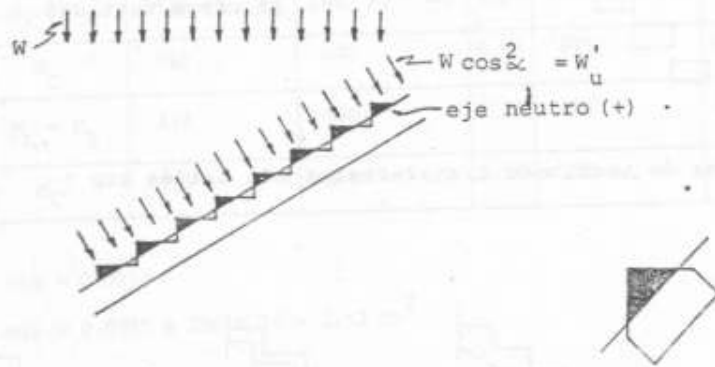
Las formas de secciones transversales mas usadas son :



El caso mas frecuente es el (A)

A) Diseño para Momento Positivo.-

- a) Diseño como viga rectangular.- Tenemos que para $M^{(+)}$ el eje neutro hace que la zona en compresión sea triangular así :



Igualando compresión con tracción tenemos :

$$0.85 f'_c a^2 \operatorname{tg} \beta = A_s f_y$$

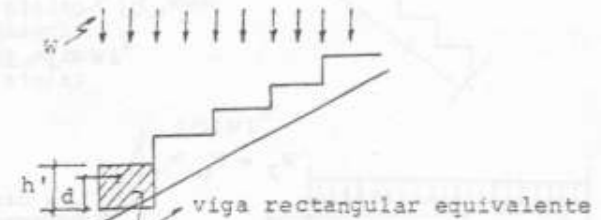
$$a = \sqrt{\frac{A_s f_y}{0.85 f'_c \operatorname{tg} \beta}}$$

Generalmente $\beta = 45^\circ \Rightarrow \operatorname{tg} \beta = 1$

Tomando momento con respecto al centroide de compresión tenemos :

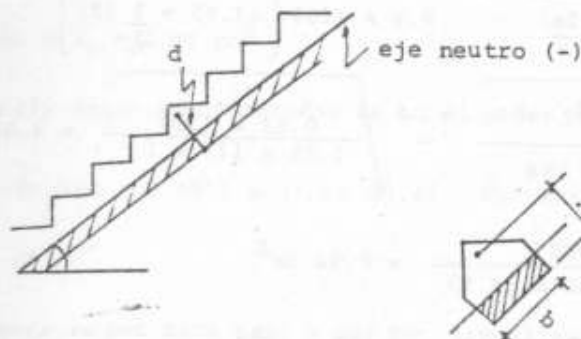
$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y \left(d - \frac{2a}{3} \right)}$$

- b) Método aproximado (como viga rectangular).- Este método es aproximado con relación al diseño como viga rectangular.



B) Diseño para Momento Negativo.-

Para el $M^{(-)}$ la posición del eje neutro, es otra que hace que la zona en compresión sea rectangular.



Para realizar este diseño se utiliza la fórmula conocida:

$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y (d - a/2)}$$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b}$$

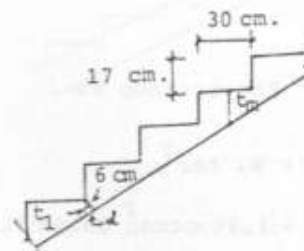
- Chequeo por Corte.-

En los dos casos de diseños anteriores se realiza un chequeo por corte a la distancia d

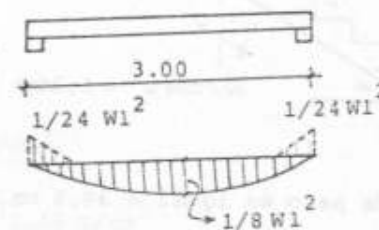
$$\tau_c > \tau_u$$

Si no cumple esto requiere de estribos.

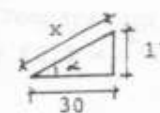
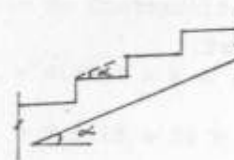
Ejemplos de Escalera Transversal.-

Problema No. 1

$$\begin{aligned} f'_c &= 175 \text{ k/cm}^2 \\ f_y &= 4200 \text{ k/cm}^2 \\ s/c &= 0.5 \text{ t/m}^2 \end{aligned}$$



Calculando α :



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{17}{30} = 0.5667$$

$$\therefore \alpha = 29.54$$

$$t_1 = \frac{6}{\cos \alpha} = \frac{6}{0.87} = 6.96 \text{ cm.}$$

$$t_m = 17 + \frac{6.96}{2} = 20.48 \text{ cm.}$$

- Cargas

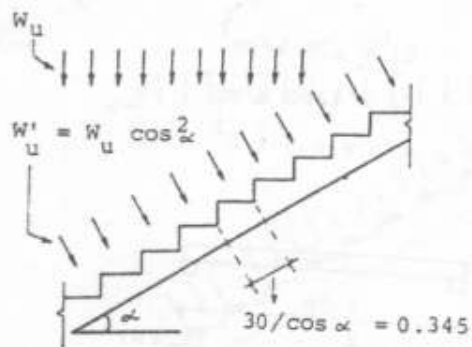
$$P.P. = 0.2048 \times 2.4 = 0.490 \text{ t/m}^2$$

$$\text{Acabados : } \frac{0.10}{0.59 \text{ t/m}^2}$$

$$Wu_D = 1.5 \times 0.59 = 0.89 \text{ t/m}^2$$

$$Wu_L = 1.8 \times 0.5 = 0.90 \text{ t/m}^2$$

$$Wu = 1.79 \text{ t/m}^2$$



Proyectando Wu :

$$W'u = Wu \cos^2 \alpha$$

$$W'u = 1.79 \times \cos^2 29.54 = 1.79 \times 0.87^2$$

$$W'u = 1.35 \text{ t/m}^2$$

Como cada paso es igual a 34.5 cm.

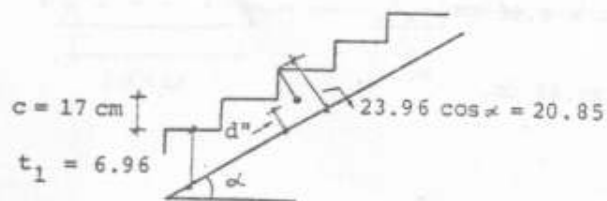
$$W'u \text{ (por paso)} = 1.35 \left(\frac{34.5}{100} \right) = 0.47 \text{ t/mt}$$

Calculando $M^{(+)}$

$$M_u = 1/8 Wl^2 \rightarrow \frac{1}{8} 0.47 (3)^2 = 0.53 \text{ t - mt.}$$

A) Diseño para $M^{(+)}$

a) Diseñando como viga triangular



$$h = 23.96$$

$$h' = 23.96 \cos \alpha$$

$$h' = 23.96 \times 0.87$$

$$h' = 20.85 \text{ cm.}$$

$$\text{Si } d'' = 3 \text{ cm.}$$

$$d = h' - d'' = 17.85$$

$$\beta = 45^\circ$$



$$\tan \beta = 1$$

Se trabaja con $W'u$

$$\text{con } M^{(+)} = 0.53 \text{ t - mt}$$

$$A_s = \frac{Mu}{\phi f_y (d - \frac{2a}{3})} = \frac{53000}{0.9 \times 4200 \left[17.85 - \frac{2}{3} (3) \right]} = 0.88 \text{ cm}^2$$

$$a = \sqrt{\frac{A_s f_y}{0.85 f'_c \tan \beta}} = \sqrt{\frac{0.88 \times 4200}{0.85 \times 175 \times 1}} = 4.80 \text{ cm}^2$$

$$A_s = \frac{53000}{0.9 \times 4200 \times 14.65} = 0.94 \text{ cm}^2$$

$$a = \sqrt{\frac{0.94 \times 4200}{0.85 \times 175 \times 1}} = 5.10 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 0.94 \text{ cm}^2$$

Calculando por el método aproximado



Se trabaja con Wu

viga rectangular equivalente

$$Wu = 1.79 \text{ t/m}^2$$

$$Wu \text{ (por paso)} = 1.79 \left(\frac{30}{100} \right) = 0.54 \text{ t/mt}$$

$$Wu = 0.54 \text{ t/mt.}$$

$$M^{(+)} = 1/8 W l^2 = 1/8 (0.54) (3)^2 = 0.61 \text{ t} - \text{mt.}$$

$$d = t_m - (\text{recub} + h/2) \approx t_m - 3.00 \text{ cm.}$$

$$d = 17 \text{ cm.}$$

$$M^{(+)} = 0.61 \rightarrow A_s = 1.06 \text{ cm}^2$$

La diferencia entre ambos métodos es en el orden del 10%

$$A_{s \min} = 0.0018 b h = 0.0018 \times 34.5 \times 20.85 \quad \text{Por ser } A_s^{(+)} \text{ (tracción)}$$

$$A_{s \min} = 1.29 \text{ cm}^2$$

Este refuerzo es por cada paso y por mt. lineal sería :

$$1.29 \times \frac{100}{34.5} = 3.74 \text{ cm}^2$$

Se toma $A_s = 1.29 \rightarrow 2\phi \text{ 3/8}$ por paso

B) Diseño para Momento Negativo

Se diseña por peldaño

$$W'u = 0.47 \text{ t/mt.}$$

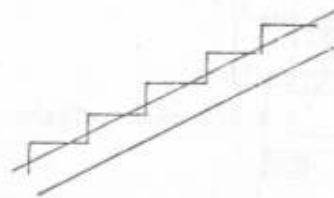
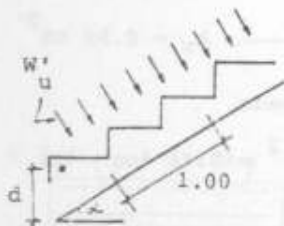
$$M^{(-)} = \frac{1}{24} (0.47) (3)^2 = 0.18 \text{ t} - \text{mt}$$

$$d = 17.85 \text{ cm. y } b = 100 \text{ cm.}$$

$$M^{(-)} = 0.18 \text{ ton} - \text{mt}; A_s = 0.27 \text{ cm}^2$$

$$A_{s \min} = 0.0018 b h$$

donde b = ancho de viga en zona de tracción.



Como la zona de tracción es un triángulo se puede considerar : $h = \frac{1}{2}$ ancho en compresión.

$$A_{s \min} = 0.0018 \times 34.5 \times \frac{23.96}{2} = 0.72$$

$$\text{manda } A_{s \min} = 0.72 \text{ cm}^2 \rightarrow 1 \phi \text{ 3/8}$$

- Chequeo por corte :

$$V_d = 0.47 \left(\frac{3}{2} - 0.18 \right) = 0.62 \text{ ton.}$$

$$\sqrt{c} = 0.53 \sqrt{f'c} = 5.96 \text{ k/cm}^2$$

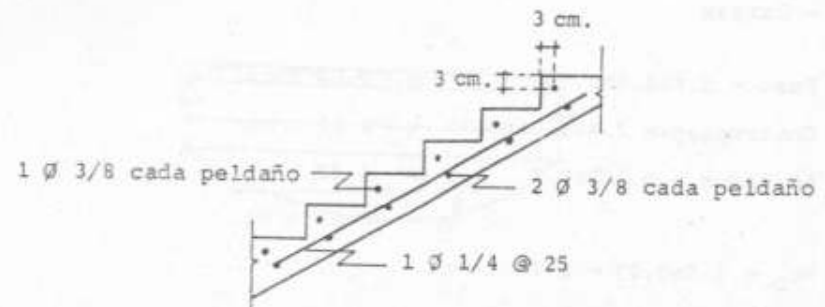
$$\sqrt{u} = \frac{620}{0.85 \times 30 \times 17.85} = 1.16 \text{ k/cm}^2$$

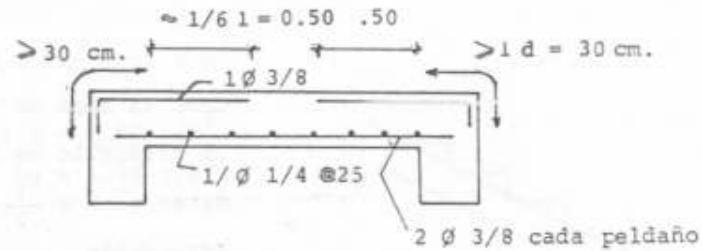
$$\sqrt{u} < \sqrt{c} \quad \therefore \text{No lleva estribos}$$

Fierro de Contracción y Temperatura.-

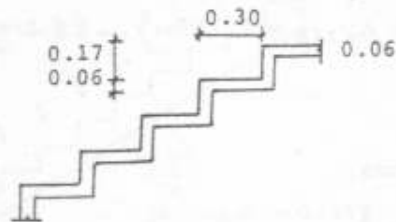
$$A_s = 0.0018 \times b \times 100$$

$$A_s = 0.0018 \times 30 \times 100 = 1.08 \text{ cm}^2/\text{cm} \rightarrow 1 \phi \text{ 1/4 @ 25}$$





