

DEFORMADA Y SOLICITACIONES DE PÓRTICOS

Objetivo: Estudiar la deformación de la estructura y analizar los esfuerzos (normales, cortes y momentos) en las distintas secciones de las barras. Este análisis nos permite diseñar la forma de la sección y dimensionarla eficientemente.

Se propone un método cualitativo para construir de manera rápida los diagramas de deformación y momentos flectores, determinando la posición de las tracciones y compresiones y así ubicar las armaduras.

ÍNDICE

I. PÓRTICOS A NUDOS INDESPLAZABLES

Ia. BARRA CON CARGA UNIFORMEMENTE REPARTIDA

- 1) Barra con sus extremos articulados.
- 2) Barra con sus extremos perfectamente empotrados.
- 3) Barra con sus extremos elásticamente empotrados.
- 4) Gráficos comparativos.

Ib. BARRA CON CARGA PUNTUAL

- 1) Gráficos comparativos.

Ic. BARRA DESCARGADA CON UN MOMENTO APLICADO EN UN EXTREMO

- 1) Barra con el extremo opuesto articulado.
- 2) Barra con el extremo opuesto perfectamente empotrado.
- 3) Barra con el extremo opuesto elásticamente empotrado.
- 4) Gráficos comparativos.

Id. BARRA DESCARGADA CON MOMENTOS APLICADOS EN AMBOS EXTREMOS

- 1) Barra con giros externos del mismo sentido.
- 2) Barra con giros externos de distinto sentido.

DEFORMADA Y DIAGRAMA DE MOMENTO DE UN PÓRTICO SIMETRICO

DEFORMADA Y DIAGRAMA DE MOMENTO DE UN PÓRTICO ASIMETRICO

PROCEDIMIENTO GRÁFICO DE DEFORMADA Y DIAGRAMAS DE UN PÓRTICO

DEFORMADA Y DIAGRAMA DE MOMENTO DE UN PÓRTICO SIMETRICO

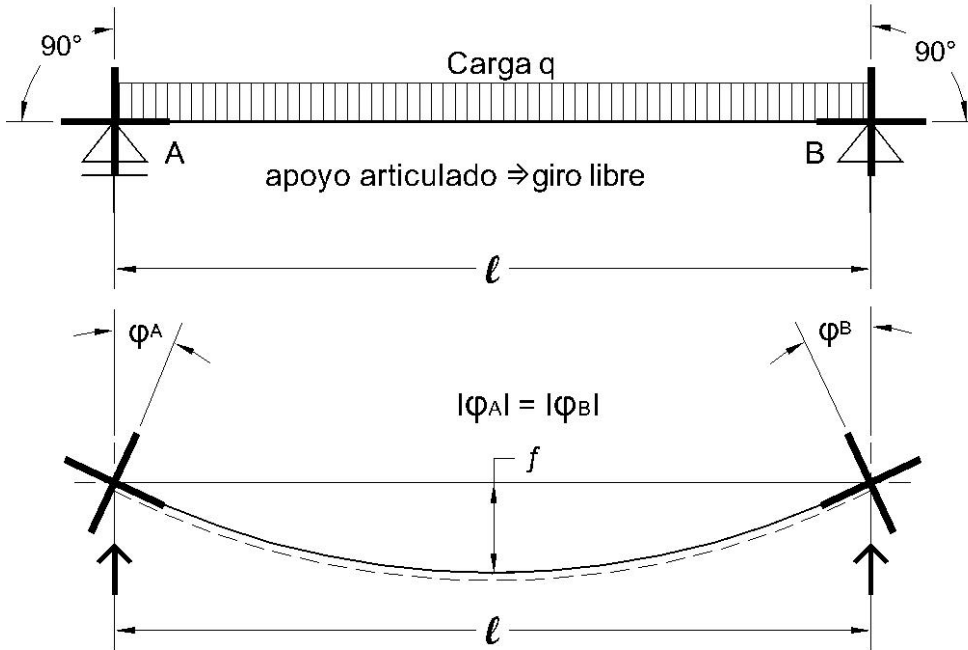
PROCEDIMIENTO GRÁFICO DE DEFORMADA Y DIAGRAMAS DE UN PÓRTICO

I. PÓRTICOS A NUDOS INDESPLAZABLES

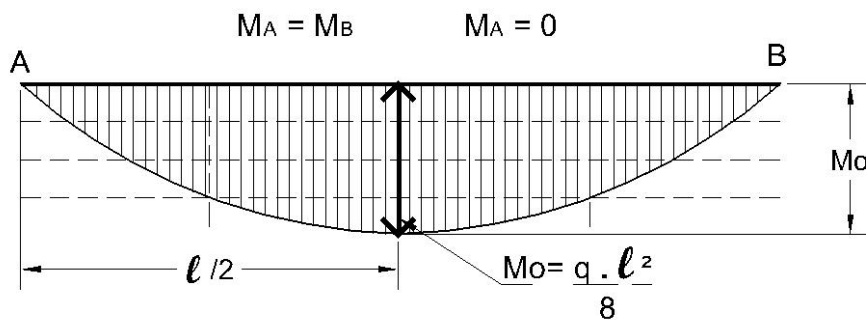
En el análisis vamos a despreciar el peso propio de las barras y suponer que los entrepisos no se desplazan horizontalmente debido a la presencia de planos verticales de adecuada rigidez. Se analizan en forma aislada, pero sabiendo que forman parte de un mecanismo estructural.

Ia. BARRA CON CARGA UNIFORMEMENTE REPARTIDA

1) Barra con sus extremos articulados.

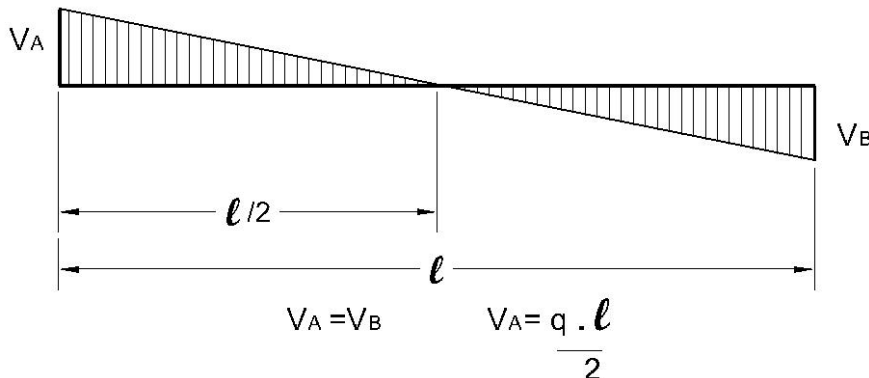


Sus extremos giran libremente ángulos iguales y de sentido contrario. La barra queda toda traccionada en su cara inferior.



El momento máximo del tramo es el isostático. $M_o = \frac{q \cdot l^2}{8}$

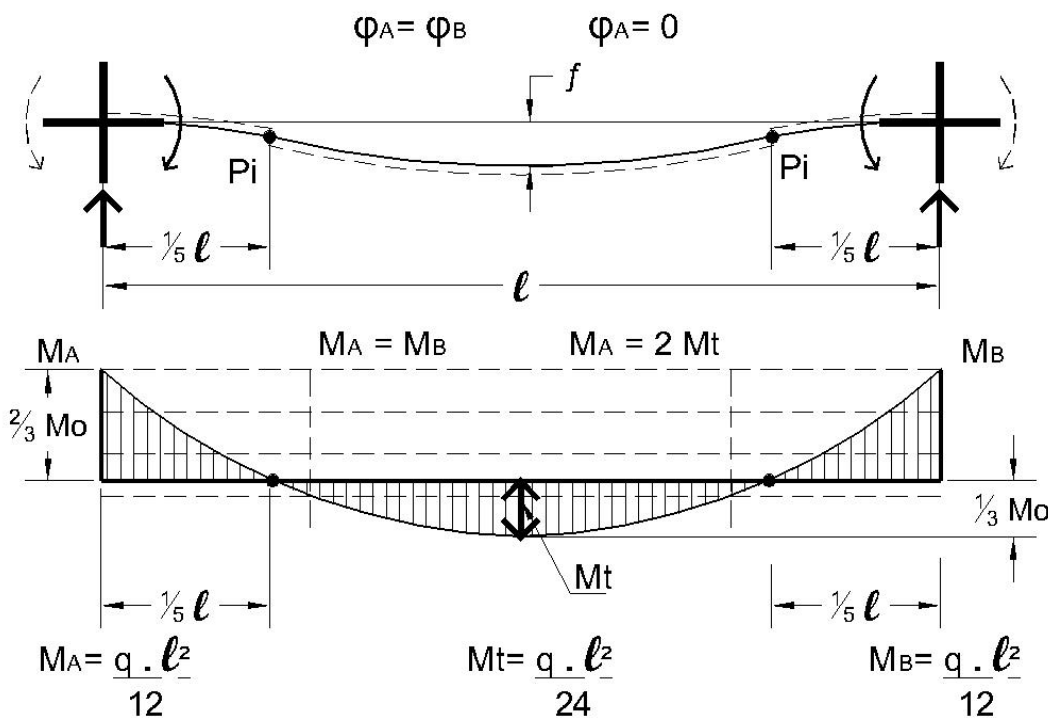
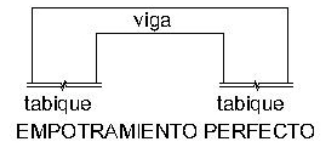
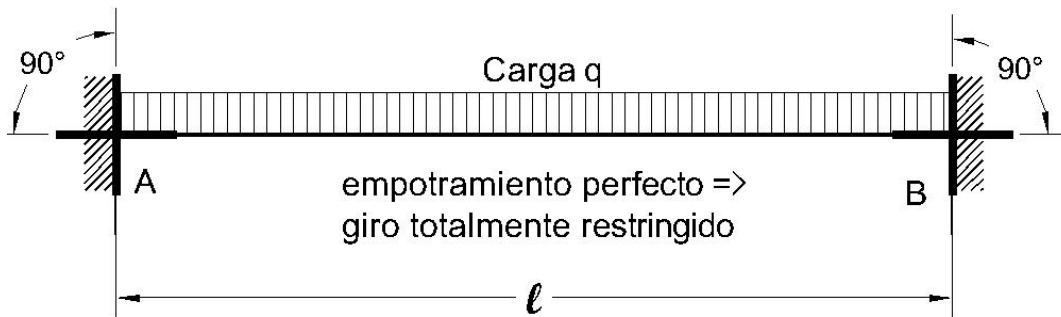
En los apoyos (articulados) los momentos son nulos.