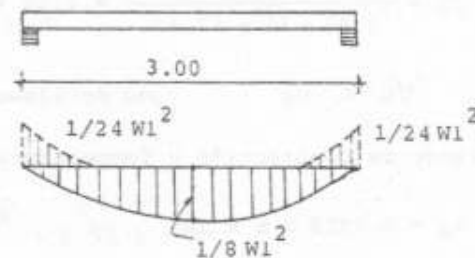
Problema No. 2



$$f'_c = 175 \text{ k/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ k/cm}^2$$

$$s/c = 0.5 \text{ t/m}^2$$



- Cargas

$$\text{Paso} = 2.4 \times 0.3 \times 0.06 = 0.04 \text{ t/mt}$$

$$\text{Contrapaso} = 2.4 \times 0.06 \times 0.11 = 0.02 \text{ t/mt}$$

$$\text{Acabados} = 0.100 \times 0.3 = 0.03 \text{ t/mt}$$

$$W_D = 0.09 \text{ t/mt}$$

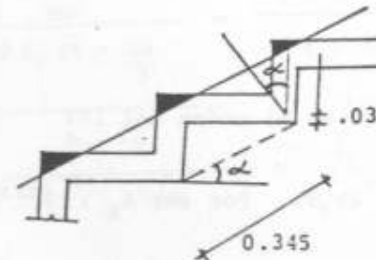
$$W_{UD} = 1.5 \times 0.09 = 0.14 \text{ t/mt}$$

$$W_{UL} = 1.8 \times 0.3 \times 0.5 = 0.27 \text{ t/mt}$$

$$W_{UC} + W_{UL} \rightarrow W_u = 0.41 \text{ t/mt}$$

A) Diseño para $M^{(+)}$

a) Diseñando como viga triangular



$$d = 20 \cos \alpha$$

$$\alpha = 29.54$$

$$d = 0.20 \times \cos 29.54$$

$$d = 17 \text{ cm.}$$

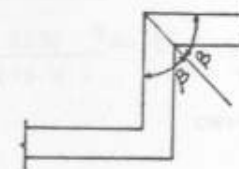
$$\beta = 45^\circ$$

$$\tan \beta = 1$$

$$W'_u = 0.41 \cos^2 \alpha$$

$$W'_u = 0.41 \times 0.87^2 = 0.31 \text{ t/mt}$$

$$h = 23 \cos 29.54 = 22.5 \text{ cm.}$$



$$M = 1/8 (0.31) (3)^2 = 0.35 \text{ ton - mt} \rightarrow A_s = 0.59 \text{ cm}^2$$

b) Diseñando por el método aproximado

$$M_u = 1/8 \times 0.41 \times (3)^2 = 0.46 \text{ ton - mt.}$$

$$d = 20 \text{ cm.}$$

$$A_s = 0.74$$

La diferencia entre ambos métodos es en el orden del 12%

$$A_{s \min} = 0.0018 \times \frac{22.5}{2} \times 34.5 = 0.70 \text{ cm}^2$$

Se toma 0.70 cm^2

$$A_s = 0.70 \text{ cm}^2 \rightarrow 1 \text{ } \phi \text{ } 3/8$$

B) Diseño para $M^{(-)}$

$$M^{(-)} = 1/24 W l^2 \rightarrow 1/24 \times 0.35 (3)^2$$

$$M^{(-)} = 0.13 \text{ t} - \text{mt} \rightarrow A_s = 0.22 \text{ cm}^2$$

$$A_{s \text{ min}} = 0.0018 \times \frac{22.5}{2} \times 34.5 = 0.70 \text{ cm}^2$$

$$\text{Se usará } 0.70 \text{ cm}^2 \rightarrow 1 \text{ } \phi \text{ } 3/8$$

- Chequeo por corte :

$$V_d = 0.41 \left(\frac{3}{2} - 0.14 \right) = 0.56 \text{ ton}$$

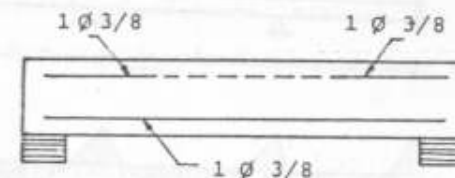
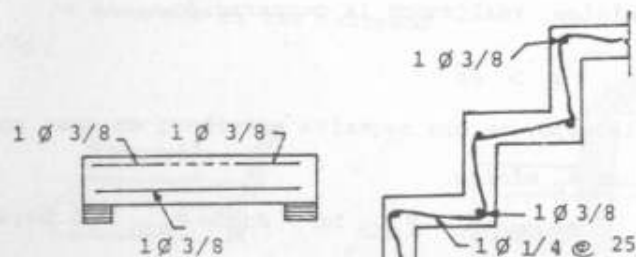
$$\tau_c = 0.53 \phi \sqrt{f'_c} = 5.96 \text{ t/cm}^2$$

$$\tau_u = \frac{560}{0.85 \times 38 \times 17} = 1.4 \text{ k/cm}^2$$

$$\tau_c > \tau_u \therefore \text{no necesita estribos}$$

- Fierro de construcción y temperatura

$$A_s = 0.0018 \times 6 \times 100 = 1.08 \text{ cm}^2/\text{cm} \rightarrow 1 \text{ } \phi \text{ } 1/4 @ 25$$



El $\phi^{(-)}$ debe colocarse en forma continua para poder amarrar el ϕ de temperatura.

d) ESCALERA DE TRIBUNA

Este tipo de escaleras pertenece a la clase de escaleras ortopoligonales, solo que su tipo de apoyo es de forma transversal, es decir se apoyan lateralmente.

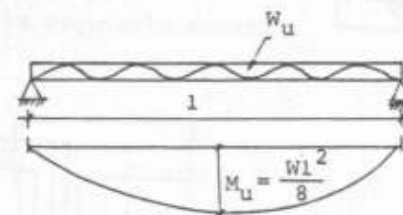
Se caracterizan por tener grandes luces generalmente 5 mt. o más.

Se analiza según los siguientes conceptos.

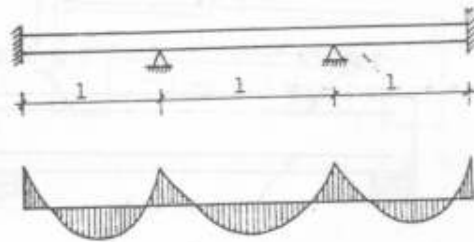
1) Por Flexión.-

Para el análisis por flexión la escalera se considera como si fuera una viga con las características de apoyo según sea el caso de que se trate.

- Si es una viga simplemente apoyada, el M_u será igual a $1/8 W l^2$

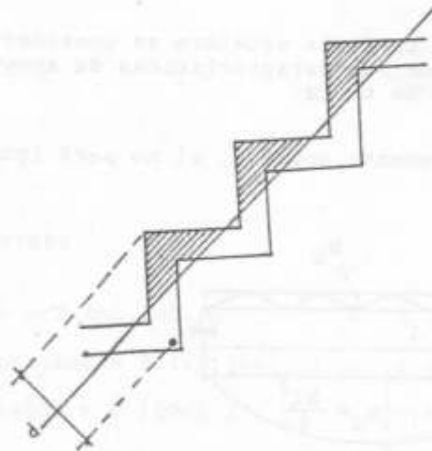


- Si es una viga hiperestática.

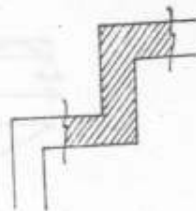


En este caso el Momento de diseño se encontrará por cualquiera de los tipos de análisis para estructuras y las cargas se repartirán como damero para ubicar las envolventes que determinarán la cantidad de A_s necesario en cada sección.

Para analizar la escalera se debe considerar la parte superior del eje, pues es la que soporta principalmente los esfuerzos de flexión.



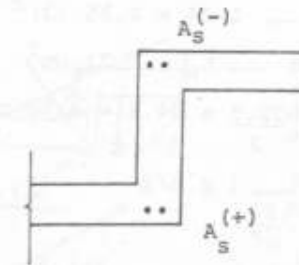
Para un análisis más correcto se puede considerar la sección de un paso como si se tratara de una viga T.



En este caso se debe ver si la viga funciona como viga T ó como viga rectangular, pero en este caso siempre actúa como viga rectangular así que el A_s está dado por la fórmula:

$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y (d - a/2)}$$

como existen $M (+)$ y $M (-)$ lógicamente deben existir $A_s (+)$ y $A_s (-)$ que se colocan como se muestra :



Esta A_s es longitudinal y es paralelo al eje de la escalera y su cálculo es por paso.

2) Por Corte.-

Tenemos el corte a la distancia (d) es decir V_d , calculado de igual modo como obtenemos los momentos.

También conocemos $\sqrt{c} = \phi 0.5 \sqrt{f'_c}$, que es el corte que resiste el concreto.

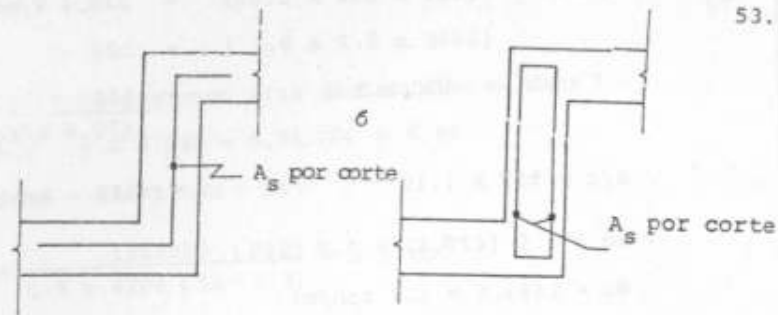
Para determinar si necesita estribos ó en su defecto colocar acero mínimo, realizamos la comparación.

$$\sqrt{u} > \sqrt{c}$$

Si se cumple esto, es que necesita estribos, en caso contrario se coloca A_s mínimo.

$$A_{s \text{ mínimo}} = P_{\text{mín}} b d \quad \text{donde } P_{\text{mín}} = 0.0018$$

Se coloca de la siguiente manera el A_s por corte.



3) Armadura por Deflexión Diferencial.-

Observando el perfil de una escalera de tribuna, vemos que en ella se produce una deflexión que ocasiona la existencia de momentos por desplazamientos en los extremos.

así la deflexión (δ) si la viga es simplemente apoyada.

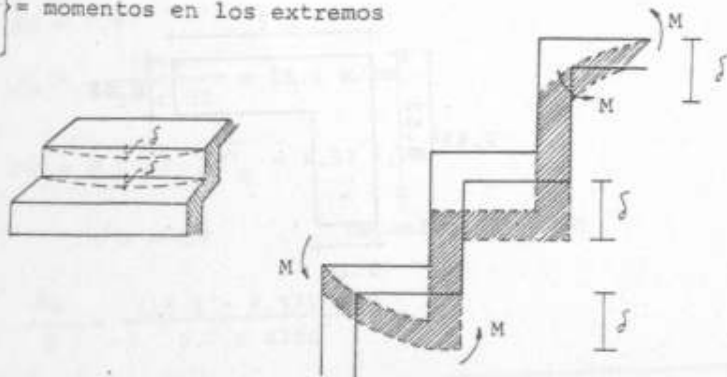
$$\delta = \frac{5}{384} \frac{Wl^4}{EI}$$

$$\delta = \frac{5l^2}{48EI} [Mm + 0.1 (M_A + M_B)] \quad \text{si es hiperestática}$$

tica donde :

Mm = momento en el centro

$\left. \begin{matrix} M_A \\ M_B \end{matrix} \right\}$ = momentos en los extremos



la deflexión (δ) en el escalón central es en todo el tramo ya que este desciende rígidamente, mientras que los escalones superior e inferior descienden un extremo respecto al otro.

El momento de desplazamiento que se produce es :

$$M = - \frac{6EI\delta}{l'^2}$$

donde l' es el paso y la inercia que se considera es para un metro de escalón.

$$I = \frac{1}{12} (1 \text{ mt} \times h^3)$$

Luego el A_s por deflexión está también dado por la fórmula:

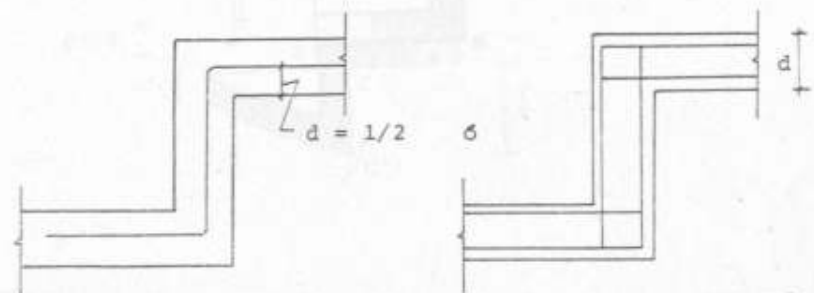
$$A_s = \frac{Mu}{\phi f_y (d - \frac{a}{2})}$$

siempre y cuando $Mu > Mc$

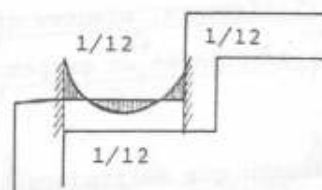
donde :

$$Mc = \frac{f_r I}{c} \quad (\text{momento que resiste el concreto})$$

Si $Mc > Mu$ no necesita A_s y se colocará acero mínimo y se colocará de la siguiente manera :



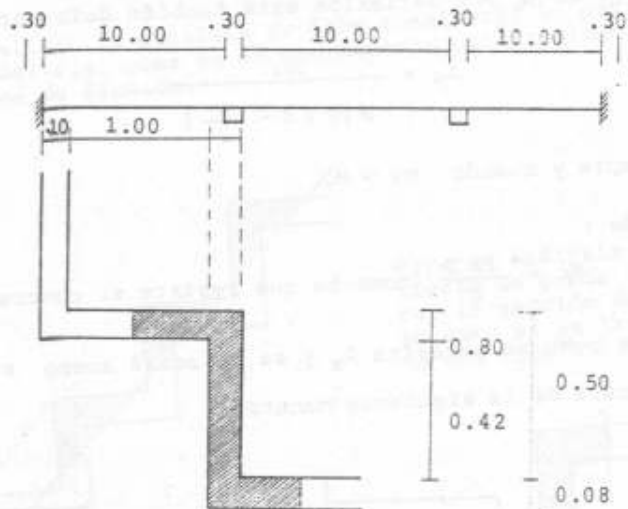
4) Similarmente la losa que se coloca en la escalera necesita llevar A_s para su mejor armado que se obtiene mediante los momentos obtenidos por la fórmula :



$$M = 1/12 W l^2$$

que es igual tanto para los momentos negativos como para los positivos.