Los cortes en los apoyos son iguales a:

$$V = \frac{q \cdot l}{2}$$

2) Barra con sus extremos perfectamente empotrados.



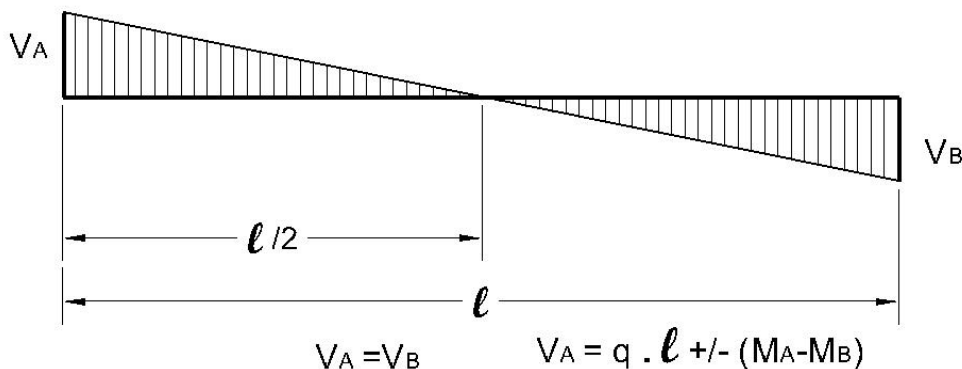
Los extremos no giran.
La barra se tracciona en su cara inferior en la zona central y en la superior en proximidad a los apoyos, los puntos de inflexión se ubican a $1/5$ de la luz.

Los momentos de empotramiento en los apoyos son iguales a:

$$M_B = M_A = \frac{q \cdot l^2}{12}$$

El momento en el tramo es igual a:

$$M_t = \frac{q \cdot l^2}{24}$$



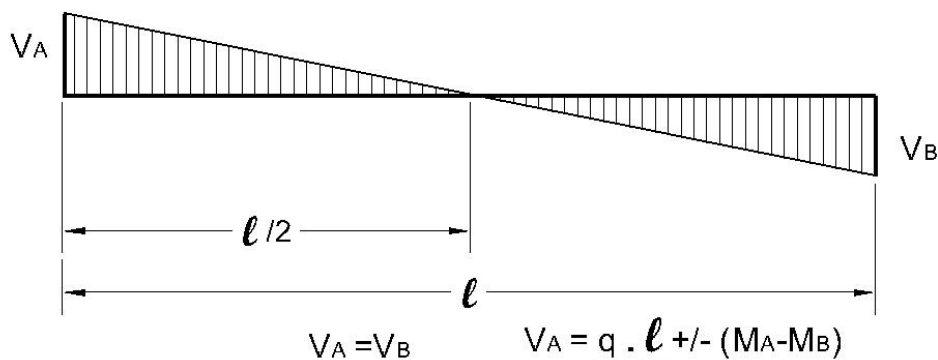
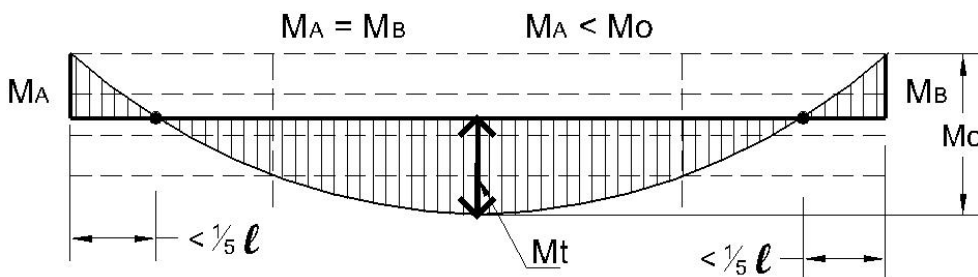
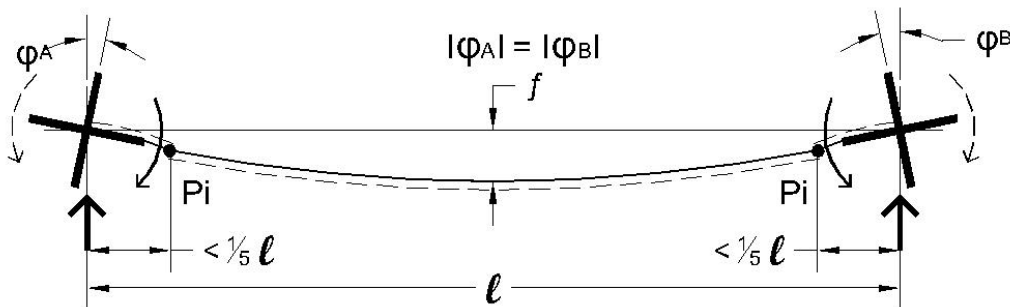
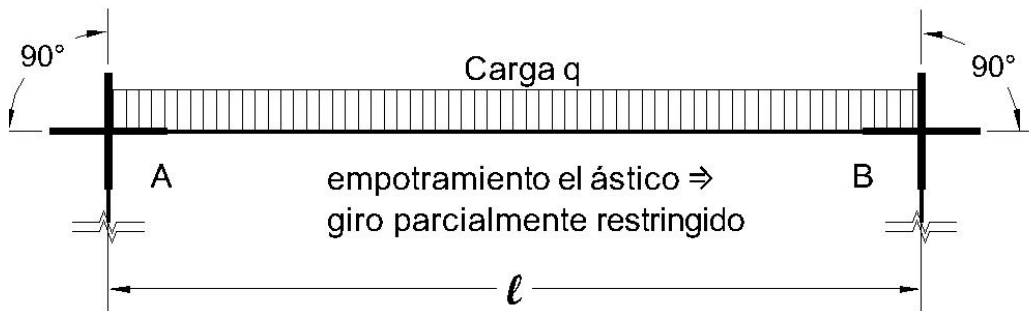
Los cortes en los apoyos son iguales a:

$$V = \frac{q \cdot l}{2} \pm \frac{(M_A - M_B)}{l}$$

siendo $M_A = M_B$ queda:

$$V = \frac{q \cdot l}{2}$$

3) Barra con sus extremos elásticamente empotrados.
La situación es intermedia con respecto a los casos anteriores.



Sus extremos giran, pero no libremente, hay restricción parcial de giro. El nudo es monolítico, es decir que el ángulo formado por las tangentes de las barras antes de la deformación es igual al ángulo que forman las tangentes después de la deformación.

La barra se tracciona por debajo en el tramo entre los puntos de inflexión y por arriba entre los puntos de inflexión y los apoyos.

Los puntos de inflexión se ubican a $< 1/5$ de la luz de la barra.

A mayor restricción de giro, mayores momentos de apoyo y menor momento en el tramo.

Los cortes en los apoyos son iguales a:

$$V = \frac{q \cdot l}{2} \pm \frac{(M_A - M_B)}{l}$$

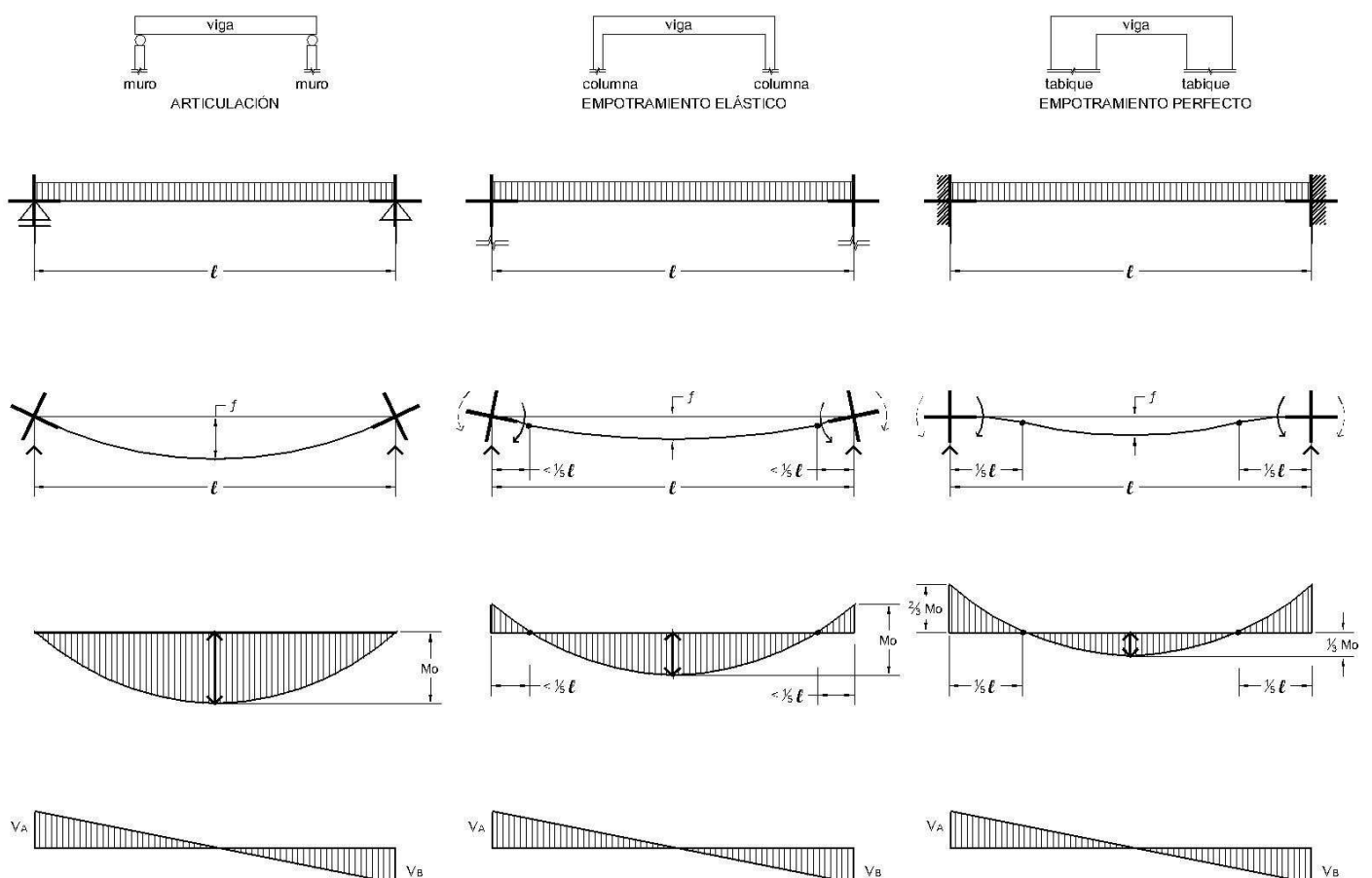
4) Grafico comparativo

Podemos observar en el grafico comparativo que a medida que se restringe el giro en una barra cargada la deformación en el tramo es menor, los puntos de inflexión se acercan al $1/5$ de la luz, los momentos en el apoyo se incrementan y los del tramo disminuyen.

La restricción del giro en los nudos elásticamente empotrados depende de la rigidez del elemento que empotra a la barra cargada.

Los diagramas de corte son idénticos en las tres alternativas, ya que suponemos iguales y de sentido contrario los momentos que restringen el giro de los nudos, por lo cual no cambian las reacciones de los apoyos.

BARRAS CON CARGAS UNIFORMEMENTE REPARTIDAS



Ia. BARRAS CON CARGAS PUNTUALES

1) Grafico comparativo

Se analizan con los mismos vínculos considerados en el caso anterior.

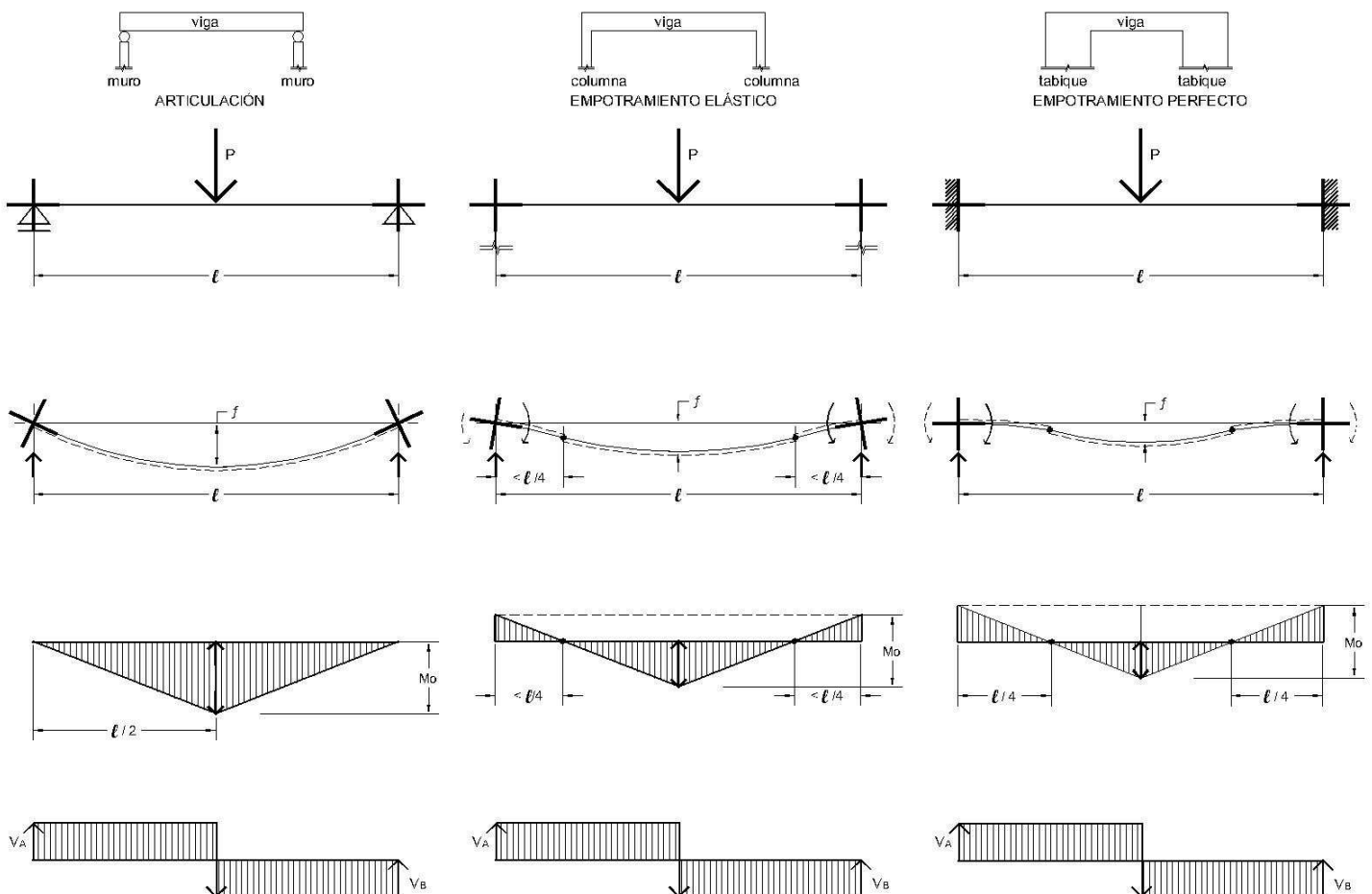
En este caso el momento máximo isostático vale: $M_o = \frac{p \cdot \ell}{4}$

La forma del diagrama de momentos de la viga es triangular.

Los puntos de inflexión se ubican al $1/4$ de la luz en el caso de la barra con extremos perfectamente empotrados, y a $< 1/4$ de la luz cuando sus extremos están elásticamente empotrados.

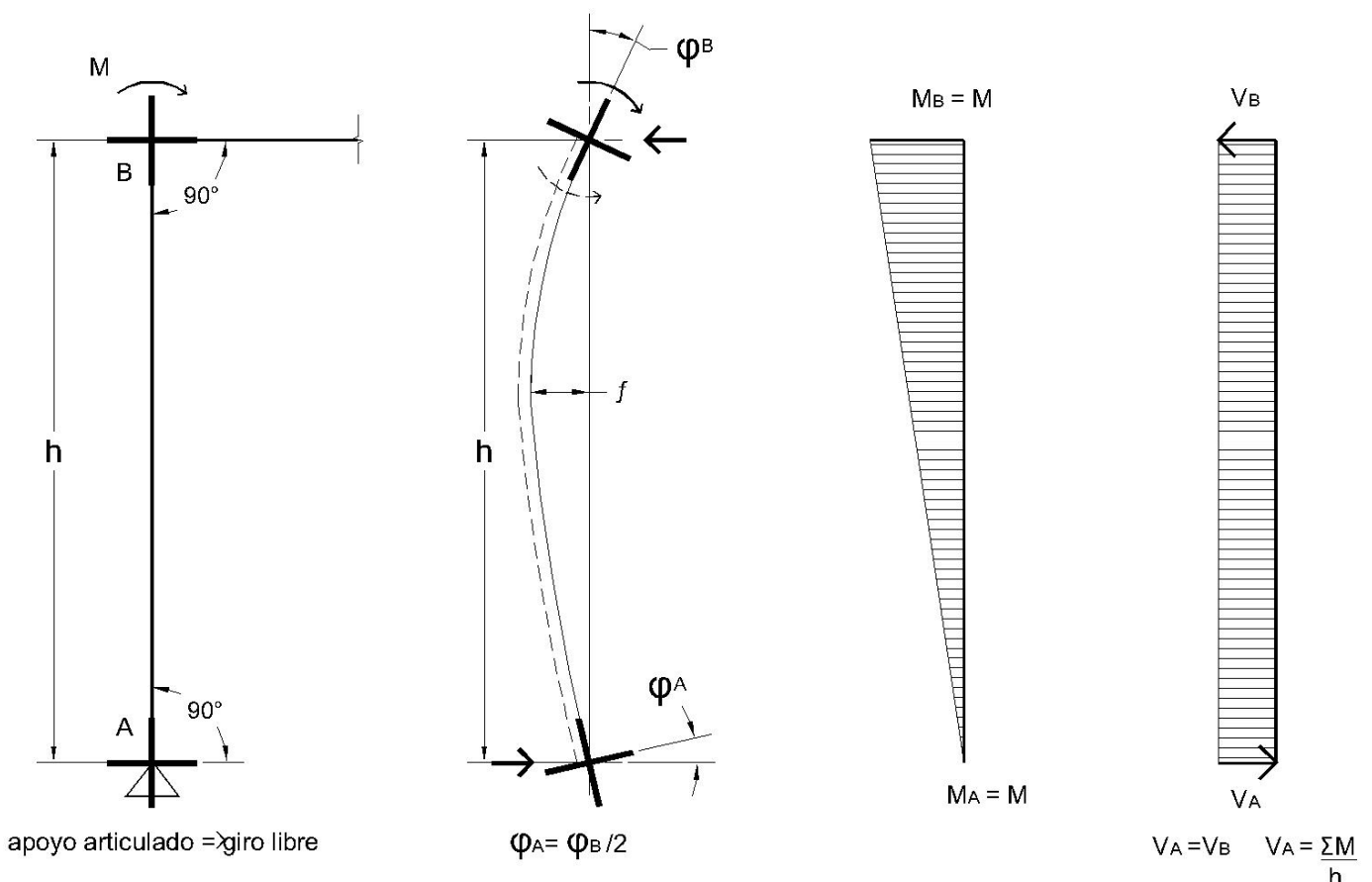
Los diagramas de corte son idénticos en las tres alternativas, ya que los momentos que restringen el giro de los nudos se suponen iguales y de sentido contrario, lo cual no cambia las reacciones de los apoyos.