Problema



Cargas

$$- P.P = (2400 \times 1.2 \times 0.08) = 230.4 \text{ k/mt.}$$

$$(2400 \times 0.2 \times 0.1) = 120$$

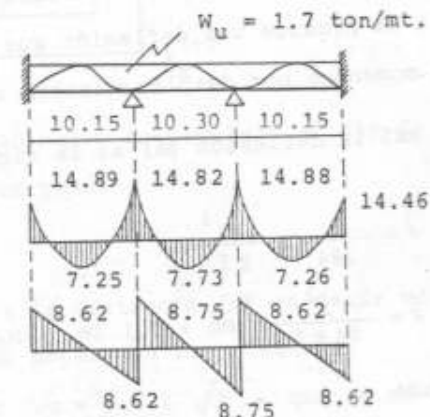
$$- \text{Acab.} = 100 \times 1.2 = \frac{120}{470.4 \text{ k/mt.}}$$

$$s/c = 500 \times 1.10 = 550 \text{ k/mt.}$$

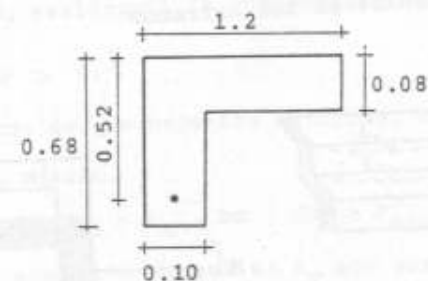
$$W_u = 1.5 (470.4) + 1.8 (550)$$

$$W_u = 1695.6 = 1.7 \text{ ton/mt.}$$

Calculando los diagramas de Mtos. por Damero : considera - mos el de C.M + C.V por seguridad.



Trabando con el mayor momento $M_u = 14.88 \text{ ton - mt.}$



Vamos si funciona como viga rectangular o viga T

Asumimos $a = 0.85t = 0.85(8) = 6.80$

Con el Mu = 14.88 ton - mt.

$$A_s^{(-)} = \frac{1488000}{0.9 \times 4200 (52 - 3.4)} = 8.1 \text{ cm}^2$$

$$a = 1.8 < 0.85t$$

∴ Funciona como viga rectangular

$$\text{El } A_s^{(-)} = 7.9 \text{ cm}^2 \rightarrow M = 14.80 \rightarrow 2 \phi 7/8$$

$$\text{El } A_s^{(+)} = 4.5 \text{ cm}^2 \rightarrow M = 7.73 \rightarrow 2 \phi 3/4$$

$$A_{s \min} = \frac{14}{f_y} b'd = \frac{14}{4200} (10)(52)$$

$$A_{s \min} = 1.7 \text{ cm}^2$$

∴ Se toma las 2 áreas anteriores

- Chequeo por Corte :

$$V_d = 8.75 - 1.7 (0.52)$$

$$V_d = 7.87$$

$$\sqrt{u} = \frac{7870}{10 \times 52} = 15.1 \text{ k/cm}^2$$

$$\sqrt{c} = \phi 0.53 \sqrt{f'_c} = 6.53 \text{ k/cm}^2$$

$$\sqrt{u} > \sqrt{c} \quad \therefore \text{necesita estribos}$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{(15.1 - 6.53)(10)}{0.7 \times 4200}$$

$$\frac{A_v}{s} = 0.03$$

$$\left(\frac{A_v}{s}\right)_{\min} = \frac{3.52 b}{f_y} = \frac{3.52 (12)}{4200} = 0.01$$

$$\therefore \text{se usa } \frac{A_v}{s} = 0.03$$

se toma $\int 1 \phi 3/8$ (de 1 ramal)

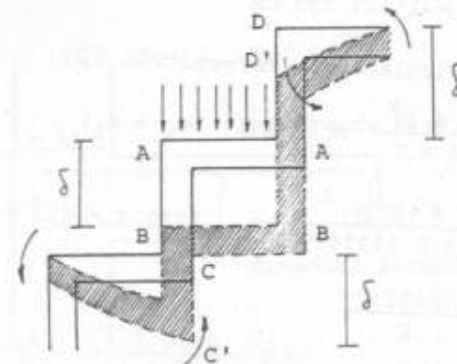
$$A = 0.713$$

$$\therefore \frac{0.713}{0.03} = 23.8 \text{ cm.}$$

$$1 \int 3/8 \text{ a } 25 \text{ cm.}$$

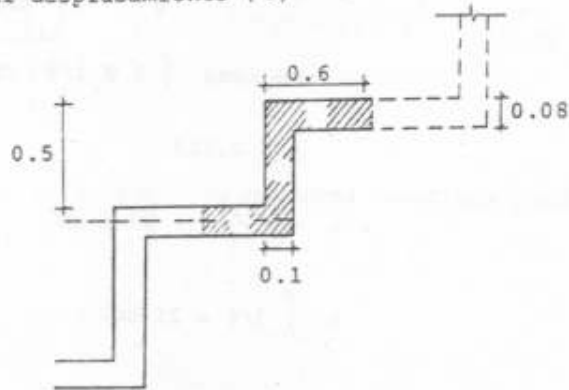


Viendo la escalera de perfil



Al bajar del punto A al punto B el escalón central hace que el escalón inferior descienda de C a C' y que el escalón superior descienda de D a D'.

Este descanso genera en cada escalón, superior e inferior, momento debido al desplazamiento (δ)



Para la 1ra. zona

$$I = 2 \left[\frac{1}{12} (60)(8)^3 + (8)(60)(25)^2 \right] + \frac{1}{12} (42)^3 (10)$$

$$I = 666,860$$

$$\therefore I_1 = 1'333,720 \text{ cm}^4$$

Calculando la deformación (δ)

$$\delta = \frac{5 l^2}{48 E I} M_m + 0.1 (M_A + M_B)$$

$$\delta = \frac{5 (1030)^2}{48 E (1333720)} \left[238000 + 0.1 (-490000 - 490000) \right]$$

$$\delta = \frac{10602.7}{E}$$

$$M' = \frac{6 E \delta l}{1.2} = \frac{6 E \left(\frac{10602.7}{E} \right) \left(\frac{1}{12} \times 100 \times 8^3 \right)}{110^2}$$

$$M = 0.224 \text{ ton-mt.}$$

$$M_u = 1.8(0.224)$$

$$M_u = 0.40 \text{ ton-mt.}$$

$$M_c = \frac{f_r I}{c}$$

$$f_r = 1.33 \times 0.65 \sqrt{210}$$

$$f_r = 12.53 \text{ kg/cm}^2$$

$$M_c = \frac{12.53 \left(\frac{1}{12} \times 100 \times 8^3 \right)}{4}$$

$$M_c = 0.134 \text{ ton-mt.}$$

$$M_u > M_c$$

$\therefore$ no lo toma el concreto

Considerando el refuerzo al centro $d = 4 \text{ cm.}$

$$\text{Con un Mto.} = 0.40 \text{ ton-mt.} \quad A_s = 2.94 \text{ cm}^2/\text{por mt} \rightarrow 103/8 @ 25$$

A_s para la losa

$$(500 + 350) = 850 \text{ k/mt.}$$

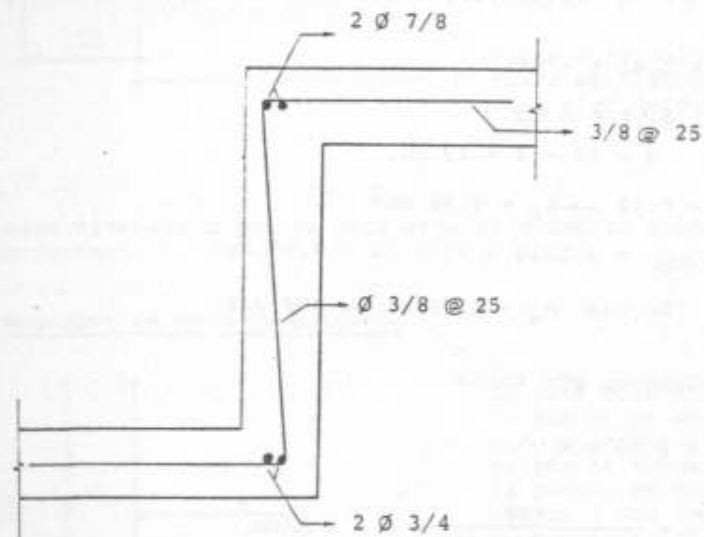
$$M = \frac{850 (1.2)^2}{12} = 0.102 \text{ ton-mt.}$$

$$M = 10200 \text{ kg-cm.} \quad d = 4 \text{ cm.}$$

$$A_s = 0.56 \text{ cm}^2$$

$$A_{s \text{ min}} = 0.0018 \times 100 \times 8 = 1.44$$

Realizando una comparación entre las áreas de acero obtenidas por el corte, deflexión diferencial y el A_s para la losa vemos cual es la más crítica. Dicha A_s la empleamos para los tres casos citados.



ESCALERAS TRANSVERSALES EN VOLADIZO

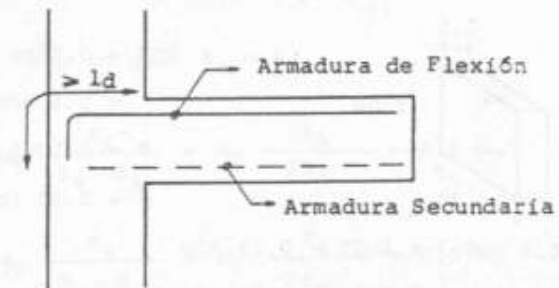
Para ciertos casos, las escaleras transversales pueden construirse como si fueran vigas en voladizo, donde cada escalón o paso actúa por separado y no formando parte del todo.



El caso más usado es el (A)



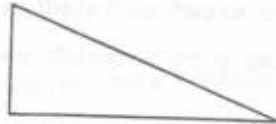
donde el M de diseño se produce en el empotramiento y es $M = \frac{Wl^2}{2}$, para mayor seguridad se coloca el A_s a una distancia que la necesaría.



La armadura secundaria puede o no existir, no se diseña, se colocará para controlar mejor la posibilidad de grandes deflexiones o absorber mejor las vibraciones.

- Chequeo por Corte.- Se chequea el corte en el extremo para mayor seguridad.

$$\frac{Wl}{z}$$

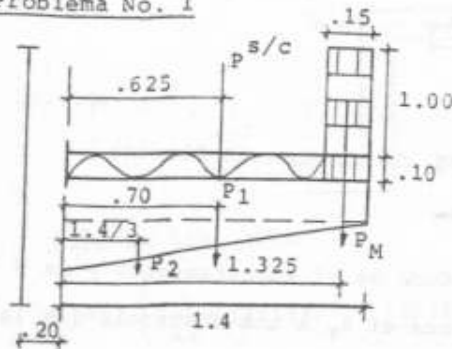


$$\sqrt{c} > \sqrt{u}$$

si no cumple ello, requerirá estribos.

Ejemplo de caso general

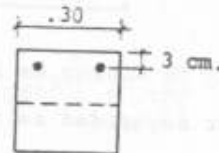
Problema No. 1



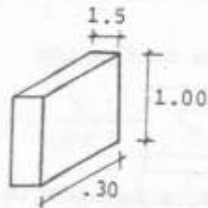
$$f'_c = 175 \text{ k/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ k/cm}^2$$

$$s/c = 0.5 \text{ t/m}^2$$



Cálculo del Peso del Muro



$$Vol = 0.15 \times 0.30 \times 1 = 0.045 \text{ m}^3$$

$$= 0.5 \text{ t/m}^3$$

$$P = 0.5 \times 0.045$$

$$P = 0.02 \text{ ton}$$

$$P \text{ s/c} = 0.5 \times 0.3 \times 1.25 = 0.19 \text{ ton}$$

$$P_1 = 2.4(0.10 \times 1.4 \times 0.3) = 0.1 \text{ ton}$$

$$P_2 = 2.4(0.3 \times 1.4 \times \frac{0.05}{2}) = 0.03 \text{ ton}$$

$$P_{acab} = 0.1 \times 0.3 \times 1.4 = 0.04 \text{ ton}$$

$$P_u = 1.5(0.1 + 0.03 + 0.04 + 0.02) + 1.8(0.19)$$

$$P_u = 0.63 \text{ ton}$$

Tomando momento

$$M = 0.7(1.5 \times 0.1) + 0.7(1.5 \times 0.04) + 1.325(1.5 \times 0.02) +$$

$$+ \frac{1.4}{3}(1.5 \times 0.03) + 1.8(0.19 \times 0.625)$$

$$M = 0.41 \text{ t - mt.}$$

$$\text{Si } r = 3 \text{ cm.}$$

$$d = 15 - 3 = 12 \text{ cm.}$$

$$M = 0.42 \rightarrow A_s = 0.99 \text{ cm}^2$$

$$A_{s \text{ min}} = 0.0018 \times 30 \times 12 = 0.65 \text{ cm}^2$$

$$\text{Se usa } A_s = 0.99 \text{ cm}^2 \rightarrow 2 \text{ } \phi \text{ } 3/8$$

- Chequeo por corte

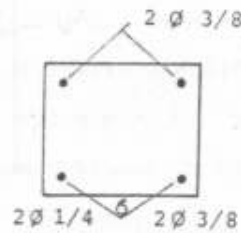
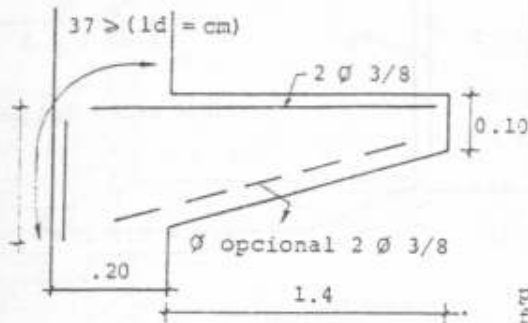
$$V = 0.63 \text{ ton}$$

$$\sqrt{u} = \frac{630}{0.85(30)(12)} = 2.1 \text{ k/cm}^2$$

$$\sqrt{c} = 5.96$$

$$\sqrt{c} > \sqrt{u}$$

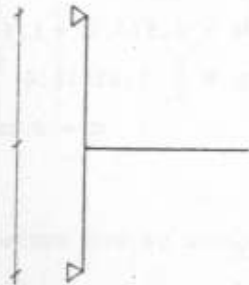
∴ no necesita estribos



puede o no colocarse fuera de diseño para controlar deformaciones.