BARRAS CON CARGAS PUNTUALES



Ic. BARRAS DESCARGADAS CON UN MOMENTO APLICADO EN UN EXTREMO

1) Barra con el extremo opuesto articulado.



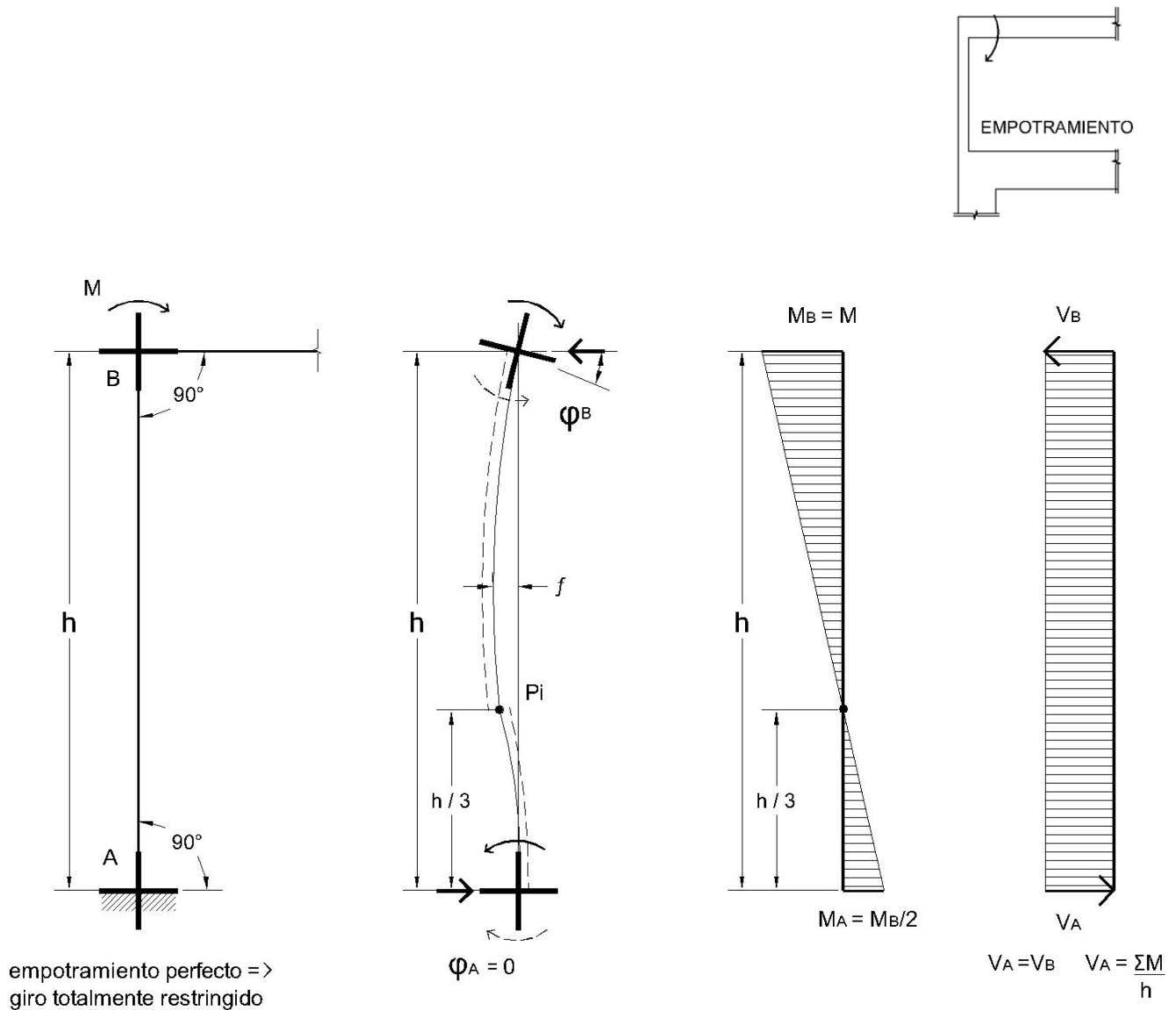
El momento externo aplicado (M) produce un giro en el extremo B, transmitiendo al otro extremo de la barra A (nudo articulado, no puede restringir giros) un giro de valor igual a la mitad y de sentido contrario. La barra no tiene punto de inflexión.

El momento en el extremo articulado es cero.

El corte en la barra está generado por los momentos en sus extremos, resulta constante a lo largo de la misma y es igual a:

$$V = \frac{\Sigma M}{h}$$

2) Barra con el extremo opuesto perfectamente empotrado.



El momento externo aplicado (M) produce un giro en el extremo B, el nudo empotrado (A) no puede girar. Las tracciones cambian de posición y el punto de inflexión se ubica exactamente al 1/3 de la luz respecto al apoyo empotrado.

El momento en el empotramiento es la mitad del momento aplicado. $M_A = \frac{M_B}{2}$

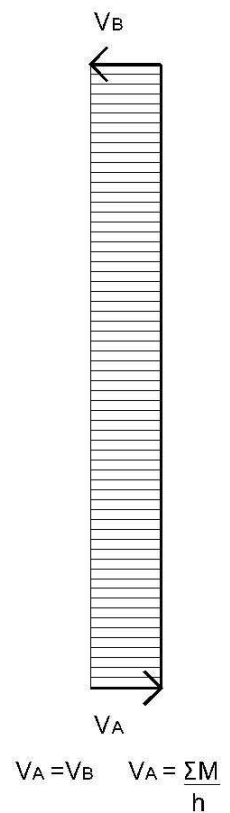
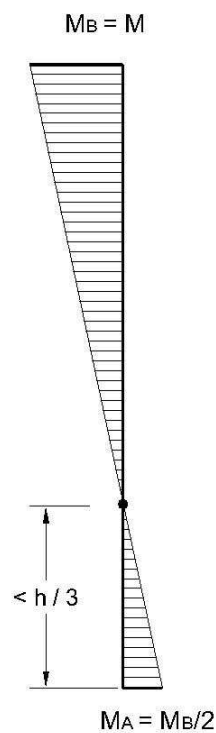
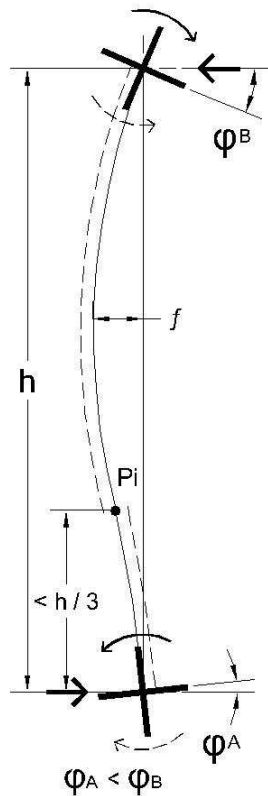
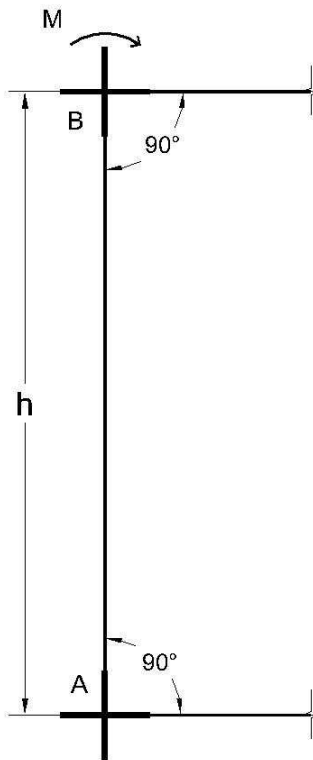
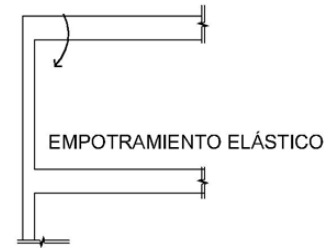
El corte es constante en toda la barra, ya que no hay cargas aplicadas. Su valor es igual al de las reacciones de apoyo, éstas forman una cupla de signo contrario e igual valor a $\sum M$ de los extremos.