Existen diversos tipos de escaleras en voladizo siendo las importantes :

a) Aprovados en Muro de Concreto :



En este caso el momento que se produce debido a la carga en el volado se transmite a la pared, en dos momentos : uno superior y otro inferior de acuerdo a las rigideces de la pared.

$$M_i = M_p \frac{K_s}{K_s + K_i} \quad M_s = M_p \frac{K_i}{K_i + K_s}$$

donde : M_p = momento del peldaño

$$K_s = \frac{I_{\text{muro}}}{l_s}$$

$$K_i = \frac{I_{\text{muro}}}{l_i}$$

Como los escalones son en todo lo alto del muro hay que analizar para los tres casos más críticos.

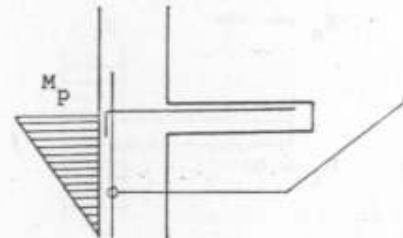
a) Cuando el escalón está en la parte más baja del muro :

$$l_i \approx 0 \quad l_s = \text{max}$$

Por lo que :

$$K_s \Rightarrow 0 \quad K_i \Rightarrow \infty$$

$$M_s \approx 0 \quad M_i = M_p$$



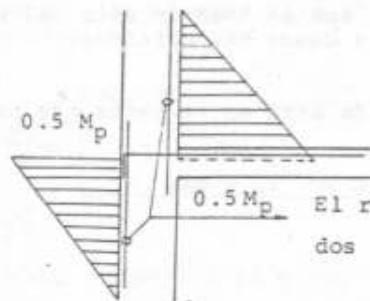
El refuerzo se calcula para la parte inferior del muro.

b) Cuando el escalón está en la mitad del muro :

$$l_s = l_i \text{ por lo que } K_s = K_i$$

$$\therefore M_i = M_p \frac{K_i}{K_s + K_i} = M_p \frac{K_i}{2K_i} = 0.5 M_p$$

$$M_s = M_p \frac{K_s}{K_s + K_i} = M_p \frac{K_s}{2K_s} = 0.5 M_p$$



El refuerzo se calcula para los dos extremos del muro.

c) Si el escalón está en la parte superior del muro

$$l_i = \max$$

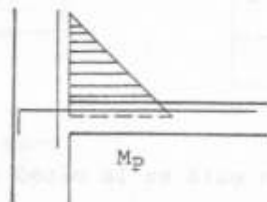
$$l_s \approx 0$$

$$K_i \rightarrow 0$$

$$K_s \rightarrow \infty$$

por lo que :

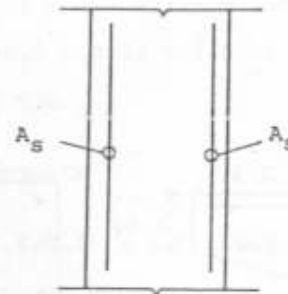
$$M_s \approx M_p \quad \text{y} \quad M_i \approx 0$$



El muro de concreto tiene refuerzo propio que muchas veces absorbe el momento, ya sea M_s ó M_i

Conclusiones.-

Se diseñará el muro para el momento total del peldaño que ocurre en los extremos.



$$A_s = \frac{M_p}{\phi f_y \left(d - \frac{a}{2}\right)}$$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b}$$

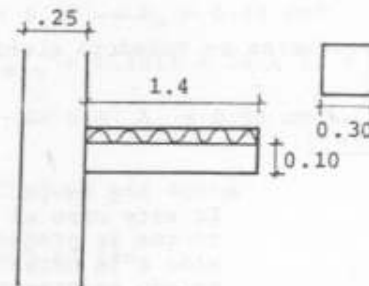
b = ancho del peldaño

$$s/c = 0.5 \text{ t/m}^2$$

Problema 2

$$P.P. = 2.4(0.1 \times 0.3) = 0.07$$

$$\text{acabados} = 0.1 \times 0.3 = \frac{0.03}{0.10}$$



$$W_l = 0.5 \times 0.3 = 0.15$$

$$W_a = 1.5(0.1) + 1.8(0.15) = 0.42 \text{ ton/m}$$

$$M_p = \frac{1}{2} (0.42) (1.4)^2 = 0.41 \text{ ton-mt.}$$

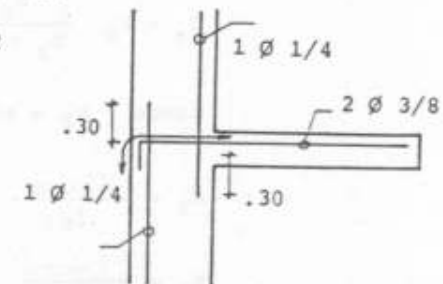
$$d = 8 \text{ cm.}$$

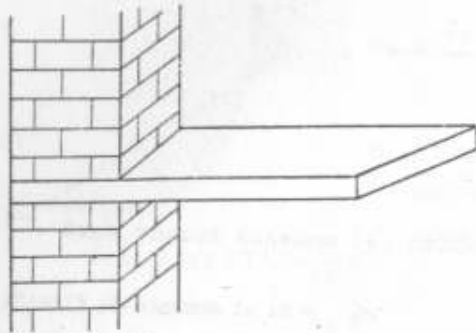
$$\text{Si } l = l_s, \quad M_i = \frac{1}{2} M_p$$

$$\therefore M_i = \frac{1}{2} (0.41) = 0.205 \text{ ton-mt.}$$

$$M_s = \frac{1}{2} M_p = \frac{1}{2} (0.41) = 0.205 \text{ ton-mt.}$$

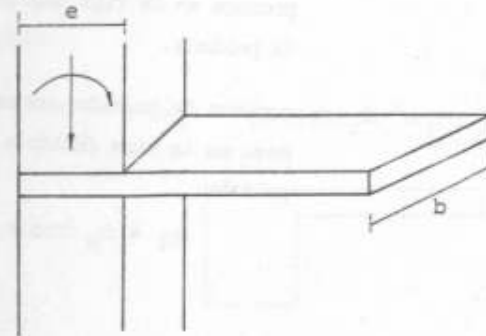
$$M = 0.205 \rightarrow A_s = 0.26 \text{ cm}^2$$



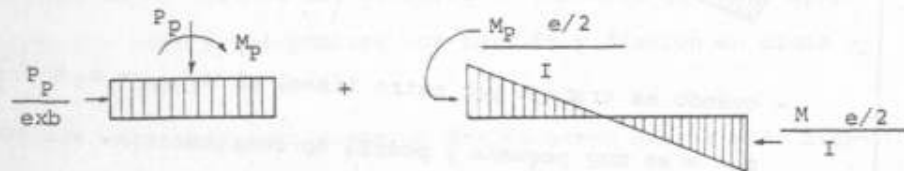
b) Apoyada en un Muro de Ladrillo

El muro de ladrillo no forma un conjunto monolítico en el apoyo por lo tanto hay que chequear la estabilidad del muro.

Se chequea en cargas de trabajo.



Los esfuerzos que se producen son :



como se trata de una sección rectangular tenemos que :

$$\frac{M_p e/2}{I} = \frac{M_p e/2}{\frac{b e^3}{12}} = \frac{6 M_p}{b e^2}$$

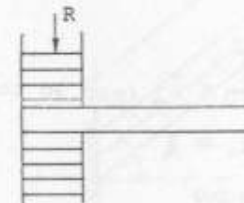
los esfuerzos totales son :

$$\frac{P_p}{eb} - \frac{6 M_p}{b e^2} = (\sigma_2) \quad \frac{6 M_p}{b e^2} + \frac{P_p}{exb} = (\sigma_1)$$

El (σ_2) debe ser $\leq 10 \text{ kg/cm}^2$ que es el esfuerzo que resiste el ladrillo.

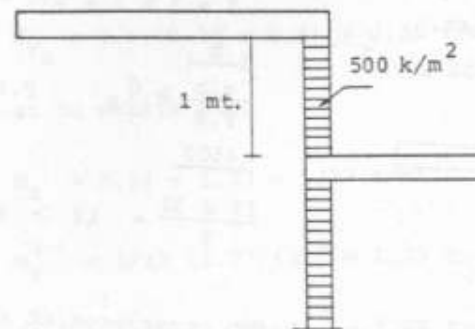
Cuando existe una fuerza R sobre los ladrillos esto ayuda a la estabilidad del muro.

Esta resultante es el paso de los ladrillos en una longitud o para que el peldaño no se desprenda.



$$\left(\frac{R}{e \cdot b} \right) \geq \sigma_2$$

$$F.S = 2$$

Problema No. 3

$$M_p = 0.35 \text{ ton-mt.}$$

$$P_p = 1 \text{ mt.} \times 0.3 \times 500$$

$$P_p = 150 \text{ kg.}$$

A) Máximo esfuerzo en el ladrillo

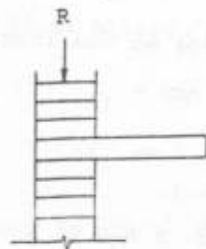
$$2 = \frac{6 (35000)}{30 (25)^2} + \frac{150}{(25) (30)} = 9.8 \text{ k/cm}^2$$

$$\sqrt{2} < 10 \text{ k/cm}^2$$

∴ está bien el esfuerzo del ladrillo

B) Estabilidad

1° Se chequea sin considerar la losa del techo



R = Peso de los ladrillos en una long. b

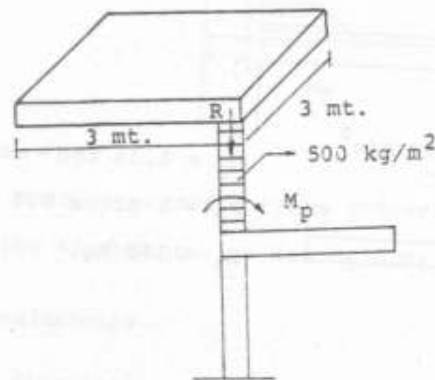
$$R = 0$$

M_0 que es el momento del peldaño hace que el muro se voltee.

$$\frac{\left(\frac{R}{a.b}\right)}{F.S} < \sqrt{2} \text{ (por lo tanto se voltea)}$$

$$F.S. \approx 2$$

2° Considerando la losa de techo



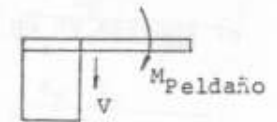
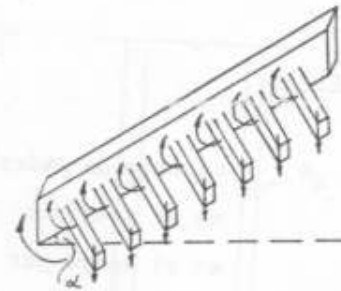
$$R = 3 \times 3 \times 500 = 4500$$

$$\frac{\left(\frac{R}{a.b}\right)}{F.S} > \sqrt{2} \quad F.S. = 2$$

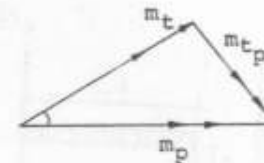
$$\frac{4500}{25 \times 30} = 12 > 9.8$$

Por lo tanto considerando la losa de techo contrapone al Mto. del peldaño.

c) Apoyada en una viga



Al ser α la inclinación el momento torsor será :

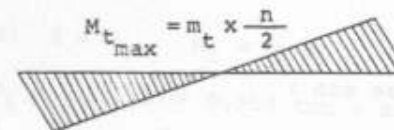


m_{f1} = Es el momento de flexión que se produce en la viga debido a cada peldaño.

m_t = momento de torsión que se produce en la viga debido a cada peldaño.

$$m_t = m_p \cos \alpha$$

El diagrama de m_t es :



$n = n^\circ$ de peldaños

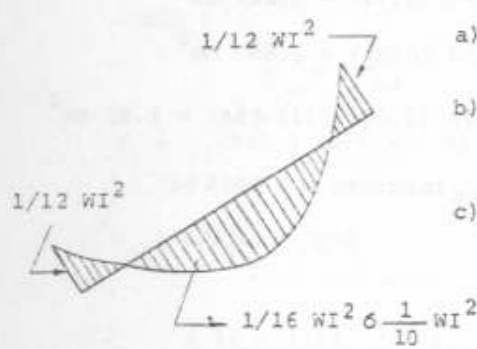
- cuando es trabaja por metro lineal el $M_{t \max} = m_t \times \left(\frac{1-d}{2}\right)$

m_{f1} = es muy pequeña y podría no considerarse, sin cometer errores considerables.

$$m_f = M_p \sin \alpha$$

$$M_{f1} = m_{f1}$$

Momento de Flexión de la Viga.-



$$a) M^{(-)} = \frac{1}{12} Wl^2$$

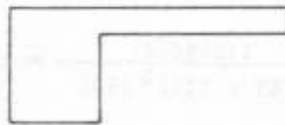
$$b) M^{(+)} = \frac{1}{16} Wl^2 \quad (\text{si está empotrada según el ACI}).$$

c) Si cae en columna es preferible ser más conservador y se puede tomar :

$$M^{(+)} = \frac{1}{10} Wl^2$$

donde :

$$W = W_{\text{vig}} + W_{\text{peldaño}} + W_{\text{muro}} \quad (\text{si es que existe muro})$$



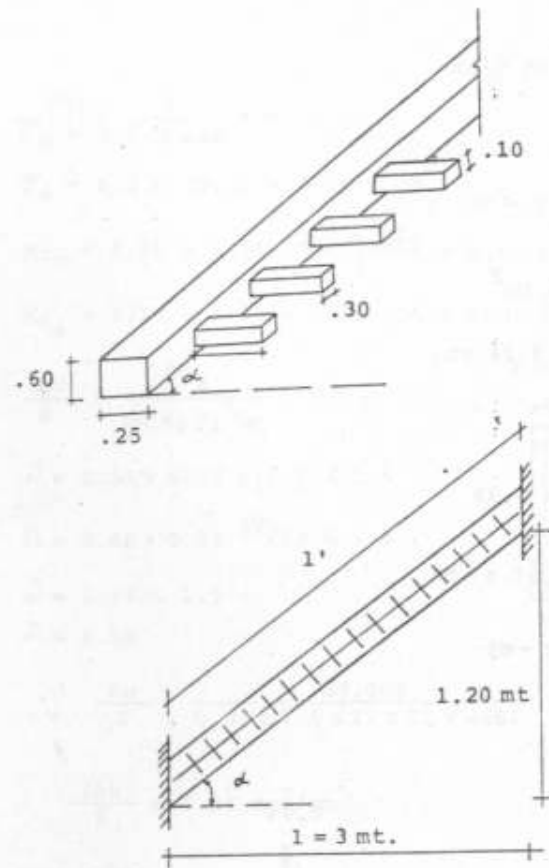
Problema No. 4

Analizando el caso de una escalera en voladizo que está apoyada en una viga y que produce una torsión y flexión en dicha viga.

El paso de la escalera tiene un área de acero que ha sido diseñada de acuerdo al problema anterior de escaleras transversales en voladizo.

$$f'_c = 4,200 \text{ k/cm}^2$$

$$f_y = 175 \text{ k/cm}^2$$



$$W_{V_u} = 2.4 (0.25 \times 0.6) = 0.36 \text{ t/mt.}$$

si no existe muro

$$W_t = 0.54 + 1.23 = 1.77 \text{ t/mt.}$$

$$M_V^{(-)} = \frac{1}{12} (1.77) (3)^2 = 1.33 \text{ t-mt.}$$

$$M_V^{(+)} = \frac{1}{16} (1.77) (3)^2 = 1.00 \text{ t-mt.}$$

$$W'u = W_p \times \cos^2$$

$$W'u = 1.23 \times 0.17^2 = 0.93 \text{ t/mt}$$

$$d = 8 \text{ cm.}$$

$$M_p = \frac{0.93 \times 3^2}{8} = 1.05 \text{ t - mt}$$

$$M_p = 1.05 \quad A_s = 3.66 \text{ cm}^2$$

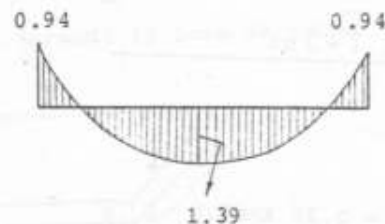
$$l' = (3)^2 + (1.2)^2 = 3.24 \text{ mt.}$$

$$m_f = M_p \sin \alpha$$

$$m_f = 1.05 \left(\frac{1.2}{3.24} \right) = 0.39$$

$$M^{(-)} = 1.33 - 0.39 = 0.94 \text{ t - mt}$$

$$M^{(+)} = 1 + 0.39 = 1.39 \text{ t - mt}$$



$$d = 54 \text{ cm.}$$

$$M^{(-)} = 0.94 \rightarrow A_s = 0.51 \text{ cm}^2$$

$$M^{(+)} = 1.39 \rightarrow A_s = 0.76 \text{ cm}^2$$

$$A_{s \min} = \begin{cases} 4/3 A_s \cos^{(+)} = 4/3 (0.76) = 1.013 \text{ cm}^2 \\ 4/3 A_s \cos^{(-)} = 4/3 (0.51) = 0.68 \text{ cm}^2 \\ (0.75 p_b) b d = 0.75 (0.0018) (25 \times 54) = 1.82 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

Siempre es conveniente un $A_{s \min}$ absoluto = $0.0018 b d$

$$0.0018 \times 25 \times 54 = 2.43 \text{ cm}^2$$

Se toma $A_{s \min} = 2.43 \text{ cm}^2$

- Torsión

Si el paso = 30 cm.

$$l = 3 \text{ mt.}, d = 54 \text{ cm.}$$

Como estamos trabajando por metro lineal tenemos :

$$M_{t_u} = m_t \times \frac{l - d}{2} = 0.97 \times 1.23 = 1.19 \text{ ton - mt.}$$

$$\tau_u = \frac{3 M_{t_u}}{\phi \Sigma x^2 y} = \frac{3(119000)}{0.85 \times (25)^2 (60)} = 11.2 \text{ k/cm}^2$$

$$\tau_{\min} = 0.398 \quad f'_c = 5.27 \text{ k/cm}^2$$

$\tau_u > \min$ $\therefore$ es necesario diseñar por torsión

$$\tau_{\max} = \frac{3.18 \sqrt{f'_c}}{\sqrt{1 + (1.2 \frac{u}{u})}}$$

donde :

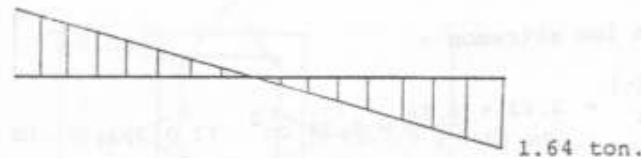
$$v_u = \frac{V_u}{bd}$$

$$W'_u = 1.77(3.324)^2 = 1.52 \text{ ton/mt.}$$

$$V_u = \frac{W'_u l'}{2} - W'd$$

$$V_u = \frac{1.52 \times 3.24}{2} - 1.52 \times 0.54 = 1.64 \text{ ton}$$

1.64 ton.



$$v_u = \frac{1640}{0.85 \times 25 \times 54} = 1.43 \text{ k/cm}^2$$

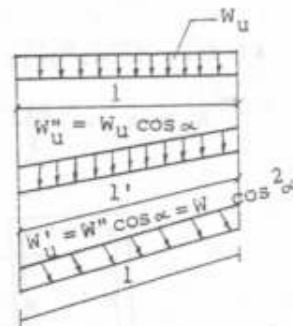
$$\tau_{\max} = \frac{3.18 \sqrt{175}}{\sqrt{1 + (1.2 \times 1.43)} \cdot 11.2} = 39.32 \text{ k/cm}^2$$

$\tau_{\max} > \tau_u$ $\therefore$ las dimensiones son correctas

Diseño por corte y torsión

$$M_{t_s} = M_{t_u} = M_{t_c}$$

$$M_{t_c} = \phi \tau_o \frac{\sum x^2 y}{3}$$



$$\tau_o = 0.2 \tau_{\max}$$

$$\tau_o = 0.2 \times 39.32 = 7.86 \text{ t/cm}^2$$

$$M_{t_c} = 0.85 \times 7.86 \left(\frac{25^2 \times 60}{3} \right) = 0.84 \text{ ton - mt}$$

$$M_{t_s} = 1.19 - 0.84 = 0.35 \text{ ton - mt}$$

$$\frac{A_o}{S} = \frac{M_{t_s}}{\phi_n x_1 y_1 f_y}$$

$$\Omega = 0.66 + 0.33 y_1/x_1 \leq 1.5$$

$$\Omega = 0.66 + 0.33 \frac{52}{17} \leq 1.5$$

$$\Omega = 1.67 < 1.5$$

$$\Omega = 1.50$$

$$\therefore \frac{A_o}{S} = \frac{35,000}{0.85 \times 1.5 \times 17 \times 52 \times 4200} = 0.010 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

$$\frac{2A_o}{S} = 0.020 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

Por corte :

$$V_s = V_u - V_c$$

$$V_c = \phi v_c bd = 0.85 \left[\frac{0.53 \sqrt{175}}{\sqrt{1 + \frac{1}{0.25}}} \right] 25 \times 54$$

$$V_c = 3.59 \text{ ton}$$

$$V_u = 1.64 \text{ ton}$$

$$V_s = 1.64 - 3.59 = -1.95 \text{ no necesita armadura por corte}$$

$$\therefore \frac{2A_o}{S} = 0.020 \text{ cm}^2/\text{cm}$$



$$3.52 \frac{b}{f_y} = 3.52 \times \frac{25}{4200} = 0.02 \text{ cm}^2/\text{cm}.$$

$$0.020 = 0.02$$

Se usa $0.02 \text{ cm}^2/\text{cm}$.

cuando $\square \phi 1/4$

$$A = 0.64 \text{ cm}^2$$

$$S = \sqrt{\frac{0.64}{0.02}} = 32 \text{ cm}.$$

Max separación = ancho de viga

∴ se considera $\square \phi 1/4$ a 25 cm.

Refuerzo longitudinal y Refuerzo por flexión

Al por torsión

$$A_l = \frac{2 A_o}{S} (x_1 + y_1) = 0.02 (17 + 52)$$

$$A_l = 1.38 \text{ cm}^2$$

$$A_l = \left[\frac{28.12 \times}{f_y} \left(\frac{\tau_u}{\tau_u + \nu_u} \right) - \frac{2 A_o}{S} \right] (x_1 + y_1)$$

$$\text{Esto es cuando } 3.52 \frac{b}{f_y} < \frac{2 A_o}{S}$$

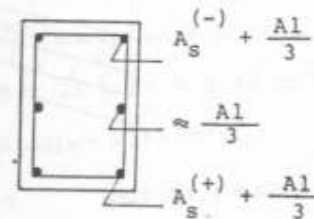
$$A_l = \left[\frac{28.12 \times 25}{4200} \left(\frac{11.2}{11.2 + 1.43} \right) - 0.02 \right] (17 + 52)$$

$$A_l = 8.86 \text{ cm}^2$$

$$\text{Se usará } A_l = 8.57 \text{ cm}^2$$

El área total será :

$$A_t = A_s + \frac{A_l}{3}$$



La torsión es en toda la longitud, por lo tanto se debe dividir el A_l que resulte en tre tres para darle mayor armado.

Como el A_s mínimo es

En los extremos :

$$A_t^{(-)} = 2.43 + \frac{8.86}{3} = 5.38 \text{ cm}^2 \quad (2 \phi 3/4)$$

$$A_t = \frac{8.86}{3} = 2.95 \text{ cm}^2 \quad (4 \phi 3/8)$$

$$A_t^{(+)} = 2.43 + \frac{8.86}{3} = 5.38 \text{ cm}^2 \quad (2 \phi 3/4)$$

En el centro :

$$A_t^{(-)} = 0 + \frac{8.86}{3} = 2.95 \text{ cm}^2 \quad (2 \phi 3/8)$$

$$A_t = \frac{8.86}{3} = 2.95 \text{ cm}^2 \quad (4 \phi 3/8)$$

$$A_t^{(+)} = 2.43 + 0 = 2.43 \text{ cm}^2 \quad (2 \phi 1/2)$$

El refuerzo en las caras laterales $\frac{1}{3} A_l \approx 2.95 \text{ cm}^2$

cada cara $\frac{2.95}{2} = 1.48 \text{ cm}^2$ (2 ϕ 3/3)

El A_s total :

En el extremo :

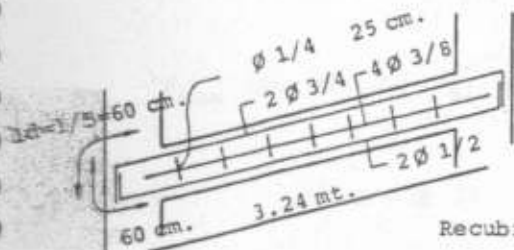
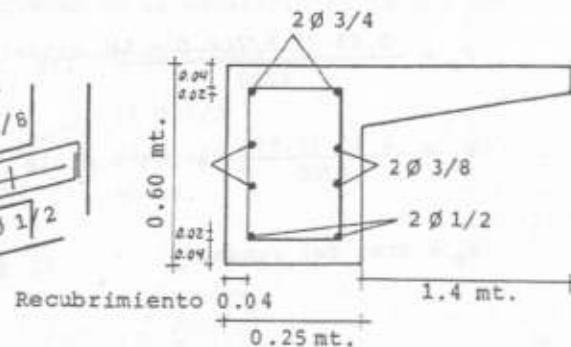
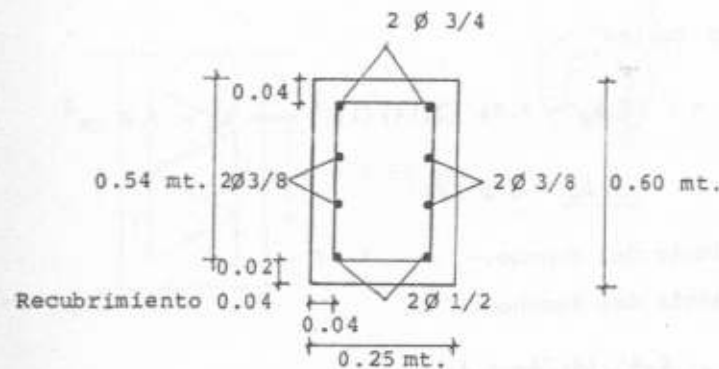
$$5.38 + 2.95 + 5.38 = 13.71 \text{ cm}^2$$

En el centro :

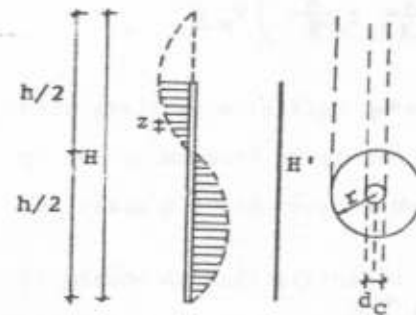
$$2.95 + 2.95 + 2.43 = 8.33 \text{ cm}^2$$

que son mayores que el $A_{s \text{ min}}$

se toma 13.71 cm^2 en toda la sección de la viga en el extremo.



d) Apoyada en Columna Central.-



En este caso el volado de la escalera crea un momento de flexión en la columna central, por lo que esta es necesario diseñarla, mediante un análisis de flexo compresión.