El corte en la barra es igual a:

$$V = \frac{\sum M}{h}$$

3) Barra con el extremo opuesto elásticamente empotrado.

La situación es intermedia con respecto a los dos casos anteriores.



empotramiento elástico =>
giro parcialmente restringido

El momento externo aplicado (M) produce un giro en el extremo B; el nudo elásticamente empotrado también gira, pero no libremente, hay una restricción del giro. Este caso está comprendido entre el de giro libre y el de empotramiento perfecto, por lo tanto el giro es menor que la mitad y de sentido contrario al del extremo opuesto. El punto de inflexión se encontraría a $< 1/3$ de la luz respecto al nudo elásticamente empotrado.

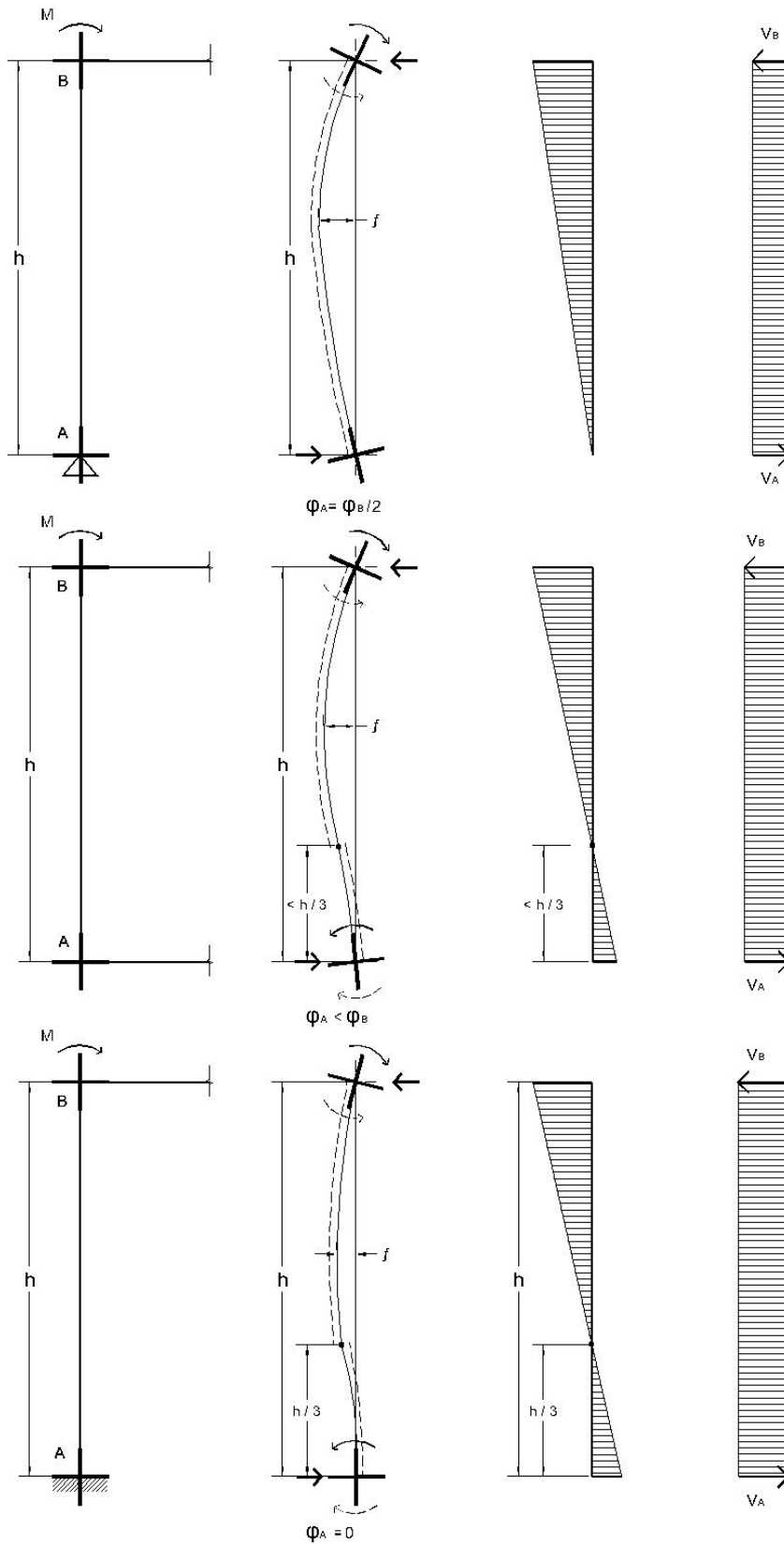
El momento en el extremo elásticamente empotrado es menor de la mitad que el momento aplicado.

El corte es constante en toda la barra, ya que no hay cargas aplicadas. Su valor es igual al de las reacciones de apoyo, éstas forman una cupla de signo contrario e igual valor a $\sum M$ de los extremos.

El corte en la barra es igual a:

$$V = \frac{\sum M}{h}$$

4) Gráfico comparativo.



Podemos observar en el gráfico comparativo que aplicando un mismo momento en un extremo de una barra (M), a medida que se restringe el giro en el otro extremo, la flecha es menor.

Los puntos de inflexión se acercan al $1/3$ de la luz.

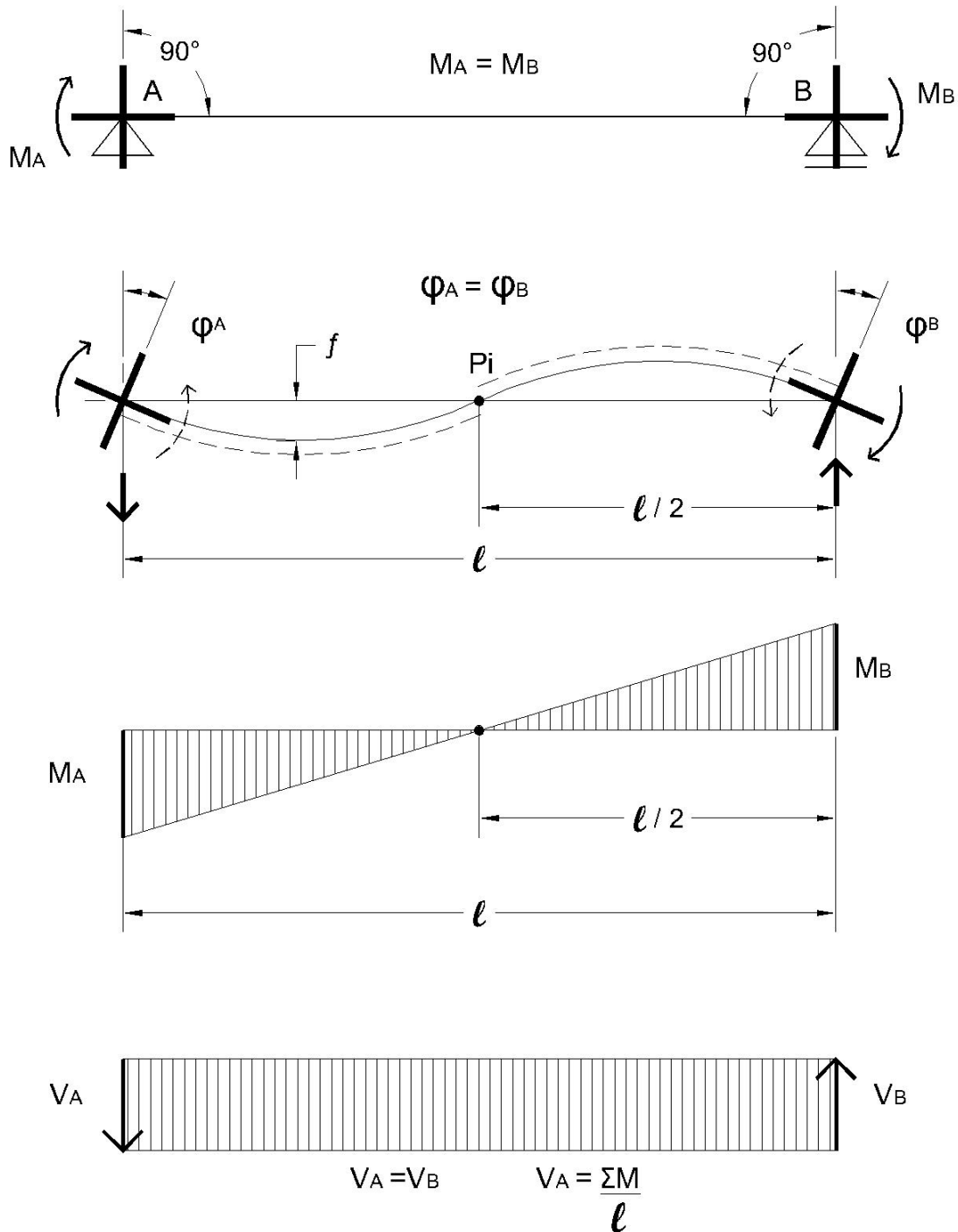
Los momentos en el apoyo se incrementan.