H' = altura real de la escalera.

$$dM = \frac{Wr ds}{2} \quad \frac{2}{3} r$$

$$ds = r d\alpha$$

$$dM = \frac{Wr^3}{3} d\alpha$$

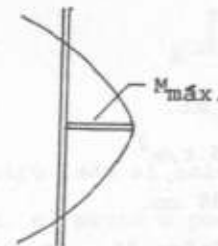
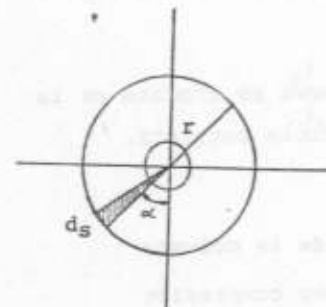
$$dM_x = \frac{Wr^3}{3} \sin \alpha d\alpha; \quad dM_y = \frac{Wr^3}{3} \cos \alpha d\alpha$$

$$\frac{dM_x}{d\alpha} = \frac{dM_x}{d\alpha} \times \frac{\partial \alpha}{\partial \alpha}$$

$$z^* = \frac{h}{\pi}; \quad dz^* = \frac{h}{\pi} d\alpha; \quad \frac{dz^*}{d\alpha} = \frac{h}{\pi}$$

$$\frac{dM_x}{dz^*} = \frac{Wr^3}{3} \sin \frac{\pi^2}{h} \times \frac{\pi^2}{h} = F_x$$

$$\frac{dM_x}{d\alpha} = F_x + V_x = \frac{Wr^3}{3} \times \frac{\pi^2}{h} \times \sin \frac{\pi^2}{h} + V_x$$



$$M_x = \frac{Wr^3}{3} \times \frac{\pi}{h} \int \sin \frac{\pi^2}{h} dz + \int V_u dz$$

$$M_x = \frac{Wr^3}{3} \times \frac{\pi}{h} \times h \int \sin \alpha d\alpha + \frac{h}{\pi} \int V_x d$$

$$M_x = \frac{Wr^3}{3} (-\cos \alpha) + \frac{\pi}{h} V_s \alpha + c$$

$$M_x = -\frac{Wr^3}{3} \cos \frac{\pi}{h} z + V_x z + c$$

haciendo $z = 0$ $c = \frac{Wr^3}{3}$ $M_x = 0$

El momento max será cuando $\alpha = 180$

$$M_x = \frac{Wr^3}{3} (1 - \cos \frac{\pi}{h} z)$$

$M_{x \max} = 2/3 Wr^3$ Este momento max se produce en la mitad de un ciclo completo.

La carga axial que se produce es :

$P =$ carga del Peldaño + carga de la mitad de la columna

con el M y P se diseñará la columna en flexo compresión



$$r_{col} = 0.15 \text{ cm.}$$

$$r = 1.40 \text{ mt.}$$

Para un Peldaño de $\begin{cases} l = 1.40 \text{ mt.} \\ s/c = 0.5 \text{ t/m}^2 \\ \text{ancho} = 30 \text{ cm.} \\ \# \text{ de peldaños } 20 \rightarrow 10 \text{ peldaños hasta la mitad.} \end{cases}$

Tenemos

$$W_u = 0.45 \text{ t/mt.}$$

$$M_{\max} = \frac{2}{3} Wr^2 \left(\frac{0.45}{0.3} \right) (1.4)^3 = 2.73 \text{ ton - mt.}$$

$$P = W_{\text{peldaño}} + W_{\text{de 1/2 columna}}$$

$$P = (0.45)(1.4)(10) + 1/2 (2.6) \left[(2.4) \times (0.15)^2 (3.14) \right]$$

$$P = 6.3 + 0.18 = 6.48 \text{ ton.}$$

$$\text{con } P = 6.48 \text{ ton.}$$

$$M = 2.73 \text{ ton - mt.}$$

$$K = 1$$

Por Tablas

$$A_s = 0.01 A_g = 0.01 (3.14) (15)^2 \rightarrow A_s = 7.6 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 6 \text{ } \phi 1/2$$

Cálculo del Zuncho.-

Cuantía del Zuncho

$$p_s = \frac{0.45 (A_s/A_c - 1)}{f_y} f'_c$$

$$p_s = \frac{0.45 (7.6/706.5 - 1)}{4200} \times 175$$

$$p_s = \frac{0.45 (0.99)}{4200} \times 175 = 0.019$$

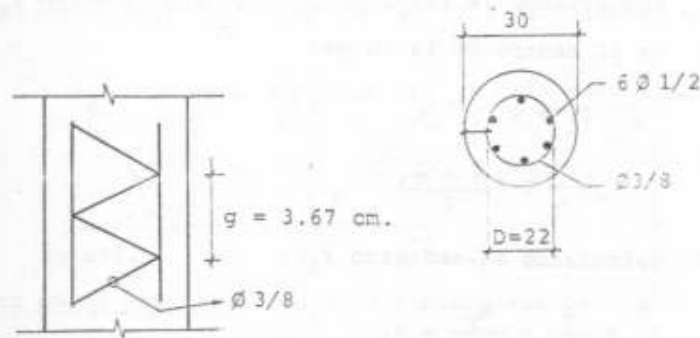
$$a_s = \text{área del zuncho}$$

$$a_s = \frac{p_s \cdot c \cdot g}{4} = \frac{0.019 \times 30 \times 5}{5}$$

$$a_s = 0.70 \text{ cm}^2 (\phi 3/8)$$

$$g \leq \begin{cases} \frac{D}{6} = \frac{22}{6} = 3.67 \text{ cm.} \\ 7.5 \text{ cm.} \end{cases}$$

$$g = 3.67 \text{ cm.}$$



Como las cargas son muy pequeñas no es necesario el zunchos por lo que podría ir con el criterio de estribado.

$$S_{\max} \text{ como estribo} \begin{cases} 16 \phi 1/2 \\ 48 \phi 1/4 \\ 30 \text{ cm.} \end{cases}$$

se usará : $6 \phi 1/4 @ 20$

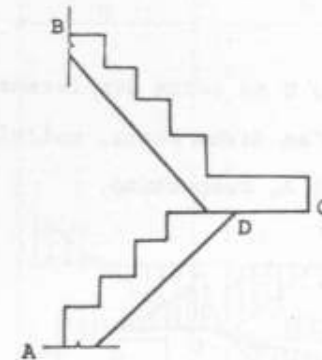


CAPITULO V

ESCALERA AUTOPORTANTE

Para analizar este tipo de escalera se considera como un pórtico con un momento en el descanso intermedio transferido entre las ramas por una torsión desarrollada a través del descanso.

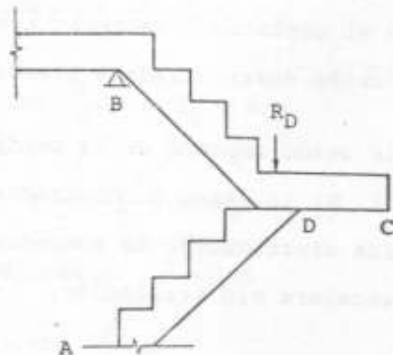
El método de análisis usado depende de la condición de soporte del descanso superior. Si la reacción horizontal puede ser desarrollada, la clásica distribución de momentos puede ser usada considerando la escalera sin traslación.



Por otro lado si solo la reacción vertical puede ser desarrollada, el punto D puede trasladarse. Para evitar una corrección de deflexión al procedimiento de distribución de momentos, el problema puede ser resuelto por el teorema de Castigliano respecto a la energía de deformación. Pero un apoyo fijo al punto A, el momento de distribución puede nuevamente ser usado y

para una escalera completamente con el extremo libre, el momento puede ser resuelto por estática. Para el caso en el cual el apoyo superior sea flexible, la estructura puede ser resuelta por el teorema de Castigliano.

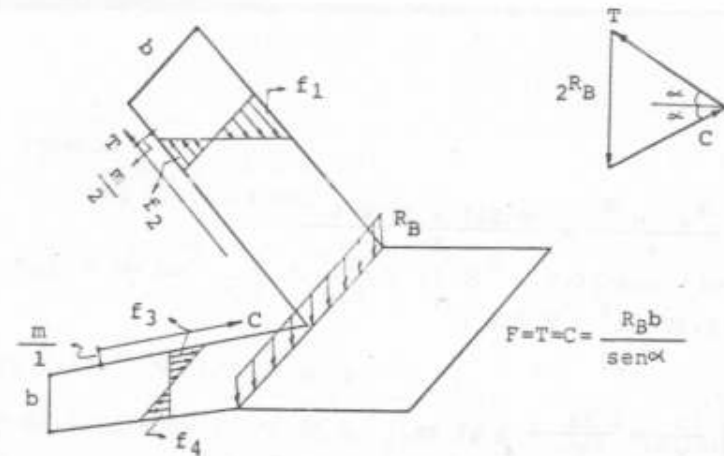
El análisis se hace como si fuera una estructura articulada.



Si se supone que el punto D no sufre desplazamiento, se considerará un apoyo ficticio en dicho punto, calculándose así el diagrama de momentos y el A_s respectivo.



Cuando se aplica la reacción R_B se produce además dos fuerzas, una de tensión (T) en las rampas superior y otra de compresión (C) en la rampa inferior, provocándose esfuerzos, tal como se indican :



Las fuerzas T y C son excéntricas para cada una de las rampas. Proyectando la fuerza T, mediante un momento y una fuerza, hasta el centro de la rampa.

$$T_1 = T$$

$$M = T \left(\frac{b+m}{2} \right)$$

calculando el esfuerzo f_1 :

$$f_1 = \frac{T}{A} \pm \frac{M_y}{I} = f_1$$

$$f_1 = \frac{T}{bt} - \frac{T \frac{b+m}{2} \times \frac{b}{2}}{\frac{1}{12} tb^3}$$

$$f_1 = \frac{T}{b} \left[1 - \frac{3(b+m)}{b} \right]$$

$$f_1 = \frac{R_B}{1 \text{ sen } \alpha} \left[1 - \frac{3(b+m)}{b} \right]$$

de igual manera

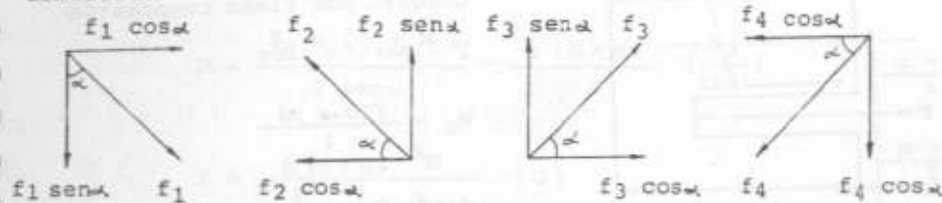
$$f_2 = \frac{R_B}{t \operatorname{sen} \alpha} \left[1 + \frac{3(b+m)}{b} \right]$$

Similarmente trasladamos la fuerza C al centro de la rampa y calculamos los esfuerzos.

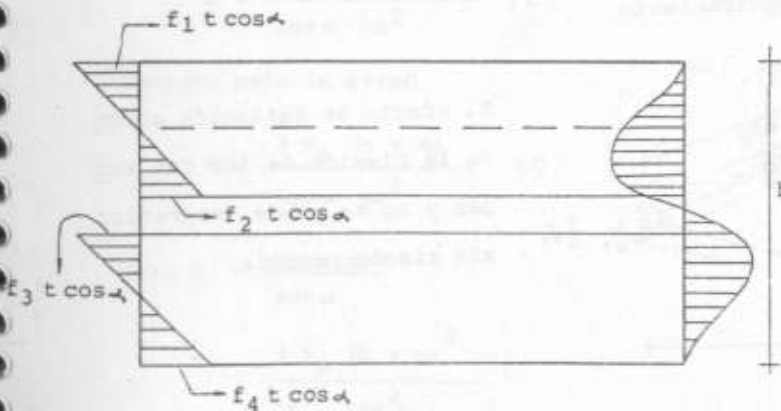
$$f_3 = - \frac{R_B}{t \operatorname{sen} \alpha} \left[1 + \frac{3(b+m)}{b} \right]$$

$$f_4 = \frac{R_B}{t \operatorname{sen} \alpha} \left[1 - \frac{3(b+m)}{b} \right]$$

Los esfuerzos de flexión horizontal y vertical que se van a presentar en el descanso y que luego se les va a calcular su armadura.

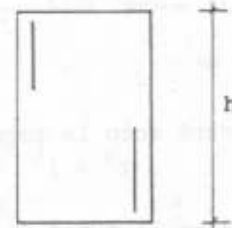


Horizontalmente en el Descanso. - Según los diagramas de fuerzas, tenemos que el diagrama es horizontal.



El momento máximo está cuando el corte es cero.

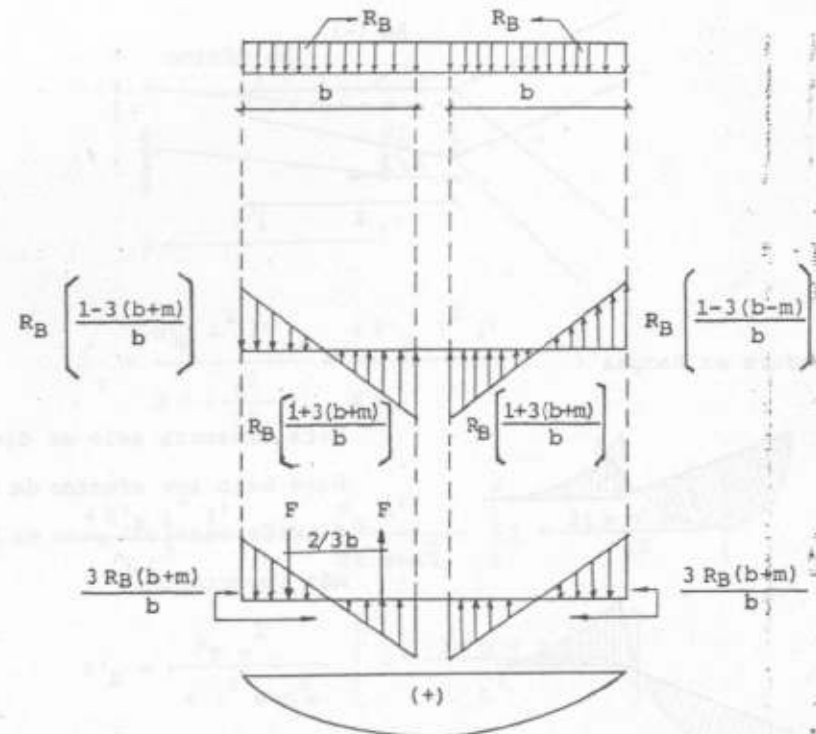
Para calcular acero para estos momentos se calcula como si fuera una viga de alto h.