Podemos observar que el corte es mayor en la barra que tiene mayores momentos en sus extremos.

Id. BARRAS DESCARGADAS CON MOMENTOS APLICADOS EN AMBOS EXTREMOS

1) Barra con giros externos del mismo sentido.

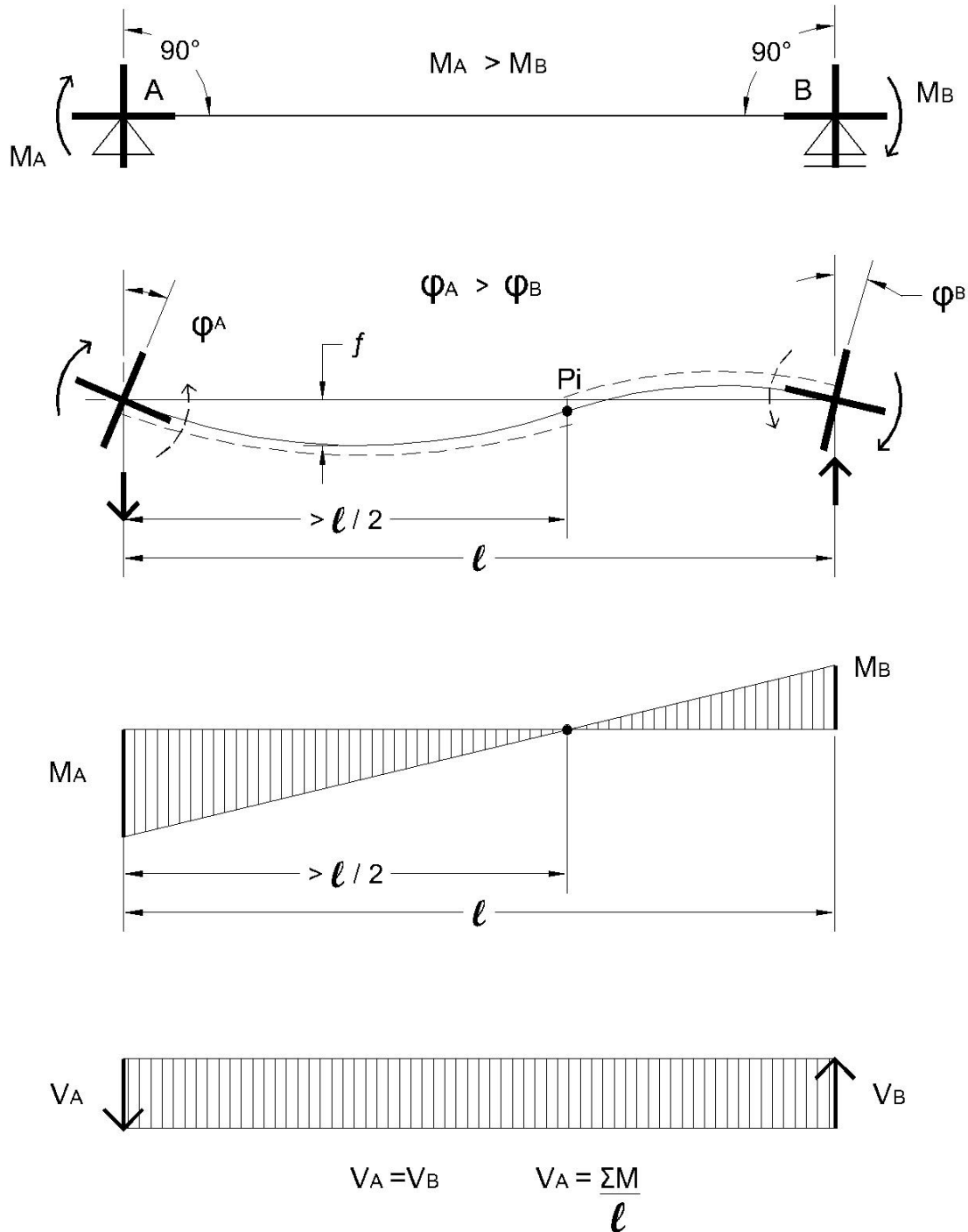
Si los momentos externos aplicados son de igual magnitud y sentido, la barra se deforma y las tracciones cambian de posición, el punto de inflexión se ubica al $1/2$ de la luz de la barra. Los momentos reactivos de la barra en sus extremos son de igual magnitud que los momentos aplicados en cada extremo.



El corte en la barra es igual a : $V = \frac{\Sigma M}{\ell}$

l

Si los momentos externos aplicados tienen igual sentido, pero distinta magnitud, la barra se deforma y las tracciones cambian de posición, el punto de inflexión se acerca al nudo que gira menos. Los momentos reactivos de la barra en sus extremos son de igual magnitud que los momentos aplicados en cada extremo.

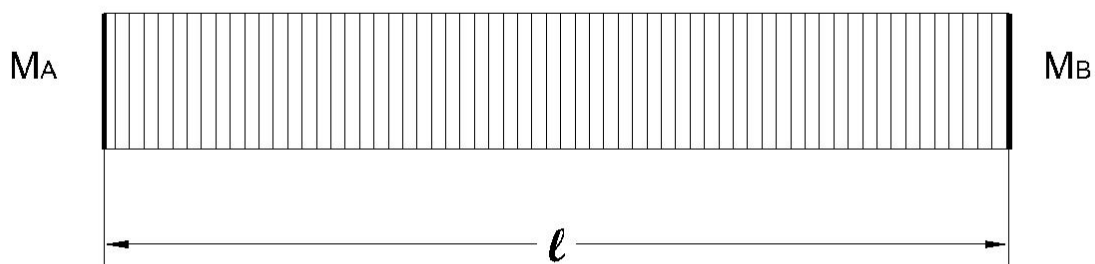
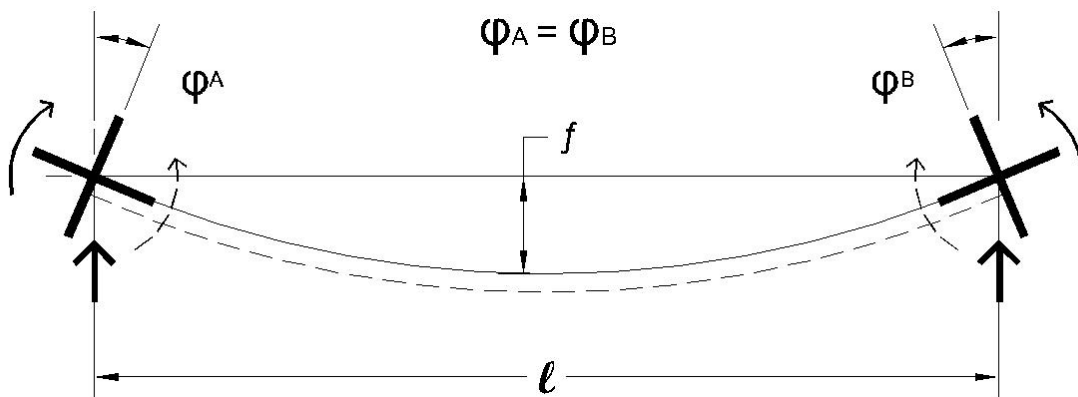
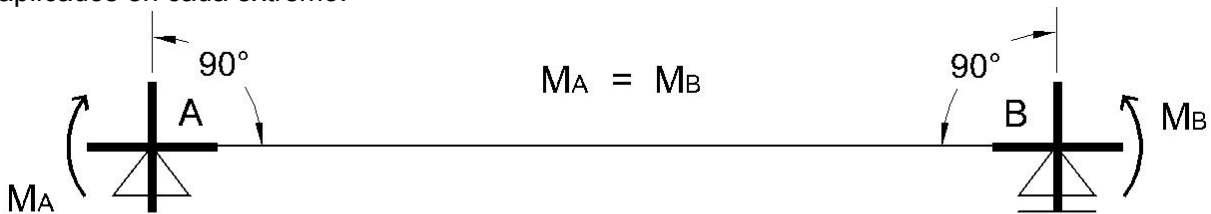


El corte en la barra es igual a: $V = \frac{\Sigma M}{\ell}$

2) Barra con giros externos del distinto sentido.

Si los momentos externos aplicados son de igual magnitud y de distinto sentido, la barra se deforma y no tiene punto de inflexión.

Los momentos reactivos de la barra en sus extremos son de igual magnitud que los momentos aplicados en cada extremo.