Se chequea si el concreto lo toma.

$$f = \frac{M_u C}{I} < 2 \sqrt{f'_c}$$

Verticalmente en el Descanso.-



Sumando todos los componentes, pues son iguales, se tiene que:

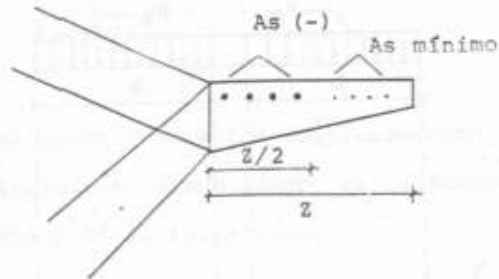
$$F = \frac{3}{4} R_D (b + m)$$

y el momento será :

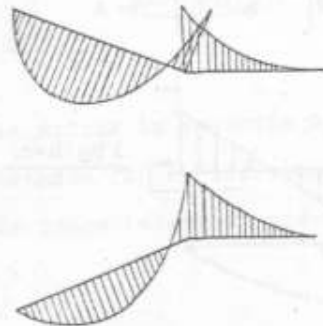
$$M_u = F \times \frac{2b}{3} = \frac{R_D b}{2} (b + m)$$

Al sumar los dos efectos se considerará solo la torsión, pues es el más crítico.

La armadura en el descanso se coloca en la mitad de él pues es la parte más crítica, en el resto se pone A_s mínimo.



Armadura en Rampas :



Esta armadura solo se diseñará bajo los efectos de la flexión vertical pues es la más importante.

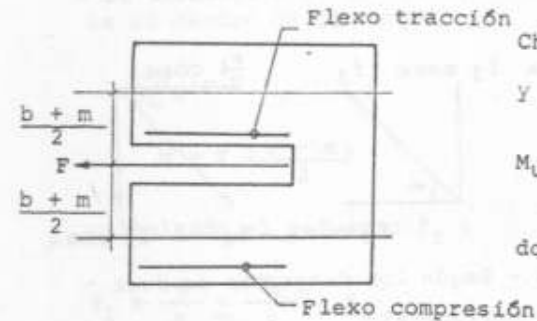
En los lados internos de la rampa se coloca acero, pues existe una fuerza de tirantamiento que forma un momento alrededor del eje de la escalera lo que hace que en la rampa superior se produzca flexotracción y en la rampa inferior se produzca esfuerzos de flexo compresión.

Estos esfuerzos se chequean por la fórmula :

$$f = \pm \frac{M}{b^2 h} + \frac{F}{bh}$$

si este $f < f_{\max}$ permisible que es $0.065 \sqrt{f'_c}$

no requiere armadura y si es mayor se diseña por flexo compresión y flexotracción.

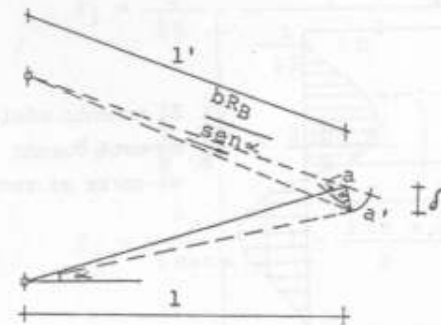


Chequeo por flexo compresión y flexotracción.

$$M_u = \frac{F(b + m)}{2}$$

$$\text{donde } F = \frac{R_D b}{\sin \alpha}$$

Armadura de Empotramiento



El efecto de deflexión aumenta la flexión de las dos rampas y no se puede despreciar aún siendo pequeña.

El efecto de torsión se va a despreciar por ser pequeña, pues lo puede absorber el concreto.

De acá sabemos que :

$$f_1 = \frac{PL}{EA} \frac{R_B l'}{\sin^2 \alpha E t} = \frac{R_B l'}{\sin^2 \alpha E t}$$

También :

$$f = \frac{MC}{I}$$

$$I = \frac{tb^3}{12}$$

$$M = \frac{R_B b (b+m)}{2 \sin \alpha} = \frac{b(b+m)}{2} \left(\frac{R_B}{\sin \alpha} \right)$$

$$f = \frac{b(b+m) R_B}{2 \sin \alpha \left(\frac{tb^3}{12} \right)} \quad (C)$$

$$f = \frac{6 R_B (b+m)}{\sin \alpha \, tb^2} \quad (C)$$

Tomando solo la mitad

$$f = \frac{3 R_B (b+m)}{\sin \alpha \, tb^2} \quad (C)$$

$$\text{pero } C = \frac{(b+m)}{\sin \alpha}$$

$$f = \frac{3 R_B (b+m)^2}{tb^2 \sin^2 \alpha}$$

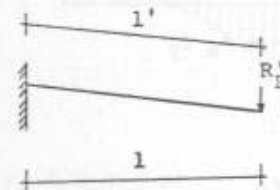
$$f_2 = \frac{3 R_B (b+h)^2 l}{Et b^2 \sin^2 \alpha}$$

Sumando :

$$f_t = f_1 + f_2$$

$$f_t = \frac{R_B l'}{Et \sin^2 \alpha} \left[1 + \frac{3(b+m)^2}{b^2} \right]$$

Haciendo una analogía



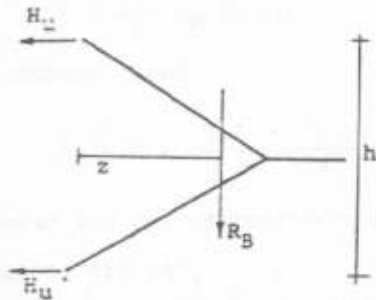
$$f_t = \frac{R'_B l'^2 l'}{3 E \left(\frac{t^3}{12} \right)} = \frac{4 R'_B l'^2 l'}{E t^3}$$

$$\frac{4 R'_B l'^2 l'}{E t^3} = \frac{R_B l'}{Et \sin^2 \alpha} \left[1 + \frac{3(b+m)^2}{b^2} \right]$$

$$R'_B = \frac{R_B t^2}{4 l'^2 \sin^2 \alpha} \left[1 + \frac{3(b+m)^2}{b^2} \right]$$

$$M = R'_B l$$

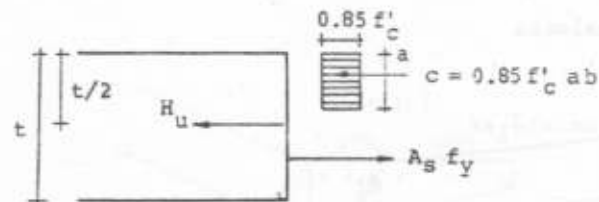
- Armadura por tensión



$$A_s = \frac{N_u}{f_y}$$

$$H_U = \frac{R_B z}{H}$$

- Armadura de Flexión en el Empotramiento



Por suma de Fuerzas :

$$0.85 f'_c ab + H'_u = A_s f_y$$

$$a = \frac{A_s f_y - H'_u}{0.85 f'_c b}$$

Por suma de Momentos :

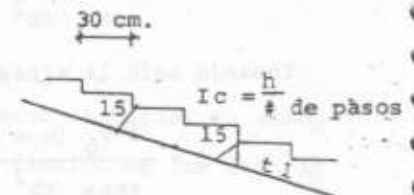
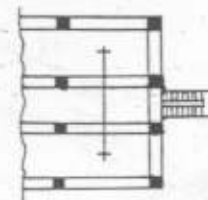
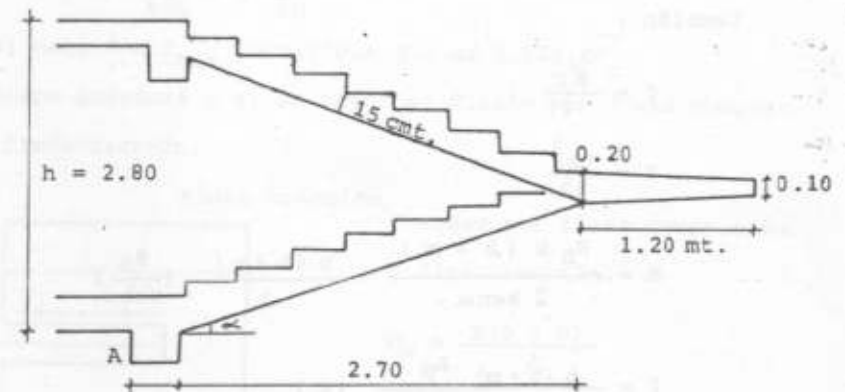
$$A_s f_y (d - \frac{c}{2}) - \frac{H'_u}{\phi} (\frac{t}{2} - \frac{a}{2}) = \frac{M'_u}{\phi}$$

$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y (d - \frac{a}{2})} \left(\frac{t}{2} - \frac{a}{2} \right)$$

Se considera la mayor armadura.

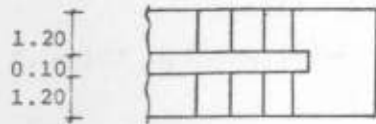
Problema

Ejemplo de Escalera Autoportante



Si $h = 2.80$ mt.

- N° de pasos = 18 cm.



$$C = \frac{280}{18} = 16 \text{ cm.}$$

$$s/c = 500 \text{ k/cm}^2$$

$$f'_c = 210 \text{ k/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ k/cm}^2$$

$$t_1 = 17.2$$

$$T_M = 25.2 \quad \alpha = 30^\circ$$

Como la escalera entra perpendicular al sentido del techado, su análisis se pueda considerar articulado conservadoramente.

Si fuera paralelo al sentido del techado se podría considerar empotrado.

Las cargas en las rampas son :

$$p.p. = 0.252 \times 2400 = 604.8 \text{ k/m}^2$$

$$p.t. \quad W_D = \frac{50}{654.8 \text{ k/m}^2}$$

$$s/c = 500 \text{ k/m}^2$$

$$W_u = 1.5 (654.8) + 1.8 (500)$$

$$W_u = 1882.2 \text{ k/m}^2$$

Las cargas en el descanso

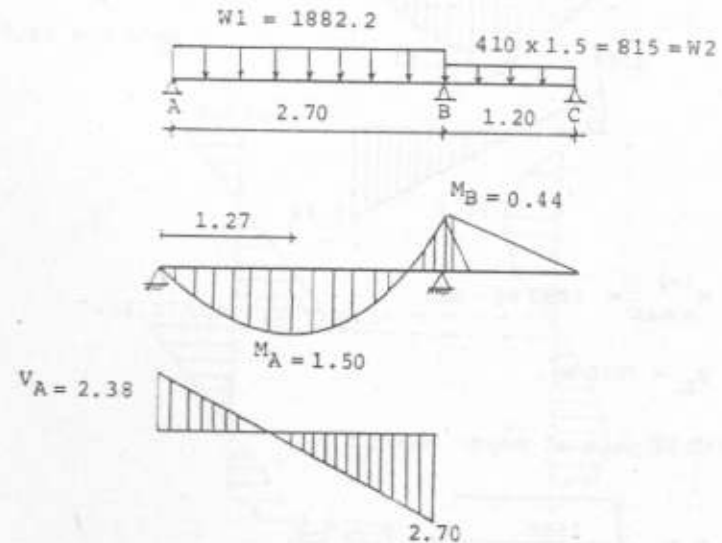
$$p.p. = \left(\frac{0.20 + 0.10}{2} \right) 2400 = 360 \text{ k/m}^2$$

$$p.t. \quad \frac{50 \text{ k/m}^2}{410 \text{ k/m}^2}$$

$$W_u = 1.5 (410) + 1.8 (500)$$

$$W_u = 1515 \text{ k/m}^2$$

Momentos Longitudinales.-



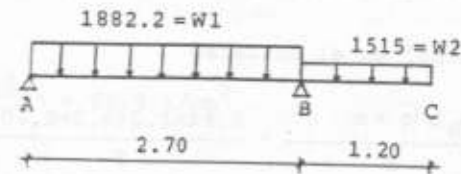
$$M_{Amax}^{(+)} = 1500 \text{ k - mt.}$$

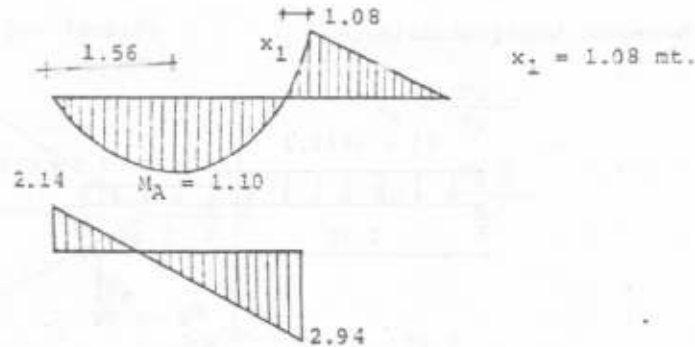
$$M_B^{(+)} = 440 \text{ kg - mt.}$$

$$R_A = 2.38 \text{ ton.}$$

$$R_B = 2.70 \text{ ton.}$$

Considerando sobre carga también en el descanso





$$M_{B \max}^{(-)} = 1090 \text{ kg-mt.}$$

$$R_B = 2940 \text{ kg.}$$

Altura útil para el mayor momento :

$$d = \sqrt{\frac{1500}{25.2 \times 1.2}} = 7.04 \text{ cm.}$$

$$\text{como } h = 15 \text{ cm.} \quad d = 15 - 3 = 12$$

$$d = 12 \text{ cm.}$$

$$\text{Calculando } A_s^{(+)} \rightarrow M = 1500 \text{ k-mt} \quad A_s = 3.67 \text{ cm}^2 \text{ por metro} \rightarrow 3\phi$$

$$\text{Calculando } A_s^{(-)} \rightarrow M = 1090 \text{ k-mt} \quad A_s = 2.67 \text{ cm}^2 \text{ por metro} \rightarrow 4\phi$$

$$A_{s \min} = 0.0018 \times 12 \times 100 = 2.16 \text{ cm}^2$$

Armadura transversal en el descanso

$$M^{(-)} = \frac{R_B b (b + m)}{2} = \frac{2.94 \times 1.2 (1.2 + 0.10)}{2} = 2293.2 \text{ k-mt.}$$

$$M^{(-)} = 2293.2 \text{ kg-mt} \rightarrow d = 12 \rightarrow A_s^{(-)} = 5.62 \rightarrow 3\phi 5/8$$