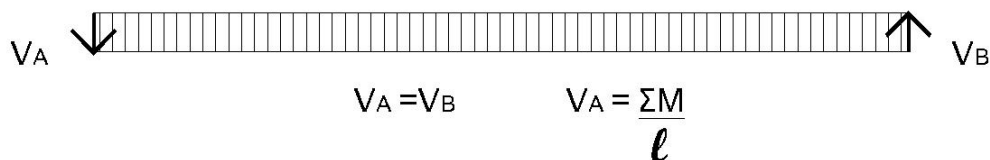
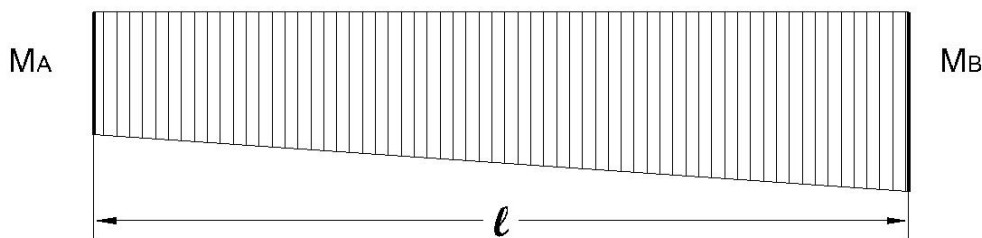
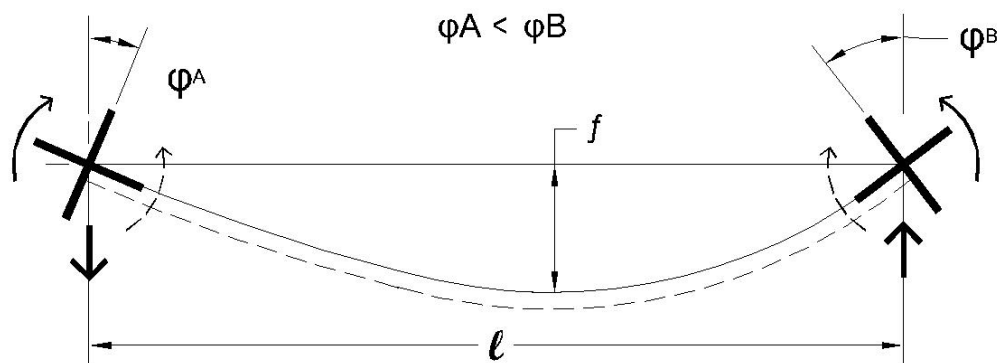
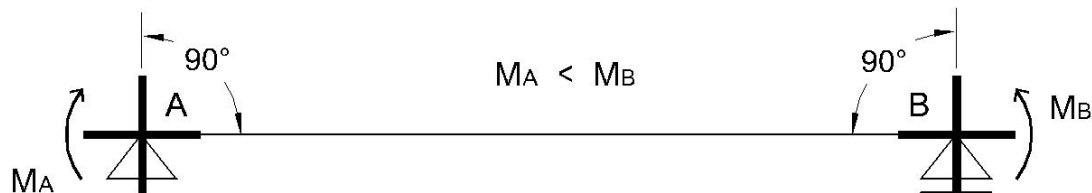


$$V_A = V_B \quad V_A = 0$$

Los momentos en sus extremos son iguales y de distinto sentido, siendo $V = \frac{M_A - M_B}{l}$, por lo tanto el corte en la barra es igual a cero.

Si los momentos externos aplicados son de distinta magnitud y de distinto sentido, la barra se deforma y no tiene punto de inflexión.

Los momentos reactivos de la barra en sus extremos son de igual magnitud que los momentos aplicados en cada extremo.



El corte en la barra está generado por los momentos en sus extremos que son de distinto sentido y de distinta magnitud, (se restan) generando un corte constante a lo largo de la misma.

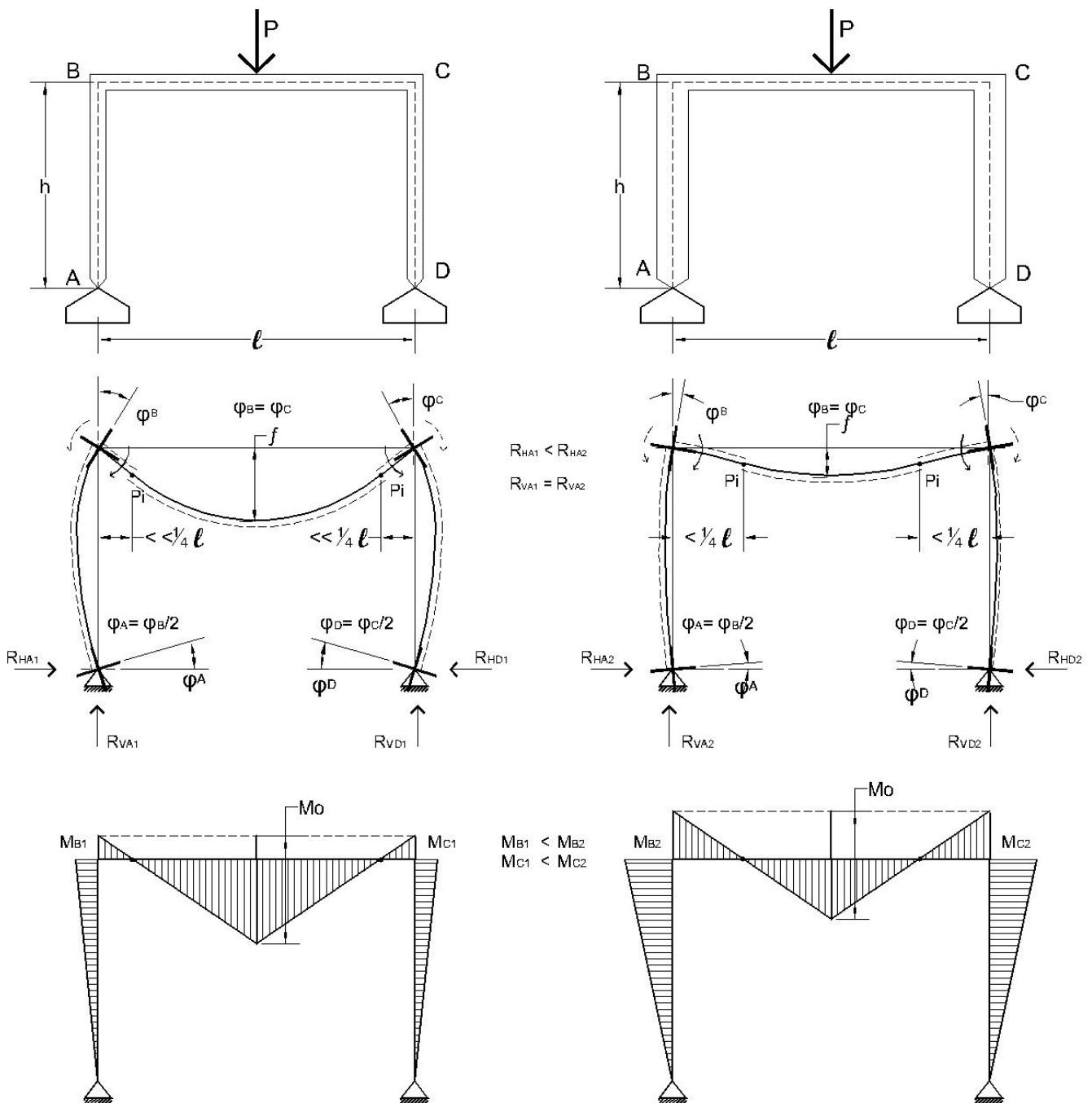
El corte en la barra es igual a: $V = \frac{\Sigma M}{l}$

DEFORMADA Y DIAGRAMA DE MOMENTOS DE UN PÓRTICO SIMÉTRICO

Introduciendo el concepto de rigidez como oposición a la deformación, rigidez y deformación serán magnitudes inversamente proporcionales.

Lo primero que se estudia es la barra cargada, en este caso es la viga, sus extremos son empotramientos elásticos, es decir que estos nudos giran un ángulo mayor que 0 (empotramiento perfecto) y menor que el giro libre (articulación).

Si comparamos dos pórticos que mantienen una diferente relación entre las rigideces de columnas y vigas, vemos que en el primer caso las columnas son tan flexibles que no podrán impedir el giro de los nudos B y C. En el segundo caso, las columnas son tan rígidas que los nudos casi no giran.



Los momentos de los apoyos de la viga aumentan al aumentar la rigidez del elemento que empotra la barra, y el momento del tramo disminuye.

Podemos observar que el momento isostático no varía.

$$M_{o1} = M_{o2}$$

$$M_{B1} < M_{B2}$$

Además:

$$M_{B1} = R_{HA1} \cdot h \quad \text{y} \quad M_{B2} = R_{HA2} \cdot h$$

O sea que las fuerzas R_H son proporcionales a los momentos.

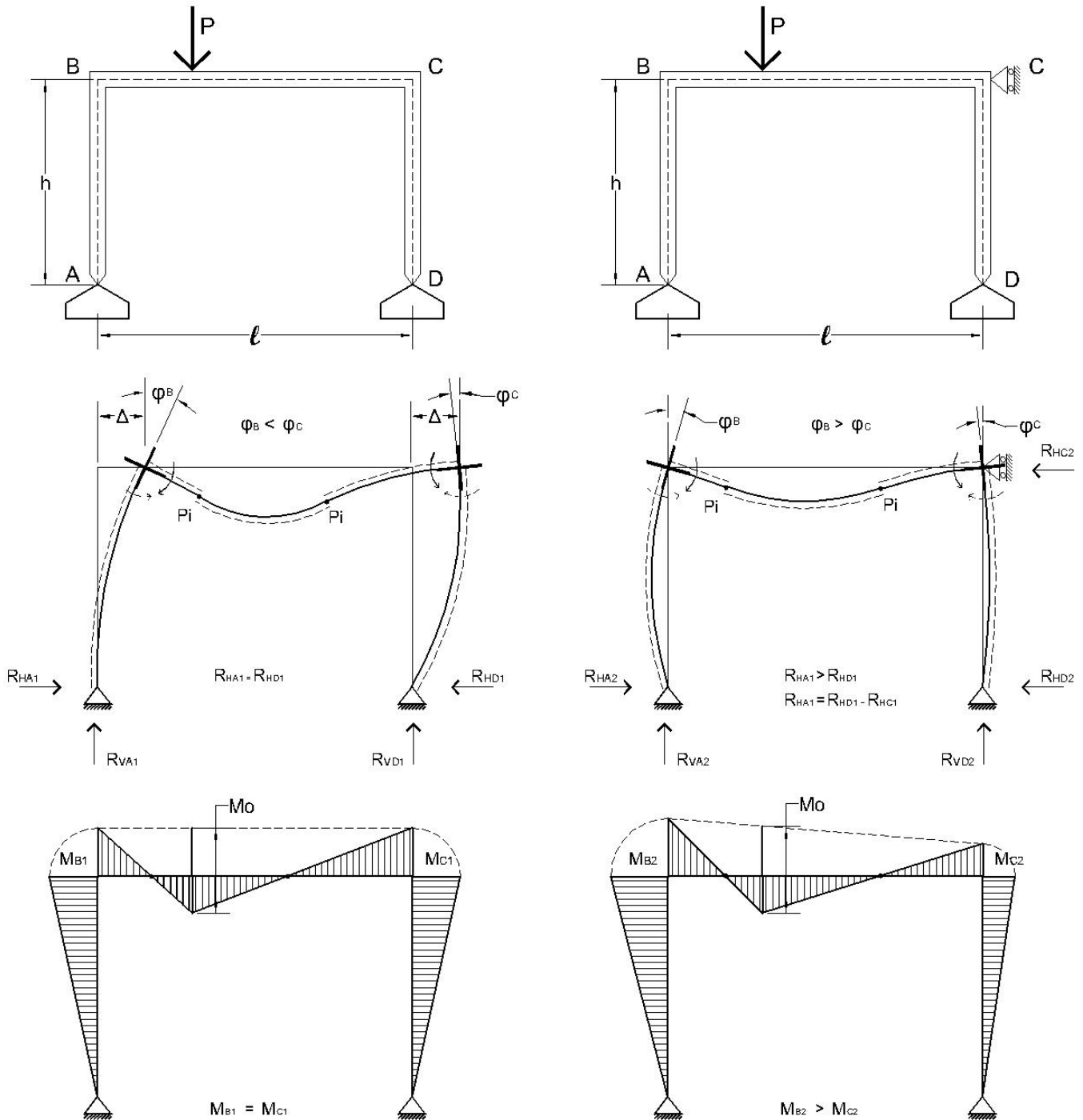
$$R_{HA1} < R_{HA2}$$

DEFORMADA Y DIAGRAMA DE MOMENTOS DE UN PÓRTICO ASIMETRICO

Cuando hay asimetría de geometría ó de cargas, las reacciones horizontales en los apoyos serían de distinta magnitud,

El equilibrio se logra al considerar la reacción que generan otros planos verticales que componen el mecanismo estructural al que pertenece el pórtico estudiado.

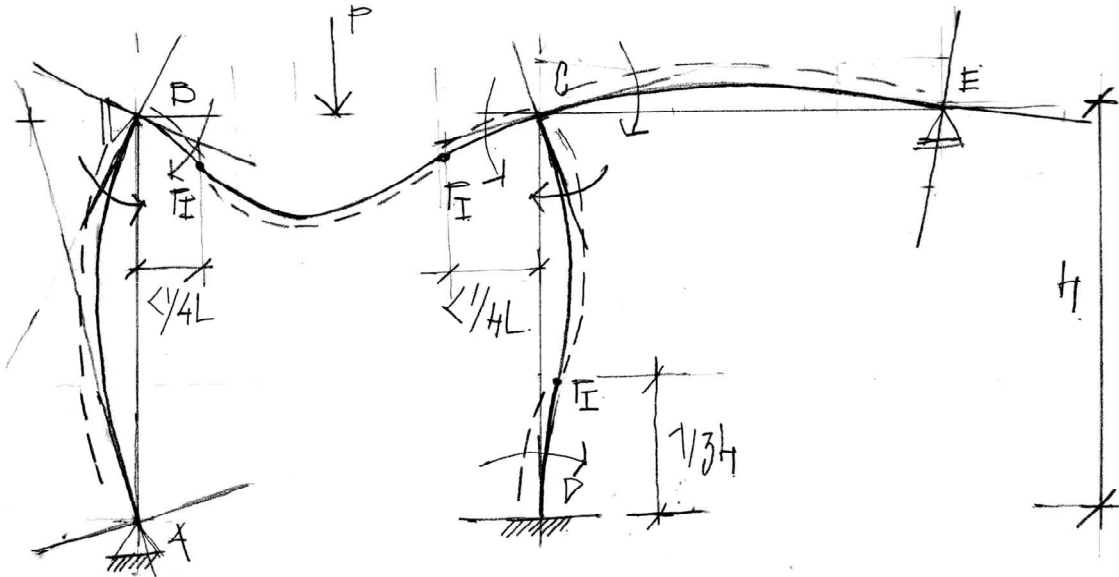
Para el estudio del pórtico aislado, consideramos un apoyo que impide desplazamientos horizontales a nivel de la losa (apoyo en C).



$R_{HA} > R_{HD}$, por lo tanto para verificar el equilibrio $R_{HA} = R_{HD} + R_{HC}$

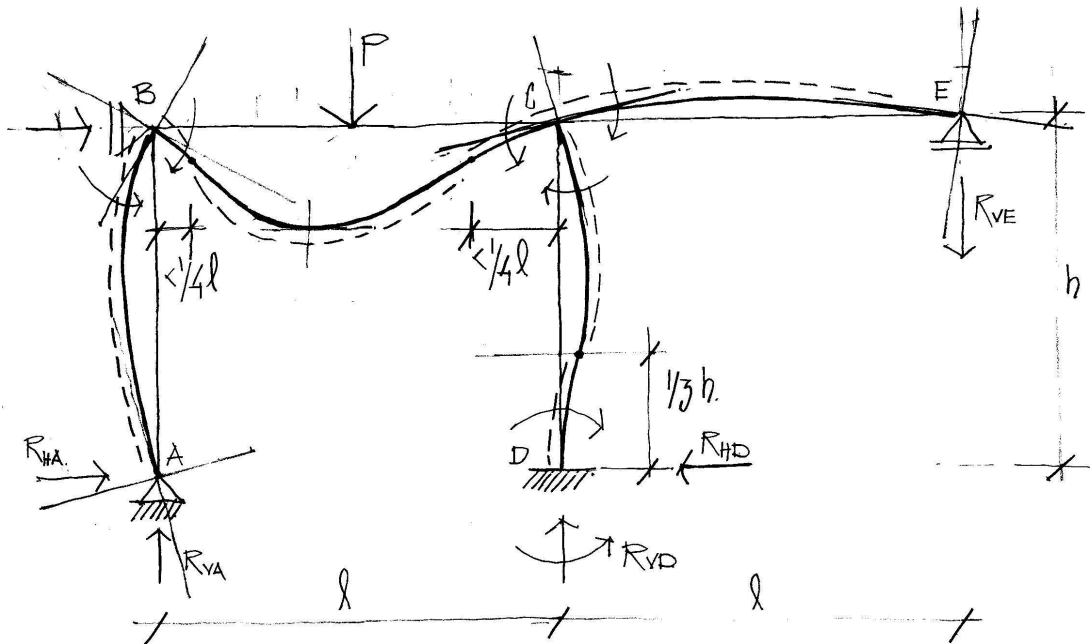
PROCEDIMIENTO GRÁFICO DE DEFORMADA Y DIAGRAMAS DE UN PORTICO

Comenzamos la deformada por la barra cargada, girando sus nudos de acuerdo al tipo de carga y el grado de empotramiento de los extremos de la barra, trazamos la deformada de la misma colocando tracciones y puntos de inflexión.



Seguimos deformando las barras que no tienen carga y tienen momento en un extremo, transmitiendo al otro extremo de acuerdo como sea su otro vínculo. Una vez hecha la curva de deformada, se ubican los puntos de inflexión, se indican las tracciones en las barras, los momentos en todos los nudos con la cola de la flecha del lado de las tracciones, de esta forma se verifica el equilibrio de los momentos en todos los nudos. $\Sigma M = 0$.

Colocamos las reacciones en los apoyos, de esta forma se verifica el equilibrio de las traslaciones. $\Sigma F_x = 0$ $\Sigma F_y = 0$.



Hand-drawn diagram of a continuous beam with two spans. The beam has supports at A, B, C, and D. A uniformly distributed load (UDL) is applied over the entire length of the beam. The diagram shows the shear force diagram (SFD) and the bending moment diagram (BMD). The SFD is a straight line in each span, crossing the zero line at the midpoint of each span. The BMD is a parabolic curve in each span. Key points labeled include M_B , M_C , M_D , M_{B_i} , M_{C_i} , M_{C_v} , M_{C_c} , M_{max} , and M_{pc} . The diagram also shows the reaction forces at each support: R_A at A, R_B at B, R_C at C, and R_D at D. The diagram is labeled with 'M_B', 'M_C', 'M_D', 'M_{B_i}', 'M_{C_i}', 'M_{C_v}', 'M_{C_c}', 'M_{max}', and 'M_{pc}'.

$$V_B = \frac{P}{l} - \left(\frac{M_C - M_B}{l} \right) \quad V_C = \frac{P}{l} + \left(\frac{M_C - M_B}{l} \right) \quad V_{CE} = \frac{M_C}{l}$$

$$V_{AB} = \frac{M_B}{h} \quad V_{CD} = \frac{M_C + M_D}{h}$$