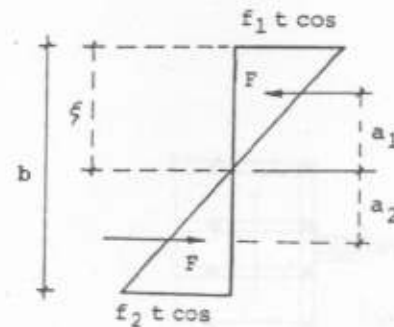
$$f_1 t \cos \alpha = \frac{R_B}{\tan \alpha} \left[1 - \frac{3(b+m)}{b} \right] = \frac{2940}{\frac{1.4}{2.7}} \left[1 - \frac{3(1.2+0.1)}{1.2} \right] = -12,757.54 \text{ kg/mt.}$$

$$f_2 t \cos \alpha = \frac{2940}{\frac{1.4}{2.7}} \left[1 + \frac{3(1.2+0.1)}{1.2} \right] = 24,097.5 \text{ kg/mt.}$$

$$f_3 t \cos \alpha = -\frac{R_B}{\tan \alpha} \left[1 + \frac{3(b+m)}{b} \right] - \frac{2940}{\frac{1.4}{2.7}} \left[1 + \frac{3(1.2+0.1)}{1.2} \right] = -24,097.5 \text{ kg/mt.}$$

$$f_4 t \cos \alpha = -\frac{2940}{\frac{1.4}{2.7}} \left[1 - \frac{3(1.2+0.1)}{1.2} \right] = 12,757.5 \text{ kg/mt.}$$

$$\xi = b \frac{f_1}{f_1 + f_2}$$



$$\xi = 1.2 \frac{-12,757.5}{-12,757.5 + 24,097.5} =$$

$$\xi = 1.35 \text{ mt.}$$

Calculando las fuerzas tenemos :

$$F_1 = 1/2 f_1 l \cos \alpha (\xi_1) = \frac{12,757.5}{2} \times 1.35 = - 8,611.81 \text{ kg.}$$

$$F_2 = 1/2 f_2 l \cos \alpha (\xi_2) = \frac{24,097.5}{2} \times 1.35 = 16,265.81 \text{ kg.}$$

$$F_3 = - 16,262.81 \text{ kg.}$$

$$F_4 = 8,611.31 \text{ kg.}$$

Calculando Mtos. tenemos :

$$M = F_2 a_2 - F_1 a_1$$

$$M = F_4 a_4 - F_3 a_3$$

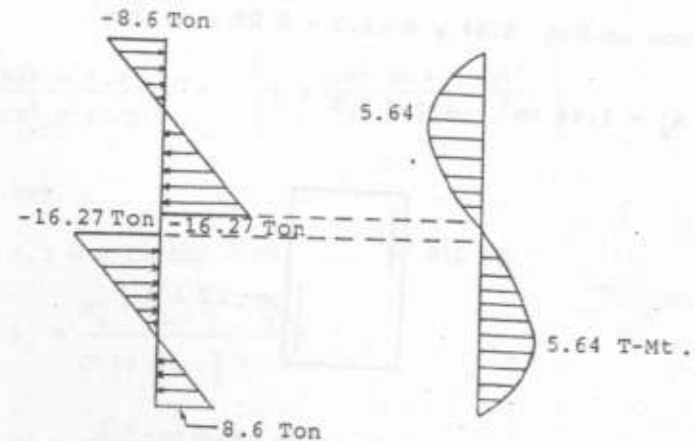
Donde :

$$a_1 = b - \frac{\xi_1}{3} = a_3$$

$$a_2 = \frac{b - \xi_2}{3} = a_4$$

$$M = 16.27 \left(\frac{1.2 - 1.35}{3} \right) + 8.6 \left(\frac{1.2 - 1.35}{3} \right) = 5.64 \text{ ton - mt}$$

$$M = 5.64 \text{ ton - mt.}$$



Chequeando si el concreto toma este momento

$$f = \frac{M_u c}{I} \leq 2 \sqrt{f'_c}$$

$$I = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{1}{12} (150) (20)^3 = 100,000 \text{ cm}^4$$

$$c = 10 \text{ cm.}$$

$$f = \frac{564000 \times 10}{100000} = 56.4 \text{ k/cm}^2$$

El esfuerzo que toma el concreto es :

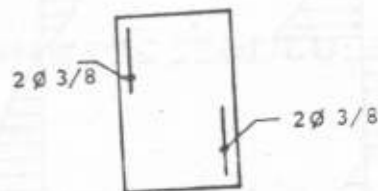
$$f_c = 2 \sqrt{f'_c} = 2 \sqrt{210} = 28.98 \text{ kg/cm}^2$$

$$56.4 > 28.98$$

∴ el esfuerzo no lo toma el concreto

con un Mto 5.64 y $d = 1.2 - 0.05 = 1.15 \text{ mt.}$

$$A_s = 1.44 \text{ cm}^2 \rightarrow 2 \phi 3/8$$



flexo tracción para la rampa superior

$$M = \frac{F(b+m)}{2}$$

$$F = \frac{R_B b}{\text{sen } \alpha} = \frac{2940 \times 1.2}{\frac{1.4}{3.2}} = 8064 \text{ kg.}$$

$$M = \frac{8064(1.2 + 0.10)}{2} = 5241.6 \text{ kg - mt.}$$

Flexo tracción para la rampa inferior

$$F = \frac{R_A b}{\text{sen } \alpha} = \frac{2380 \times 1.2}{\frac{1.4}{3.2}} = 6528 \text{ kg.}$$

$$M = \frac{F(b+m)}{2} = \frac{6528 \times (1.2 + 0.10)}{2} = 4243.2 \text{ kg - mt.}$$

∴ usaremos $M = 5241.6 \text{ kg - mt.}$

1) para flexo compresión

$$f = \pm \frac{6M}{tb^2} + \frac{F}{tb} = \pm \frac{6 \times 524160}{15(120)^2} + \frac{8064}{15 \times 120}$$

$$f = \begin{cases} 19.04 \text{ k/cm}^2 < 0.85 f'_c \text{ esfuerzo permisible en compresión} \\ -10.08 \text{ k/cm}^2 < -12.49 \text{ esfuerzo permisible en tracción} \end{cases}$$

∴ pasa en flexo compresión en tracción

2) por flexo tracción

$$f = \pm \frac{6M}{bt^2} - \frac{F}{tb} = \pm \frac{6 \times 524160}{15(120)^2} - \frac{8064}{15 \times 120}$$

$$f = \begin{cases} +10.08 < 178.5 \text{ pasa por compresión} \\ -19.04 < -12.49 \text{ no pasa por tracción} \end{cases}$$

$$A_s = \frac{M_u - T_u \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right)}{f_y \left(d - \frac{a}{2} \right)}$$

$$h = 120 \text{ cm.} \quad \text{recub.} = 5 \text{ cm.}$$

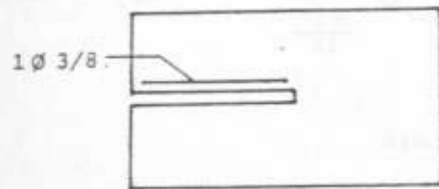
$$d = 115 \text{ cm.}$$

$$\text{Si } d - \frac{a}{2} = 0.9 d$$

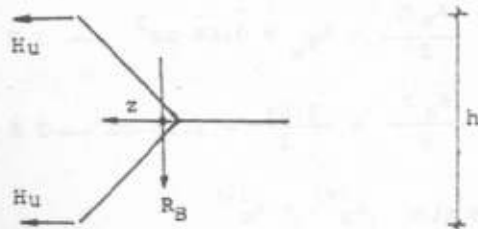
$$d - \frac{a}{2} = 0.9 \times 115 = 104 \text{ cm.}$$

$$A_s = \frac{524160 - 8064 \left(\frac{120}{2} - 0.1 \times 115 \right)}{0.9 \times 4200 (104)}$$

$$A_s = 0.34 \text{ cm}^2 \quad (1 \emptyset 3/8)$$



Armadura por tensión



$$A_s = \frac{H_u}{\phi f_y}$$

$$H_u = \frac{R_B z}{h}$$

$$H_u = \frac{2.94 \times 2.7}{2.8} = 2.8 \text{ ton.}$$

$$A_s = \frac{2800}{0.9 \times 4200} = 0.83 \text{ cm}^2$$

Calculando Mto. de empotramiento : $M_u = R_B' \times 1$

$$R_B' = \frac{R_B t^2}{4 l^2 \sin^2 \alpha} \left[1 + \frac{3(b+m)^2}{b^2} \right]$$

$$R_B' = \frac{4.525 \times 0.20^2}{4 \times 2.7^2 \times (1/2)^2} = \left[1 + \frac{3(1.20 + 0.10)^2}{1.2^2} \right]$$

$$R_B' = 0.11 \text{ ton.}$$

$$M = 0.11 \times 1.2 = 0.13 \text{ ton - mt.}$$

$$\therefore A_s = \frac{M_u + H_u' \left(\frac{1}{2} - \frac{a}{2} \right)}{\phi f_y \left(d - \frac{a}{2} \right)}$$

$$H_u' = \frac{2.8}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 3.2$$

1er. tanteo con $a = 8 \text{ cm.}$

$$A_s = \frac{1300 + 3200 \left(\frac{15}{2} - \frac{8}{2} \right)}{0.9 \times 4200 \left(12 - \frac{8}{2} \right)} = \frac{11200}{30240} = 0.37$$

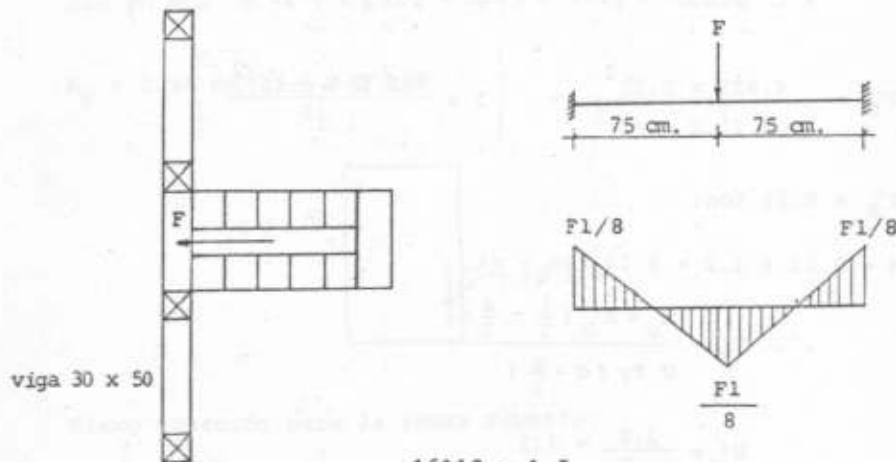
$$A_s = \frac{A_s f_y - H_u'}{0.85 f_c' b} = \frac{0.37 \times 4200 - 3200}{0.85 (175) (100)} = 0.1$$

$$A_s = \frac{13000 + 3200 (7.4)}{0.9 (4200) (13.9)} = \frac{36680}{58380} = 0.68 \text{ cm}^2$$

$$a \approx 0.1$$

Diseñando la Viga (flexión horizontal)

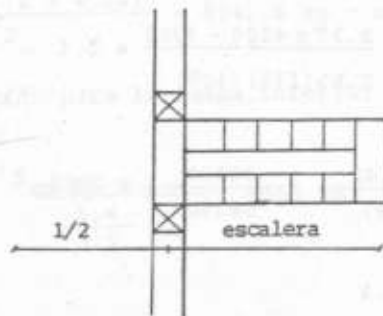
a) Sabemos $F = \frac{R_B h}{\text{sen}}$ $F = 16012 \text{ kg.}$



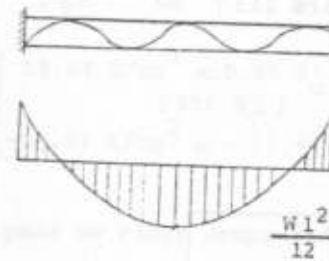
$$M = \frac{16012 \times 1.5}{8} = 300.2 \text{ kg-mt.}$$

$$A_{sV} = 2.69 \text{ cm}^2$$

Flexión vertical



Suponiendo datos



Suponiendo que $W = 5450 \text{ kg}$

$$M = \frac{5450 (1.5)^2}{12}$$

$$M = 1022 \text{ kg-mt.}$$

$$A_{sV} = 1.77 \text{ cm}^2$$

Chequeando por $A_{s \text{ min}}$

$$A_{s \text{ min}} = 0.0018 \times 50 \times 26$$

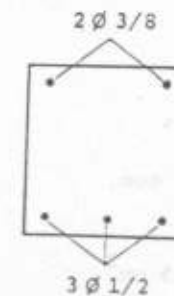
$$A_{s \text{ min}} = 2.34 \text{ cm}^2$$

$$A_s^{(+)} = \frac{A_s h}{2} + A_{sV} = 3.69 \text{ cm}^2 \rightarrow 3 \phi 1/2$$

$$A_s^{(-)} = \frac{A_s h}{2} = \frac{2.69}{2} = 1.35 \text{ cm}^2 \rightarrow 2 \phi 3/8$$

$$A_{s \text{ min}} = A_s^{(+)} + A_s^{(-)}$$

Por lo tanto no se considera $A_{s \text{ min}}$



MAS RECURSOS EN:



Material compartido con fines educativos
El libro pertenece a sus respectivos autores.